ISBN 5-94356-439-X

Витяев Е.Е.

ИЗВЛЕЧЕНИЕ ЗНАНИЙ ИЗ ДАННЫХ
КОМПЬЮТЕРНОЕ ПОЗНАНИЕ
МОДЕЛИ КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ

Монография

Новосибирск, 2006

УДК 681.3:004.8
ББК з-813
В 546

Витяев Е.Е. Извлечение знаний из данных. Компьютерное познание. Модели когнитивных процессов: Моногр. / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2006, 293 с.

ISBN 5-94356-439-X

В работе излагается подход к компьютерному познанию, разработанный за последние 35 лет в Институте математики им. С. Л. Соболева. За основу подхода взята теория измерений, разработанная под руководством известного ученого и философа Patrick Suppes (Stanford university), в которой излагается аксиоматический подход к исследованию предметных областей. Нами разработаны необходимые теоретические и компьютерные методы реализующие этот процесс познания. Излагается решение некоторых сложных проблем работы со знаниями. В частности, описываются методы достаточно полного извлечения знаний из данных.

Наш подход к компьютерному познанию является междисциплинарным и основан на различных областях знания: логике и методологии науки, искусственном интеллекте, анализе данных, когнитивных науках и в том числе на психологии и физиологии работы мозга.

Автор придерживался многослойности изложения: 1) идеи изложены отдельно от технических результатов, потому что сами идеи имеют самостоятельную ценность и могут формализовываться различным образом, уточняться и развиваться самостоятельно; 2) для технических результатов приводится объяснение их смысла (что формализуется) и связи с основными идеями, поэтому читать текст можно пропуская технические детали.

Монография предназначена всем интересующимся проблемами познания, мышления и работы мозга, ученым, аспирантам и студентам.

Работы, представленные в монографии, выполнены при финансовой поддержке гранта РФФИ 05-07-90185в, Интеграционного проекта СО РАН №1, и программы президента Российской Федерации поддержки научных школ 4413.2006.1

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данная монография посвящена результатам исследований, которые проводились в институте математики СО РАН последние 35 лет начиная с организации в 1971 г. направления исследований под названием «Машинные методы обнаружения закономерностей» (МОЗ). Тогда была создана логико-методологическая группа под руководством Н. Г. Загоруйко и К. Ф. Самохвалова, целью которой была разработка алгоритмов обнаружения законов природы. За рубежом такое направление исследований называется *Scientific Discovery*. В рамках направления МОЗ было проведено несколько конференций. В последнее время работа, в частности, проводилась в рамках международных грантов.

В результате был разработан не только метод обнаружения законов природы *Discovery*, но и методология компьютерного познания различных предметных областей.

В частности, разработан оригинальный подход – *Relational Data Mining* – к интенсивно развиваемому за рубежом направлению исследований – извлечению знаний из данных (*Knowledge Discovery in Data Bases and Data Mining* (KDD&DM)). Разработанный нами подход лишен ограничений, присущих другим методам и способен решать задачу «полного» извлечения знаний из данных. Этот подход опубликован в монографии: Kovalerchuk B., Vityaev E. Data Mining in Finance: Advances in Relational and Hybrid methods. Kluwer Academic Publishers, 2000, а также в ряде глав других монографий.

Проблема компьютерного познания является по существу междисциплинарной и требует хорошего знания одновременно многих областей знания: философии, логики и методологии науки, искусственного интеллекта, анализа данных, анализа человеческого процесса познания – когнитивных наук (cognitive science, neuroscience) и др. Поэтому в книге анализируются различные области знаний и устанавливается взаимосвязь между различными направлениями исследований. Без таких взаимосвязей невозможно найти правильное решение сложных вопросов организации процесса познания.

Было обнаружено, что на уровне принципов и наиболее глубоких понятий многие дисциплины, которые, как может показаться, не имеют отношения друг к другу, на самом деле похожи и могут взаимно обогатить друг друга. В последней главе приведены такие понятия и принципы. Проведенные исследования позволили выйти на моделирование естественного интеллекта и сформулировать некоторые модели когнитивных процессов.

Данная работа не могла быть выполнена без участия коллег, которым автор искренне благодарен.

Наибольший вклад внес бывший участник логико-методологической группы в ИМ СО РАН и ныне prof. computer science Central Washington University Б. Ковалерчук. Главы 5, 6 выполнены нами совместно в процессе работы в Lousisana State University над разработкой диагностической системой рака груди и в Central Washington University в процессе работы над системами финансового прогнозирования. При работе над диагностической системой нам неоценимую помощь оказал радиолог James Ruiz из Baton Rouge (Louisiana) Women Hospital.

Следует отметить, что в первые годы работы группы идеологом направления был К. Ф. Самохвалов, ныне д-р филос. наук, основные идеи которого, изложенные в монографии Загоруйко Н. Г., Самохвалов К. Ф., Свириденко Д. И. «Логика эмпирических исследований» (Новосибирск, 1978), были приняты нами на вооружение.

Организатором и вдохновителем являлся Н. Г. Загоруйко, в лаборатории которого в Институте математики была организована работа.

Важный вклад в разработанное направление внёс выдающийся физик Ю. И. Кулаков и американский физик William Q. Sumner. С ними мы занимались теорией физических структур (см. главу 1).

Логическое представление психофизических экспериментов, изложенное в главе 2, явилось результатом совместной работы с проф. А. Логвиненко (School of Psychology, Queen's University of Belfast, UK) по гранту английского королевского общества (Royal Sosiety, Belfast, 1993–1994).

В содержание книги внесли существенный вклад В. С. Костин, с которым была разрабатана «естественная» классификация; Ю. Л. Орлов, Т. И. Шипилов, И. В. Хомичева, К. А. Лапардин, совместно с которыми были получены результаты по биоинформатике; А. В. Демин (ему принадлежит эксперимент по моделированию анимата); Е. В. Михиенко (с ним разрабатывалась архитектура функциональных систем работы мозга.

Автор выражает благодарность Л. Ковтонюк за помощь в переводе некоторых статей и глав и К. Денисовой за дизайн обложки.

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Методология познания, вытекающая из теории измерений

В настоящее время интенсивно развивается направление *Knowledge Discovery in Databases and Data Mining* (KDD&DM), основанное на методах *Machine Learning*, *Artificial Intelligence* и *Data Analysis*. Давно назрела потребность проанализировать эти методы с точки зрения их связи с процессом познания. В результате анализа мы естественным образом придем к компьютерному познанию**,** основанному на теории измерений.

1. Аппроксимационный подход к решению задач анализа данных. В методах *Machine Learning* неизвестная зависимость аппроксимируется некоторым заданным априори классом функций, моделями, решающими правилами и т. д. В нейронных сетях это кусочно-линейные правила, в деревьях – логические решающие функции, в регрессионном анализе – линейная или нелинейная регрессия, в дискриминантном анализе – дискриминантная функция, в распознавании образов – решающее правило, в методах классификации – форма кластеров. Какова в некотором смысле «истинная» зависимость? Этот вопрос не ставится и не может быть поставлен. Аппроксимируя неизвестную зависимость с требуемой степенью точности и надежности, методы *Machine Learning* решают, по существу, задачу предсказания. Найденная аппроксимация практически ничего не говорит об «истинной» зависимости.

Процесс аппроксимации начинается с переноса способов измерения из точных наук в другие области. Рассмотрим, например, такую физическую величину, как температура. Шкалы температуры в нефизических областях, например при измерении температуры тела больного в медицине, температуры почвы в сельском хозяйстве, температуры воздуха в духовке в кулинарии и т. д., должны быть разные, хотя измеряться они могут одним и тем же прибором – термометром. Далеко не всеми понимается тот факт, что шкала – это не только риски делений на приборе, это набор операций и отношений, которые имеет смысл производить с числовыми значениями величин с точки зрения рассматриваемой предметной области (точнее, операции и отношения, интерпретируемые в системе понятий соответствующей предметной области). Можно возразить, что термометр не может измерять ничего, кроме температуры. Он действительно во всех случаях измеряет физическую температуру. Но резонно спросить: а зачем, собственно, мы измеряем температуру? Ведь не затем, чтобы согласно законам физики узнать, сколько в больном содержится тепла и сколько он в состоянии растопить льда, если его положить на лед, и не затем, чтобы опреде-

лить среднюю кинетическую энергию молекул почвы или курицы в духовке. Температура, как и любой другой прибор, нужна для получения выводов в системе понятий той предметной области, к которой он относится. Для больного «Температурный фактор служит наиболее общим и универсальным регулятором скорости химических реакций и активности ферментов, с повышением температуры в известной мере ускоряются и обменные процессы». Для почв температура должна интерпретироваться в системе понятий физиологии растений и деятельности микроорганизмов и т. д. Следует понимать, что физическая величина температуры является косвенным измерением другой величины, интерпретируемой в системе понятий предметной области, которую мы именно и хотим измерить. Физическая температура больного, например, есть косвенное измерение медицинской величины – уровня обмена веществ, температура почвы измеряет состояние биохимических процессов в растениях и микроорганизмах, температура воздуха в духовке измеряет течение процесса свертывания белка и т. д. Какие отношения и операции над числовыми значениями температуры имеют смысл для всех этих величин – определяется уже этими интерпретациями. Поэтому числовые значения величин нельзя автоматически переносить из одной области знаний в другую. После такого переноса необходимо заново определять шкалу. Например, для температуры больного интерпретируемы выделенные значения 36.7°, 42° и отношение линейного порядка <, поэтому это будет шкала порядка с выделенными значениями.

Применение методов *Machine Learning* также является аппроксимационным. Перед обработкой данные, как правило, преобразуются к одному из известных видов – количественному или качественному. Если они преобразуются к количественным данным (т. е. с числами разрешается производить любые математические операции вне зависимости от их интерпретации), то в них вносится бессмысленная информация (проявляющаяся в том, что невозможно обоснованно проинтерпретировать полученные результаты). Если данные преобразуются в количественные за счет использования различного рода (числовых) моделей или дополнительных предположений, которые не полностью интерпретируемы, то это также приводит к невозможности обоснованно проинтерпретировать полученные результаты. Если данные преобразуются в дискретные, то это ведет к потере информации. Поэтому не только неизвестные зависимости аппроксимируются задаваемыми видами зависимостей, но и сами данные часто искажаются, чтобы их обработка этими методами была возможна.

2. **Построение «истинных» величин законов и моделей**. Для того чтобы детальнее разобраться с такими понятиями, как числовые значения величин, их интерпретируемость, осмысленность математических операций с величинами, «истинная» зависимость и т. д., необходимо обратиться

к теории измерений [68–69; 83, 88–89, 129]. Теория измерений основана на принципе: свойства определяются отношениями. Из теории измерений следует, что числовые значения величин и функциональные выражения для законов являются лишь удобным и математически хорошо разработанным способом числового кодирования элементов эмпирических систем. Например, число 5 само по себе смысла не имеет, оно приобретает смысл лишь при его интерпретации в некоторой эмпирической системе: например, если мы говорим 5 метров, 5 баллов, 5 деталей и т. д. Интерпретация чисел, в частности, определяет, какие математические действия с ними можно осмысленно проводить, чтобы не получать бессмысленных результатов типа 1.5 дровосека, 1 м + 1 кг и т. д. Эмпирическая система – это множество (идеализированных) объектов с заданными на нем множеством интерпретируемых в системе понятий отношений и операций, удовлетворяющих некоторой системе аксиом. Такой семантический уровень рассмотрения с необходимостью возникает из того факта, что интерпретировать человек может только качественно. Поэтому, интерпретируя количественные значения величин, модели, функции и т. д., он интерпретирует их качественно – в системе понятий предметной области – и в промежуточной стадии такой интерпретации – на семантическом уровне в (многосортной) эмпирической системе. Семантический уровень не только возникает из-за требования интерпретируемости, но и исторически является первичным и представляет собой целостное (модельное) представление той исходной операциональной деятельности над объектами, которая привела в свое время к возникновению чисел.

В отличие от аппроксимационного подхода в теории измерений определяются в некотором смысле «истинные» величины и зависимости. Числовые представления величин, получаемые в теории измерений, «истинны» в том смысле, что они интерпретируемы в системе понятий предметной области и являются лишь числовыми кодами значений величины соответствующей эмпирической системы. Числовые представления законов в теории измерений являются «истинными» в том смысле, что они, во-первых, интерпретируемы в системе понятий данной предметной области и являются лишь числовыми кодами взаимосвязи величин эмпирической системы и, во-вторых, получаются одновременно с числовыми представлениями величин (единой процедурой шкалирования (см § 11, § 14). В работе [129] показано: что физические законы просты только потому, что они являются результатом одновременного шкалирования всех входящих в зависимость величин так, чтобы взаимосвязь этих величин выражалась заданной (определяемой системой аксиом) простой функциональной зависимостью.

Следующий вывод, который следует из теории измерений, состоит в том, что цель обнаружения «истинных» величин и законов совсем другая – познать предметную область. Для ее достижения интерпретируемость данных и результатов обработки данных в системе понятий предметной области является необходимым условием получения полезного результата, вносящего вклад в теорию предметной области. Так как числа сами по себе смысла не имеют, то интерпретируемость данных и результатов счета означает их интерпретируемость на семантическом уровне в системе понятий предметной области без использования чисел. Поэтому для целей познания предметной области необходим способ представления данных, принятый в теории измерений – в виде (многосортных) эмпирических систем. Системы аксиом, которым удовлетворяют эти эмпирические системы, представляют собой логическую эмпирическую теорию предметной области. Системы аксиом как логические высказывания, очевидно, интерпретируемы в системе понятий предметной области. Поэтому обнаружение законов должно состоять в обнаружении систем аксиом в языке первого порядка на данных представленных (многосортными) эмпирическими системами. Таким образом, задача познания предметной области сводится к задаче усиления (в логическом смысле) логической эмпирической теории за счет обнаружения аксиом в логике первого порядка.

Числовые представления величин и функциональных зависимостей должны получаться из обнаруженных систем аксиом в результате применения теории измерений. Полученные шкалы величин и законы, связывающие величины, дают количественную теорию предметной области (ПО). Для физики этот переход продемонстрирован в [129]. Показано, как можно строить количественную теорию предметной области – систему величин, связанных между собой (фундаментальными) законами.

Таким образом, задача познания предметной области, как она понимается в теории измерений, разбивается на два этапа: сначала надо построить логическую эмпирическую теорию, а затем, применяя теорию измерений, построить количественную теорию предметной области. Такое разбиение отражает естественный процесс перехода теории из качественного состояния, представленного онтологией и логической эмпирической теорией, **в** количественное. Теория измерений и является теорией такого перехода. Для физики, например, этот процесс протекал достаточно долго. Процесс построения эмпирических теорий представлен на рис. 1.

§ 2. Процесс познания, основанный на теории измерений

Рассмотрим конкретно, как должен осуществляться процесс познания некоторой предметной области в соответствии с теорией.

ОНТОЛОГИЯ

Система понятий, признаки, величины, измерительные процедуры. **Данные** – разных типов, взятые из баз данных.

Априорные знания, **экспертные знания**.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ЭМПИРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ вещественные числа

Данные – массивы и матрицы числовых значений величин.

Априорные знания – функции, уравнения.

Экспертные знания – экспертные оценки.

Индуктивные знания – числовые представления величин и законов

ЛОГИЧЕСКАЯ ЭМПИРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Данные – многосортная эмпирическая система **M;** теория **Th(M).**

Априорные знания – система аксиом.

Индуктивные знания – высказывания с вероятностными оценками.

Множество правил-законов.

Дедуктивный вывод, $L \vdash$ **Th(M).**

Множество **вероятностных законов** ***LP.***

Множество **максимально специфических вероятнтстных законов** ***MSR.***

Семантический вероятностный вывод множеств законов ***L***, ***LP***, ***MSR***

КОНСТРУКТИВНАЯ ЭМПИРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ рациональные и натуральные числа

Данные – эффективно вычислимые числовые представления структурных величин, порядков, решеток, предпочтений и т. д.

Априорные знания – конструктивные представления зависимостей.

Экспертные знания – конструктивное шкалирование экспертных предпочтений.

Индуктивные знания – конструктивные представления величин, законов, принятия решений и т. д.

Рис. 1

Для этого надо сначала задать предметную область. Задание предметной области осуществляется заданием онтологии (см. рис. 1). Поэтому первый шаг в обнаружении эмпирических теорий состоит в задании онтологии.

Онтология включает:

– систему понятий ПО, в которой формулируется и интерпретируется эмпирическая теория;

– свойства, признаки, величины и соответствующие измерительные процедуры, интерпретируемые в системе понятий;

– априорные и экспертные знания;

– знания, интерпретируемые в системе понятий ПО, получаемые в процессе построения логической, количественной и конструктивной эмпирических теорий.

Мы предполагаем онтологию заданной.

1. Построение логической эмпирической теории (ЛЭТ)**.** Для ее построения необходимо выделить логико-операционную составляющую чисел и данных в соответствии с методологическим принципом теории измерений: «свойства определяются отношениями». Для этого надо решить задачу.

Задача 1. Определить множество Ω интерпретируемых в системе понятий ПО отношений и операций для всех понятий, свойств, величин, и признаков онтологии и представить данные в виде многосортной эмпирической системы.

Для решения этой задачи в § 8 вводится понятие «эмпирическое содержание данных», формализуемое с помощью эмпирической аксиоматической теорией. В § 9 показано, как такие известные типы данных, как парные и множественные сравнения, матрицы упорядочений, матрицы близости и матрицы объект–признак могут быть представлены в эмпирических аксиоматических теориях многосортными эмпирическими системами. В этом же параграфе приведены результаты теории измерений, относящиеся к соответствующим отношениям и операциям. Используя данные результаты, можно для найденных отношений и операций найти системы аксиом S^{Ω}, которые используются для определения числовых представлений этих величин. Эти системы аксиом включаются в априорные знания логической эмпирической теории. Из всех эмпирически интерпретируемых аксиом, как правило, можно удалить кванторы существования, вводя в них интерпретируемые (в системе понятий ПО) операции над объектами (скулемовские функции). В результате можно получить систему аксиом S^{Ω}, включающую только универсальные формулы.

После определения множества отношений и операций имеющиеся данные можно представить частично определенной многосортной эмпирической системой $M = \langle A_{s\in I}; \Omega\rangle$.

Априорные знания онтологии также нужно представить системой аксиом S^{Ω}.

Экспертные знания могут быть извлечены из эксперта разными методами. Один из методов предложен и описан в § 61.

Для обнаружения логической эмпирической теории нужно определить класс формул, который будет использоваться для индуктивного вывода ЛЭТ. Отсюда возникает

Задача 2. Найти класс формул, достаточный для задания логической эмпирической теории.

В § 19 описано эмпирически проверяемое свойство эксперимента, из которого следует, что если эксперимент ему удовлетворяет, то экспериментальная зависимость представима совокупностью универсальных формул. Таким свойством является наследственность результатов эксперимента. Далее предполагаем, что измерительная процедура эмпирической аксиоматической теории обладает свойством наследственности.

Найденный класс формул дает возможность сформулировать метод обнаружения закономерностей как метод обнаружения совокупности универсальных формул по данным § 20.

Известно, что множество универсальных формул логически эквивалентно множеству формул вида

$$\forall x_1, ..., x_k (A_1^{\varepsilon 1} \& ... \& A_k^{\varepsilon k} \Rightarrow A_0^{\varepsilon 0}),\ k \geq 0, \qquad (1)$$

где $A_0, A_1, \ldots, A_k$ – атомарные формулы, $\varepsilon 0, \varepsilon 1, \ldots, \varepsilon k = 1(0)$, если атомарная формула берется без отрицания (1) или с отрицанием (0).

Потому для построения метода обнаружения ЛЭТ достаточно уметь обнаруживать формулы вида (1). Экспертные и априорные знания также нужно преобразовать в совокупность формул вида (1). Потому в общем виде метод обнаружения закономерностей является методом усиления системы аксиом S^{Ω}. Это ставит следующую задачу.

Задача 3. Разработать индуктивный метод обнаружения закономерностей вида (1) на данных, представленных многосортными эмпирическими системами.

Такой метод разработан и изложен в главе 3. Этот метод основан на семантическом вероятностном выводе и обладает целым рядом важных свойств. Полученная в результате применения метода логическая эмпирическая теория также обладает целым рядом важных свойств, изложенных в главе 4.

2. Построение количественной эмпирической теории (КЭТ) осуществляется на основании результатов теории измерений, дающих числовые представления величин / законов. В теории измерений найдены системы аксиом для многих физических величин и фундаментальных физических законов [129]. Если в ЛЭТ содержится какая-либо система аксиом теории измерений, то она дает числовые представления величин и функциональных зависимостей. Эти числовые представления величин и функциональных зависимостей, получаемые из систем аксиом, интерпретируемы в системе понятий ПО.

Проблема в построении КЭТ состоит в том, что далеко не для всех систем аксиом, которые могут быть получены в результате индуктивного вывода ЛЭТ, существуют соответствующие им результаты теории измерений. Кроме того, нет классификации всех возможных законов природы, что не дает гарантии в определении числового представления закона по найденной системе аксиом. Потому возникают следующие задачи.

Задача 4. Определить классификацию всех возможных законов природы.

Единственной теорией, в которой такая классификация существует, является теория физических структур (ТФС). В § 12 описывается классификация возможных законов природы, полученная в ТФС. Нами установлена связь между ТФС и теорией измерений. В § 13 для физической структуры ранга (2,2) доказывается, что из нее вытекает система аксиом аддитивной соединительной структуры теории измерений. Более того найдено алгебраическое и конструктивное представление этой физической структуры. Установленное соответствие указывает путь получения классификации всех возможных законов в теории измерений.

Задача 5. Найти обобщение теории измерений, которое бы позволяло строить числовые представления величин и законов практически для любой системы аксиом.

Такое обобщение получено путем использования теории конструктивных моделей [41; 44]. Значениями величин в этом случае являются натуральные, рациональные или другие эффективно вычислимые числа (например, коды). Теория конструктивных моделей наиболее полно отражает смысл построения числовых представлений – закодировать эмпирическую систему числами или кодами так, чтобы можно было легко и удобно по этим кодам вычислять все значения отношений и операций на эмпирической системе. В результате такой кодировки мы получаем эмпирическую теорию, которую мы назвали конструктивной.

Таким образом, по обнаруженной системе аксиом строятся либо числовые, либо конструктивные числовые представления.

3. Построение конструктивной эмпирической теории (КонЭТ). В теории измерений [68; 129] нельзя получить числовые представления некоторых величин и законов в силу ограниченности используемого в них понятия числового представления. Величины и законы, описываемые частичными порядками, толерантностями, решетками и т. д., не могут быть сильным гомоморфизмом вложены в поле вещественных чисел. Для числового представления таких величин и закономерных связей нами предложено использовать конструктивные числовые представления. Значениями величин в этом случае являются натуральные, рациональные или другие эффективно вычислимые числа (например, коды).

Понятие конструктивного числового представления, сформулированное в § 15, обобщает понятие числового представления таким образом, что числовое кодирование эмпирической системы заменяется на **кодирование любыми числами – действительными, натуральными и рациональными.** При этом должно быть выполнено условие, чтобы на полученных кодах были определены некоторые эффективно вычислимые функции (общерекурсивные функции), точно соответствующие эмпирическим отношениям и операциям.

В § 15 приведены проблемы существования, единственности и адекватности числовых представлений, решаемые в теории измерений при построении числовых представлений. Нами сформулированы совершенно аналогичные проблемы для построения конструктивного числового представления используя ТКМ.

Понятие конструктивного числового представления делает явной идею самого числового представления – получить числовое представление эмпирической системы, с тем чтобы эффективно работать с самой эмпирической системой. Все числовые представления есть просто эффективный способ кодирования нашей операциональной деятельности во внешнем мире. Конструктивные числовые представления естественным образом интерпретируются в системе понятий качественной теории.

На примере одной их наиболее распространенных экстенсивных величин в § 18 доказано, что конструктивное числовое представление этих величин даёт конструктивное представление рациональных делений шкалы приборов этих величин.

В § 17 приведены примеры конструктивных представлений величин и законов. Примерами конструктивных числовых представлений законов являются, например, психологические тесты.

5. Цикл познания в теорией измерений. Таким образом, нами разработаны понятия и методы, позволяющие осуществлять следующий цикл познания, обозначенный на рис. 1 двойными стрелками:

– определить онтологию предметной области;

– извлечь из числовых представлений величин множества отношений и операций, определяющие смысл этих величин в соответствии с теорией измерений. Перевести данные в многосортные эмпирические системы, используя найденные множества отношений и операций. Перевести априорные и экспертные знания в формулы вида (1);

– определить системы аксиом, которым удовлетворяют величины и законы;

– найти числовые представления величин и законов в теории измерений и / или в теории конструктивных моделей;

– проинтерпретировать полученные числовые представления в системе понятий онтологи и получить в результате систему величин связанных между собой законами как это имеет место в физике.

§ 3. Логический путь познания предметной области

Проанализируем далее процесс познания, представленный в теории измерений. Разобьем его на два этапа.

Этап 1. Определить множества отношений и операций для величин и законов и обнаружить системы аксиом величин и законов на этих множествах.

Этап 2. Определить числовые представления величин и законов по обнаруженным системам аксиом, используя результаты теории измерений и теории конструктивных моделей.

Первый этап представляет собой этап построения логической эмпирической теории. Второй этап – построение количественной эмпирической теории.

Предлагаемый нами логический подход к процессу познания состоит в ограничении процесса познания этапом I. Для этого есть следующие причины:

– Этап II осуществляется с использованием теории измерений и не может быть осуществлен компьютерными методами;

– Этап II следует исторической традиции представления данных в удобном для человека числовом виде. Логические отношения и операции плохо обозримы и практически неприемлемы для человеческого восприятия. Тем не менее для целей компьютерного познания сейчас есть средства оперирования логической эмпирической теорией, например, логическое программирование. Потому историческая традиция сейчас может быть пересмотрена;

– Этап II ограничен: существуют величины не имеющие числового представления – частичные порядки, решетки, графы, результаты тестов, отношения предпочтений и т. д., а также законы, не имеющие числового

представления: диагностические правила, результаты тестов, фигуры технического анализа;

– Удобство числовых представлений не дается даром. Использование числовых представлений приводит к возникновению следующих проблем: необходимо проверять методы и результаты на инвариантность относительно допустимых преобразований шкал – методы могут давать разные результаты в зависимости от выбора единиц измерения данных, а также неинвариантные методы дают не интерпретируемые в онтологии ПО результаты.

Мы рассматриваем ЛЭТ как более адекватный и современный способ представления теорий предметных областей.

В логическом подходе к реализации процесса познания мы прелагаем использовать теорию измерения не для построения числовых представлений величин, а, наоборот, как теорию, которая определяет как можно корректно извлекать всю интерпретируемую информацию из числовых данных и переводить ее в многосортные эмпирические системы.

§ 4. Проблемы извлечения знаний и теорий

Рассмотрим более общую задачу – обнаружить логическую эмпирическую теорию, включающую знания.

Знания – это высказывания, имеющие некоторую степень вероятности, нечеткости, размытости или достоверности.

Рассмотрение ЛЭТ, включающей знания, сталкивается со следующими принципиальными и нерешенными проблемами:

i) знания логически противоречивы и не образуют теорию;

ii) предсказание для знаний плохо определено – вероятностные оценки знаний резко падают в процессе логического вывода;

iii) предсказания получаемые из знаний статистически двусмысленны.

Эти проблемы известны и обсуждаются, например, в широко цитируемой работе L. De Raedt and K. Kersting «Probabilistic logic learning». В ней говорится, что «одним из центральных вопросов методов извлечения знаний и искусственного интеллекта является вероятностное логическое обучение, т. е. интеграция реляционных или логических представлений, вероятностного вывода и обучения».

Проблемы 1–3 являются следствием более глубокой проблемы:

iv) В настоящее время не существует адекватного синтеза логики и вероятности.

Этой проблеме в 2002 г. был посвящен workshop «Combining Probability and Logic» (King's College London 4th – 6th November 2002). В аннотации к workshop говорится: «Artificial intelligence is one key discipline in which probability theory competes with other logics for application. It is becoming vi-

tally important to evaluate and integrate systems that are based on very different approaches to reasoning, and there is strong demand for theoretical understanding of the relationships between these approaches».

Во введении к спецвыпуску журнала «Journal of Applied Logic» 1 (2003), «Special issue on Combining Probability and Logic», посвященному этому workshop, Jon Williamson, Dov Gabbay писали: «One approach is to argue that ***probability is logic***, which requires showing that probability is a determinate relation between statements. Kyburg, Howson and Paris and Vencovská appeal to the concepts of frequency, consistency and entropy respectively to determine this relation. Alternatively one can explore other formalisms which ***interface between probability and logic***: argumentation in the case of Fox and Kohlas; default reasoning in the case of Bourne and Weydert».

Однако настоящего синтеза логики и вероятности в этих работах не сделано.

Нам удалось разрешить проблемы 1–4 и осуществить синтез логики и вероятности для понятия предсказания путем определения семантического вероятностного вывода, который следует идее семантического подхода к программированию, выдвинутого Ю. Л. Ершовым, С. С. Гончаровым и Д. И. Свириденко [104].

Идея семантического программирования состоит в том, чтобы процесс вычисления рассматривать как проверку истинности утверждений (включая возможное использование логического вывода) на некоторой модели (моделью могут быть данные, представленные многосортной системой; некоторая специальная модель теории или абстрактного типа данных и т. д.). При таком взгляде на процесс вычисления, процедуру логического вывода можно обобщить, рассматривая более разнообразные взаимоотношения высказываний и модели – рассмотреть процесс вычисления как, например, определение наиболее вероятных, подтвержденных или нечетких высказываний на модели. Такой обобщенный вывод будем называть семантическим.

Нами разработан семантический вероятностный вывод (§ 30), состоящий в нахождение таких последовательностей правил:

$$G \Leftarrow A_1^1 \& \ldots \& A_{k1}^1 \sqsubset G \Leftarrow A_1^1 \& \ldots \& A_{k1}^1 \;\&\; A_{k1+1}^3 \& \ldots \& A_{k3}^3 \sqsubset \cdots$$

что:

– условная вероятность правил растет в процессе вывода, а не падает, как это имет место в вероятностных логиках;

– правила не сводимы к более простым правилам без потери значения условной вероятности;

– последнее в цепочке правило нельзя далее усилить, в частности, потому, что оно истинно и имеет условную вероятность, равную 1.

В главе 3 доказывается, что с помощью семантического вероятностного вывода можно вычислить следующие правила:

– все правила, истинные на эмпирической системе. Доказывается, что теория ЛЭТ предметной области выводится из этого множества правил;

– все правила, имеющие максимальные значения условной вероятности. Эти правила дают знания предсказывающие с максимальной вероятностью;

– все максимально специфические правила (имеющие максимальную информацию), позволяющие делать непротиворечивые предсказания. Эти правила дают знания, составляющие вероятностную непротиворечивую теорию.

В результате упомянутые проблемы 1–4 решаются следующим образом:

– Множество максимально специфических правил. Таким образом, множество максимально специфических правил является непротиворечивым вероятностным расширением теории ЛЭТ и включает как теорию, так и знания;

– Максимально специфические правила решают проблему статистической двусмысленности. В § 32 доказывается, что предсказания, получаемые с использованием максимально специфических правил, непротиворечивы.

§ 5. Реляционный подход к извлечению знаний – реализация логического пути познания

Реализация логического пути познания осуществлена нами в виде реляционного подхода к извлечению знаний и теорий. Нами разработана программная система *Discovery*, реализующая семантический вероятностный вывод и позволяющая обнаружить на данных все упомянутые в предыдущем параграфе множества:

a) все правила, истинные на эмпирической системе;

b) все правила, имеющие максимальные значения условной вероятности;

c) все максимально специфические правила.

В настоящее время обнаружением теорий и знаний занимаются в направлениях: машинного обучения *Machine Learning* (ML) и извлечения знаний из данных *Knowledge Discovery in Data Bases and Data Mining*.

Любой ML, KDD&DM-метод явно или неявно предполагает заданным:

i) типы данных с которыми работает метод;

ii) язык обработки и интерпретации данных (онтологию KDD&DM−метода);

iii) класс гипотез, сформулированных в онтологии метода, которые он проверяет на данных (тип знаний KDD&DM-метода);

В рамках реляционного подхода снимаются все ограничения с ML-, KDD&DM-методов за счет использования теории измерений для представления онтологии метода и использования логики первого порядка для представления типа знаний метода.

В реляционном подходе к извлечению знаний снимаются следующие ограничения с существующих ML-, KDD&DM-методов:

(1) ограничения с используемых типов данных за счет использования теории измерений и многосортных эмпирических систем;

(2) использование теории измерений позволяет извлекать всю информацию из данных, что не делают другие методы;

(3) ограничения в использовании априорного знания путем представления априорного знания в логике первого порядка;

(4) ограничения с классов проверяемых гипотез за счет введения типа обнаруживаемых знаний Rule Type в языке первого порядка;

(5) разработана система Discovery, обнаруживающая виды множеств (a), (b), (c) для заданного типа гипотез RuleType, которые не обнаруживаются другими методами;

(6) база знаний, обнаруживаемая системой Discovery полна в двух смыслах:

a. в смысле полноты извлечения информации из данных за счет использования теории измерений;
b. полноты обнаруживаемых множеств правил (a), (b), (c).

§ 6. Применения реляционного подхода к извлечению знаний из данных в финансовом прогнозировании, медицине и биоинформатике

Изложенные в главах 4–6 приложения реляционного подхода к решению различных задач следует общей схеме подхода:

I. Определить для используемых типов данных отношения и операции и преобразовать данные в многосортные эмпирические системы:

1) в финансовых приложениях используются следующие функции и отношения определяемые для временного ряда (см. главу 4):

a) первая разность –

$$\Delta_{\mathrm{ij}}(a_t) = (SP500C(a_t^j) - SP500C(a_t^i))\big/SP500C(a_t^i),\ \mathrm{i} < \mathrm{j},\ \mathrm{i},\mathrm{j} = 1,\ldots,5$$

Эта функция представляет собой разность между SP500C для i-х и j−х дней, нормализованных относительно SP500C для i-го дня,

b) разность между двумя относительными разностями –

$$\Delta_{\mathrm{ijk}}(\boldsymbol{a_t}) = \Delta_{\mathrm{jk}}(\boldsymbol{a_t}) - \Delta_{\mathrm{ij}}(\boldsymbol{a_t}),$$

c) функция wd(***a***) отображающая пять календарных дней в числа. wd(***a***) = $\langle 1, 2, 3, 4, 5\rangle$ означает, что ***a*** представляет собой пять последовательных дней недели с понедельника по пятницу,

d) Отношение роста / падения цены с определенного дня недели по другой определенный день недели (см. главу 4);

2) в приложениях по разработке диагностической системы рака груди использовались различные признаки определенные экспертом. Они включали в себя количественные, ранговые, номинальные и Булевы признаки;

3) в приложениях в биоинформатике использовались следующие операции и отношения, определяемые для первичных сигналов (см. главу 6):

a) положение олигонуклеотидов относительно начала транскрипции;

b) взаимное расположение олигонуклеотидов в модели,

c) ориентация олигонуклеотидов в двойной спирали ДНК,

d) кроме того, сами сигналы могут быть достаточно разнообразны.

II. Используя найденные отношения и операции, определить класс гипотез *Rule Type* в языке первого порядка для решения рассматриваемой прикладной задачи:

1) в финансах использовались следующие классы гипотез в терминах определенных отношений и операций:

a) множество гипотез H1 –

$(\mathrm{wd}(\mathbf{a}) = \mathrm{wd}(\mathbf{b}) = \langle d_1, ..., d_5\rangle)\&(\Delta(\mathbf{a})\leq\Delta(\mathbf{b}))^{\varepsilon 1}\Rightarrow ((\text{цель}(\mathbf{a^5}) \leq \text{цель}(\mathbf{b^5}))^{\varepsilon 0}$,

b) множество гипотез H2 –

$[\mathrm{wd}(\mathbf{a}) = \mathrm{wd}(\mathbf{b}) = \langle d_1, ..., d_5\rangle]\ \&\ [\Delta(\mathbf{a}) \leq \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 1}\&[\Delta(\mathbf{a}) \leq \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 2}$

$\Rightarrow [\text{цель}(\mathbf{a^5}) \leq \text{цель}(\mathbf{b^5})]^{\varepsilon 0}$,

c) множество гипотез H3 –

$[\mathrm{wd}(\mathbf{a}) = \mathrm{wd}(\mathbf{b}) = \langle d_1, ..., d_5\rangle]\&[\Delta(\mathbf{a})\leq\Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 1}\&$

$[\Delta(\mathbf{a})\leq\Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 2}\&[\Delta(\mathbf{a})\leq \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 3}\Rightarrow [\text{цель}(a^5) \leq \text{цель}(b^5)]^{\varepsilon 0}$,

d) Множество гипотез H4 –

$[\mathrm{wd}(\mathbf{a}) = \mathrm{wd}(\mathbf{b}) = \langle d_1, ..., d_5\rangle]\&[\Delta(\mathbf{a}) \leq \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 1}\& ... \&$

$[(\Delta(\mathbf{a}) \leq \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon k} \Rightarrow [\text{цель}(\mathbf{a^5}) \leq \text{цель}(\mathbf{b^5})]^{\varepsilon 0}$,

e) кроме того использовались структурные гипотезы (см. главу 4);

2) в приложениях по разработке диагностической системы рака груди обнаруживались гипотезы вида (1), содержащие разнообразные признаки определенные экспертом;

3) в приложениях в биоинформатике обнаруживались так называемые комплексные сигналы вида (см. главу 6):

a) (S1,… Si-1,Si) = (Позиция(S1) < … < Позиция(Si-1) < Позиция(Si)), i = 1,2, ...

III. В результате проделанных экспериментов получены следующие выводы относительно применимости реляционного подхода в различных

предметных областях:

1) применение в финансах показало:

a) система Discovery в состоянии обнаруживать закономерности в таких сильно зашумленных данных как финансовые ряды;

b) прогнозировать такие сложные данные как курсы акций и индексы, используя необычные отношения и операции;

c) получаемые правила интерпретируемы в финансовых терминах, что очень важно для таких ответственных областей, как финансы. Финансист с большим доверием будет вкладывать деньги, если он будет понимать используемые правила;

d) Многие люди за рубежом держат деньги в акциях и многие играют на них, используя самые разнообразные правила и индексы. Проверить же свои правила автоматически они не могут, так как нет методов, которые бы позволяли бы записывать и проверять разнообразные гипотезы. Опыт применения системы *Discovery* в финансах показал, что эта система может, в принципе, решить эту задачу;

2) применение в медицине показало, что можно извлечь из данных и эксперта совместное множество знаний для медицинской диагностической системы рака груди. Согласованная база знаний лишена противоречий между правилами, полученными системой Discovery, правилами, используемыми опытным радиологом, и базой данных патологически подтвержденных случаев;

3) Применение реляционного подхода в биоинформатике показало, что система *Discovery* может быть успешно использована для решения одной из сложнейших задач биоинформатики – анализа регуляторных районов генов. В отличие от других методов, система *Discovery* может быть применена иерархически к анализу различных уровней анализа генов.

§ 7. Основные понятия и проблемы теории измерений

Рассмотрим смысл и роль числового представления. Смысл состоит в том, чтобы значениям величины приписать числа так, чтобы исходные отношения и операции преобразовывались в некоторые «простые» и «удобные» числовые отношения и операции. В этом случае по значениям числовых отношений и операций легко определяются значения исходных отношений и операций.

Пусть знания о некоторой величине, свойстве, признаке сформулированы в некоторой теории T сигнатуры $\Omega = \langle P_0, P_1, \ldots, P_n, \rho_1, \ldots, \rho_m, c_0, c_1, c_2, \ldots\rangle$, где P_i, $i \le n$, – предикатные символы; ρ_j, $j \le m$, – символы операций; c_l, $l \in I$, – символы констант ($I = \varnothing$, I – начальная часть ряда натуральных чисел $\omega = \{0, 1, 2, \ldots\}$, $I = \omega$); P_0 – равенство. Величиной будем называть неприводимую [68] (равенство является единственным отношением конгруэнтности) систему $\mathfrak{I} = \langle A; \Omega_{\mathfrak{I}}\rangle$ сигнатуры Ω, удовлетворяющую теории T, где A – множество значений величины, $\Omega_{\mathfrak{I}} = \{P^{\mathfrak{I}}_0, P^{\mathfrak{I}}_1, \ldots, P^{\mathfrak{I}}_n, \rho^{\mathfrak{I}}_1, \ldots, \rho^{\mathfrak{I}}_m, c^{\mathfrak{I}}_0, c^{\mathfrak{I}}_1, c^{\mathfrak{I}}_2, \ldots\}$ – множество отношений, операций и констант типа Ω, интерпретируемых в понятиях предметной области. Числовыми системами называются системы $\mathfrak{R} = \langle Re^k, \Omega_R\rangle$ сигнатуры Ω, где к – размерность числового представления, Re – поле вещественных чисел, $\Omega_{\mathfrak{R}} = \{=, P^{\mathfrak{R}}_1, \ldots, P^{\mathfrak{R}}_n, \rho^{\mathfrak{R}}_1, \ldots, \rho^{\mathfrak{R}}_m, c^{\mathfrak{R}}_0, c^{\mathfrak{R}}_1, c^{\mathfrak{R}}_2, \ldots\}$ – множество отношений, операций и констант, определенных на Re или Re^k. Зафиксируем некоторую систему $\mathfrak{R}$.

Определение [68]. *Шкалой* (*числовым представлением*) величины $\mathfrak{I} = \langle A; \Omega_{\mathfrak{I}}\rangle$ называется отображение (сильный гомоморфизм) μ: $A \to Re^k$, удовлетворяющее условиям:

1) $P^{\mathfrak{I}}_i(a_1, \ldots, a_{mi}) \Leftrightarrow P^{\mathfrak{R}}_i(\mu a_1, \ldots, \mu a_{mi})$, $i = 0, 1, \ldots, n$;
2) $\mu\rho^{\mathfrak{I}}_j(a_1, \ldots, a_{mj}) \Leftrightarrow \rho^{\mathfrak{R}}_j(\mu a_1, \ldots, \mu a_{mj})$, $j = 1, \ldots, m$;
3) $\mu c^{\mathfrak{I}}_l = c^{\mathfrak{R}}_l$, $l \in I$.

Сильный гомоморфизм μ: $\mathfrak{I} \to \mathfrak{R}$ изоморфно отображает величину $\mathfrak{I}$ в числовую систему $\mathfrak{R}$. Введем обозначения: AC(T) – множество неприводимых (алгебраических) систем теории T; $AC_{\aleph}(T)$, $AC_{\omega}(T)$ – подмножества AC(T), содержащие системы не более чем континуальной и счетной мощности соответственно; $F(\mathfrak{I},\mathfrak{R})$ – множество шкал величины $\mathfrak{I}$.

Построенные по такой схеме числовые представления обладают следующими недостатками. В качестве числовых отношений и операций ис-

пользуется небольшое число математических действий. Этого достаточно для числового представления большинства числовых величин, но это препятствует числовому представлению многих других величин. Доказательство, что любая эмпирическая система, удовлетворяющая системе аксиом, сильным гомоморфизмом отображается в выбранную числовую систему, предъявляет чрезмерно сильные требования к системе аксиом. Приходится включать в нее аксиомы, не поддающиеся экспериментальной проверке, а также «чисто технические» аксиомы, не изменяющие множества экспериментально проверяемых следствий [68]. Это противоречит содержанию систем аксиом как результатам экспериментального анализа свойств величин. Такие аксиомы часто отражают свойства числовой системы, а не свойства величин.

В теории измерений исследуются три основные проблемы [68; 129].

Проблема существования. Для данной теории величины T найти достаточно простую и удобную числовую систему $\mathfrak{R}$ (например, поле вещественных чисел) и доказать, что для любой величины $\mathfrak{I} \in AC_{\aleph}(T)$ существует шкала ($F(\mathfrak{I},\mathfrak{R}) \neq \varnothing$). Из формулировки проблемы существования следует, что знаний T должно быть достаточно для выбора числовой системы $\mathfrak{R}$ и построения шкалы для любой системы $\mathfrak{I} \in AC_{\aleph}(T)$. Системы из $AC_{\aleph}(T)$ являются величинами, которые удовлетворяют нашим знаниям T о них и для которых мы можем построить числовое представление. Решение проблемы существования должно, кроме того, давать метод шкалирования приборов, измеряющих эти величины. Этот метод обычно извлекается из доказательства теоремы существования.

Проблема единственности. Для выбранной числовой системы $\mathfrak{R}$ определить все шкалы $F(\mathfrak{I},\mathfrak{R})$ величин $\mathfrak{I} \in AC_{\aleph}(T)$. Эти множества можно, в частности, определить, найдя группу допустимых преобразований [68].

Обычно требуется, чтобы не только числовая система, но и все множества $F(\mathfrak{I},\mathfrak{R})$ были просты и удобны. Простота и удобство нужны для решения следующей проблемы.

Проблема адекватности. Числовые утверждения должны быть инвариантны относительно произвола в выборе шкал из $F(\mathfrak{I},\mathfrak{R})$ (см. [68]).

Решение этих проблем позволяет корректно вводить числовые представления величин и в определенной степени корректно их использовать.

Пример. Система с отношениями $\mathbf{A} = \langle A,P \rangle$ называется полупорядком, если для любых $a,b,c \in A$ выполнена аксиома

$$(P(a,b)\&P(b,c) \Rightarrow \forall d(P(a,d) \vee P(d,c))).$$

Теорема [83]. Если $\mathbf{A} = \langle A,P \rangle$ полупорядок, то существует функция $U: A \to Re$ такая что:

$$P(a, b) \Leftrightarrow U(a) + 1 < U(b).$$

В теории измерений известны сотни шкал. Наиболее популярными являются следующие шкалы. Наиболее строгой является абсолютная шкала. Наиболее слабой является номинальная шкала. Между ними существует целый спектр шкал позволяющих сравнивать, складывать, умножать и делить числовые значения величин. Классификация типов шкал приведена в табл. 1. Базисом классификации является группа допустимых преобразований шкал. Наиболее сильная абсолютная шкала не позволяет преобразовывать данные. Наиболее слабая номинальная шкала допускает любые взаимно-однозначные преобразования значений шкалы. Промежуточные шкалы допускают разные группы преобразований – позитивные аффинные, линейные и т. д.

Таблица 1.

Числовые типы данных

Допустимые преобразования	**Группы допустимых преобразований**	**Шкалы**
$x \to f(x)$,	f:Re $\to$ (на) Re, взаимно-однозначные преобразования	Номинальная
$x \to f(x)$,	f:Re $\to$ (на)Re монотонные преобразования	Порядка
$x \to rx + s,\ r > 0$	Позитивная аффинная группа	Интервалов
$x \to tx^r,\ t,r > 0$	Степенная группа	Логарифмически-интервальная
$x \to x + s$	Группа сдвига	Разностей
$x \to tx,\ t > 0$	Группа подобия	Отношений
$x \to x$	Тождественная группа	Абсолютная

Группы преобразований используются для определения инвариантности законов природы. Законы должны быть инвариантны относительно групп преобразований шкал, иначе они зависят не только от природы, но и от нашего произвола в выборе единиц измерения. В § 43 дается определение инвариантности методов извлечения знаний относительно выбора единиц измерения используемых данных. Методы извлечения знаний также должны быть инвариантны относительно единиц измерения величин, иначе результаты предсказания будут зависеть от того в каких единицах измерения мы представили данные для анализа методом.

§ 8. Эмпирические аксиоматические теории и теория измерений

1. Эмпирические аксиоматические теории. Для того чтобы анализировать эмпирическое содержание данных, введем понятие эмпирической аксиоматической теории (ЭАТ). Как будет видно из дальнейших определений, ЭАТ наиболее точно отражают эмпирическое содержание данных.

Определение 1. Эмпирической аксиоматической теорией будем называть набор:

$$M = \langle Obs^V, V, W, S \rangle, \qquad (2)$$

где:

Obs^V – измерительная процедура, задающая интерпретацию символов словаря V. Ее применение к произвольному множеству объектов $A = \{a_1, ..., a_m\}$ дает формальную конечную конструкцию pr^V, состоящую из символов объектов $a_1, ..., a_m$, символов словаря V и, возможно, других вспомогательных символов. Эту конструкцию будем называть протоколом наблюдения, проведенного в соответствии с инструкцией Obs^V над множеством объектов A в словаре V. Будем предполагать, что измерительная процедура Obs^V применима к любому множеству объектов A. Это всегда можно сделать введением третьего значения истинности «не определено» для отношений из V. Кроме того, будем предполагать, что измерительная процедура определена настолько подробно, что после предъявления множества объектов A дальнейший ход измерений, вплоть до получения протокола, определяется однозначно. Таким образом, Obs^V можно определить как отображение, сопоставляющее каждому множеству объектов A протокол $pr^V = Obs^V(A)$, где pr^V – протокол наблюдения. Мы специально не будем конкретизировать вид этой формальной конструкции, так как в разных наблюдениях она может быть различной. Единственно, что всегда будет требоваться это точное определение истинности высказываний в словаре V на pr^V;

$V = \{P_1, ..., P_{n1}\}$ – словарь (сигнатура) наблюдаемых терминов. Будем предполагать, что равенство « = » всегда содержится в V;

$W = \{Q_1, ..., Q_{n2}\}$ – словарь (сигнатура) теоретических терминов. Отношения из W являются теоретическими конструктами, и идеализацией непосредственно наблюдаемых отношений $P_1, ..., P_{n1}$ словаря $V = \{P_1, ..., P_{n1}\}$. Взаимосвязь отношений теоретического и эмпирического уровня должна осуществляться с помощью правил соответствия;

$S = S^V \cup S^W \cup S^{V\cup W}$ – система аксиом в словаре VUW. Она включает аксиомы S^V в словаре V наблюдаемых терминов, аксиомы $S^{V\cup W}$ в объединенном словаре VUW и аксиомы в словаре теоретических терминов. Аксиомы $S^{V\cup W}$, включающие одновременно термины эмпирического и теоретического уровней, определяют правила соответствия [50; 138] между

этими уровнями. Эти правила должны выводиться из той естественнонаучной теории, в рамках которой описывается измерительная процедура Obs^V . Если правил соответствия нет, то нет и теоретического уровня. Тогда множества W, S^W U $S^{V \cup W}$ пусты, и эмпирическая аксиоматическая теория принимает вид

$$M = \langle Obs^V, V, S^V \rangle .$$

Будем говорить, что эмпирическая аксиоматическая теория имеет эмпирическую интерпретацию, если выполнены следующие условия: не только правила соответствия выводятся и интерпретируются в рамках рассматриваемой естественно-научной теории, но и измерительная процедура Obs^V, протоколы наблюдений pr^V, словари V и W и система аксиом S описываются в рамках этой теории. В дальнейшем мы будем рассматривать только эмпирически интерпретируемые эмпирические аксиоматические теории.

2. Связь понятий эмпирической аксиоматической теории и эмпирической системы.

Теория измерений базируется на аксиоматическо-репрезентационном подходе к измерениям («Axiomatic-Representational Viewpoint in Measurement» [129; p. 201]). Основным постулатом этого подхода является предположение о существовании эмпирической системы. «The most pervasive abstraction in measurement theory consists in formalizing basic observations as a relational structure, that is, a set with some primitive relations and operations. This abstraction arises from considering the nature of empirical, qualitative observations».

Разработка каждого конкретного числового представления требует решения трех проблем: одной концептуальной и двух математических (существования и единственности). Концептуальная проблема состоит в выборе примитивов – множества эмпирических отношений и операций, а также в выборе системы аксиом, которой должны удовлетворять эти примитивы. Решение данной проблемы разобьем на две самостоятельные проблемы:

1) выбор примитивов (множества отношений и операций) и выбор основного множества объектов (генеральной совокупности объектов);

2) выбор системы аксиом.

Первая из упомянутых проблем – выбор эмпирических отношений, операций и генеральной совокупности объектов – фиксирует в соответствии с основным постулатом теории измерений некоторую неизвестную нам эмпирическую систему (класс эмпирических систем). Но об этой эмпирической системе нам ничего неизвестно. Поэтому возникает вторая

проблема – выбрать некоторую гипотетическую систему аксиом, которой эта эмпирическая система должна удовлетворять.

Покажем, что объединение этих двух проблем в одну концептуальную проблему, принятое в теории измерений, некорректно с эмпирической точки зрения.

Во-первых, эти две проблемы совершенно различны в том отношении, что фиксируя примитивы и множество объектов мы фактически задаем некоторую неизвестную нам, но реальную и объективно существующую эмпирическую систему (класс эмпирических систем), в то время как выбор системы аксиом является чисто гипотетическим и задает некоторый гипотетический класс эмпирических систем, определяемый apriory, до всякой экспериментальной проверки. Объективно существующая эмпирическая система и гипотетический класс эмпирических систем строго говоря никак не связаны. Подтвердить, что реальная эмпирическая система действительно в каком-то смысле принадлежит классу гипотетических эмпирических систем могут только методы тестирования или обнаружения систем аксиом.

Во-вторых, первая проблема – проблема выбора примитивов и основного множества объектов – является проблемой эмпирического уровня и соответственно словаря V, в то время как проблема задания системы аксиом есть проблема теоретического уровня, решаемая в рамках аксиоматического подхода и соответственно словаря W. Смешение этих двух проблем в одну концептуальную проблему вводит неявное предположение, что эмпирическая система также задается на теоретическом уровне и представляет собой некоторую математическую структуру (класс структур), на которой должна быть выполнена система аксиом. Но это противоречит эмпиричности эмпирической системы. Фактически в теории измерений предполагается, что учет шумов, неточностей приборов, предрасположенностей испытуемого и т. д. не дело теории измерений. Теория измерений ввиду ее аксиоматического подхода к исследуемой реальности должна основываться на идеализированных эмпирических системах, в том смысле, что значения предикатов на объектах однозначно определены и не подвержены шумам, неточностям приборов, предрасположенностям испытуемых и т. д. На самом деле, мы никогда не имеем фиксированной и неизменной реальной эмпирической системы. Она постоянно меняется со временем и, например, в случаях ответов испытуемого может меняться очень быстро. Даже если мы имеем дело не с испытуемым, а с некоторым физическим экспериментом, то все равно наличие разнообразных шумов не позволяет надеяться на постоянство значений отношений и операций на одних и тех же объектах, что исключает существование фиксированной реальной эмпирической

системы. Теоретической модели для представления реальности, такой какой она есть в теории измерений не существует.

В-третьих, аксиоматический метод и требование истинности систем аксиом на эмпирической системе неизбежно влекут принцип фальсифицируемости при проверке аксиом на эмпирической системе. На самом деле этот принцип применим только в тех теориях, где нам известны все законы строения используемого прибора включая модели шумов. Только тогда мы в состоянии точно рассчитать, когда отклонения прибора допустимы и являются следствием шумов, а когда они действительно означают отклонения от теоретически вычисленных значений. Но этот принцип сильно ограничивает область применимости теории измерений, так как это невозможно сделать, например, для испытуемого, а также практически во всех других областях.

Приведенные рассуждения ставят такие проблемы:

1. Как теоретически описать реальность на эмпирическом уровне (проблема 1), не привлекая гипотетические предположения о системе аксиом?

2. Как системы аксиом не предполагать apriori, а некоторым образом открывать на эмпирической системе?

Эти проблемы в работе решаются следующим образом:

1) эмпирический уровень описывается эмпирической аксиоматической теорией, в которой эмпирический уровень описывается отдельно и явно вводится понятие измерительной процедур Obs;

2) системы аксиом не предполагаются apriory, а обнаруживаются на множестве экспериментов полученных процедурой Obs как законы этих экспериментов (см. § 22);

Понятие эмпирической системы, как оно понимается в теории измерений, должно определяться в терминах эмпирической аксиоматической теории как модель системы некоторой аксиом S^W в словаре W:

$$M = \langle A; W \rangle \tag{3}$$

Эмпирическая система является неприводимой моделью системы аксиом S^W [68]. Смысл неприводимости состоит в том, что любые два объекта $a, b \in A$ были различимы с помощью отношений из W. Понятием эмпирической системы мы будем пользоваться в указанном смысле. Сама система аксиом S^W должна обнаруживаться на эмпирическом уровне V и лишь после многочисленных проверок (на максимальную специфичность и непротиворечивость, см. § 32) может быть переведена на теоретический уровень.

§ 9. Представление известных типов данных в эмпирических аксиоматических теориях

Анализ эмпирического содержания данных должен начинаться с представления соответствующих данных в эмпирических аксиоматических теориях. Покажем, каким образом такие известные типы данных, как парные сравнения, множественные сравнения, матричное представление бинарных отношений, матрицы упорядочений, матрицы близости и матрицы объект–признак, могут быть представлены в эмпирических аксиоматических теориях. Эти типы данных встречаются в таких областях, как экспертное оценивание, социология, психология, психофизика, геология, медицина, сельское хозяйство и т. д. Все эти области характеризуются тем, что в них встречаются признаки и величины самой разнообразной природы. Данный параграф преследует следующие цели.

1. Показать, что эмпирические аксиоматические теории являются довольно общим способом представления данных. Это следует из того, что они позволяют представлять известные типы данных, смеси различных данных, признаки и величины, не имеющие числового представления и данные, измеренные в различных шкалах.

2. Привести для каждого типа данных, используя представление их в эмпирических аксиоматических теориях, относящиеся к ним результаты теории измерений. Эти результаты включают в себя системы аксиом в языке первого порядка и теоремы представления и единственности, указывающие, какие числовые представления для данных систем аксиом существуют. Применяя метод обнаружения законов к данным, представленным в рамках эмпирических аксиоматических теорий, можно выяснить а какие на самом деле системы аксиом теории измерений выполнены на этих данных и построить соответствующие им числовые представления величин и законов. По шкалам величин можно определять группы допустимых преобразований, что позволяет корректно применять методы анализа данных, инвариантные относительно соответствующих групп допустимых преобразований.

3. Для каждого типа данных привести основные существующие в настоящее время методы их обработки.

Рассмотрим сначала данные, в которых многоместные отношения возникают естественным образом в силу специфики самого объекта исследования. Как отмечается в работах [1; 52; 74; 82], источником информации часто являются суждения человека. Многие эксперименты показали, что человек более правильно и с меньшими затруднениями отвечает на вопросы качественного, в частности сравнительного, характера, чем количественного. В различных дисциплинах человек называется по-разному: как

эксперт в экспертных оценках, как испытуемый в психологии и психофизике, как респондент в социологии, как пациент в медицине и т. д.

1. Парные сравнения. Результаты, полученные по методу парных сравнений, можно представить в виде четырехмерной матрицы (x_{ijst}) [43; 49; 74; 85], где i, j - номера сравниваемых объектов, взятых из некоторого множества $A = \{a_1, ..., a_m\}$, $s = 1, ..., n$ – номер экспертов, сравнивающих объекты из A; $t = 1, ..., r_s$ – номер сравнения (пары объектов одним и тем же экспертом могут сравниваться r_s раз). Обозначим объект a_i, сравниваемый экспертом s в сравнении с номером t, через a^{st}_i. Тем самым мы предполагаем, что сам объект и эксперт могут изменяться от сравнения к сравнению. Значение $x_{ijst} = 0(1)$, если объект a^{st}_i предпочтительнее, чем объект a^{st}_j.

Методы парного сравнения используются в социологии в экспертных оценках, психологии и в других областях. Целью этих методов является получение полного упорядочения объектов множества A. Для получения такого упорядочения в разных методах используются различные априорные предположения, формализованные в виде моделей парного сравнения [43; 49]. Этими моделями и определяются области применимости соответствующих методов. Определим, какие эмпирические аксиоматические теории соответствуют методам парного сравнения. Для методов парного сравнения сделаем это подробно. Матрицу (x_{ijst}) можно понимать как матричную запись значений истинности n бинарных отношений предпочтения $P_1, ..., P_n$ соответствующих предпочтениям n экспертов: $P_s(a^{st}_i, a^{st}_j) \Leftrightarrow (x_{ijst} = 1)$. Кроме того, у нас определено отношение равенства = между объектами. Равенство $a^{st}_i = a^{st}_j$ определено для объектов a^{st}_i, a^{st}_j, сравниваемых экспертом s в сравнении t, и истинно тогда и только тогда, когда эти объекты совпадают.

Определим еще отношение эквивалентности ~, указывающее, что в разных сравнениях с разными экспертами участвует один и тот же объект из $A = \{a_1, ..., a_m\}$, $a^{s1t1}_i \sim a^{s2t2}_j \Leftrightarrow i = j$. Словарем наблюдаемых терминов V, таким образом, является множество $V = \{=, \sim, P_1, ..., P_n\}$. Определим протокол pr^V, являющийся представлением матрицы (x_{ijst}) в эмпирической аксиоматической теории. Пусть $A = \{a^{st}_i\}$. Только одно отношение ~ из V определено на всем множестве A. Отношения P_s определены только на таких парах объектов a^{s1t1}_i, a^{s2t2}_j, для которых t1 = t2, s1 = s2. Введем для отношений из V третье значение истинности «не определено». Доопределим отношения =, $P_1, ..., P_n$ на всем множестве A с помощью этого значения. Тем самым мы определили предикаты из V на всем множестве A, что дает нам в качестве протокола наблюдения pr^V модель $pr^V = \langle A; V\rangle$. Инструкция к наблюдениям Obs^V, дающая в результатате наблюдения над множеством A протокол pr^V, $Obs^V(A) = pr^V$, состоит в том, чтобы провести все наблюде-

ния, необходимые для получения матрицы (x_{ijst}), и преобразовать её в модель pr^V. Словарем W будет множество $W = \{=, \approx, P_1, ..., P_n\}$. Множества аксиом S^V и S^W содержат аксиомы, которым удовлетворяют отношения из V и W. Эти множества могут отличаться друг от друга, поскольку, например, свойство транзитивности может выполняться для отношения $\approx$ и не выполняться для отношения $\sim$. Аксиомы из $S^{V \cup W}$ должны следовать из тех знаний и представлений об учете точности измерения, возможностях идеализации, которые сложились в рассматриваемой области.

Итак, мы определили эмпирические аксиоматические теории для методов парного сравнения. Результаты теории измерений, относящиеся к словарю V, будут приведены в п. 3.

2. Множественные сравнения [82; 85]. Пусть дано множество объектов $A = \{a_1, ..., a_m\}$. Группе из n экспертов поочередно предъявляются все возможные наборы из k объектов множества A. Каждый эксперт должен упорядочить каждый набор в соответствии с некоторым предпочтением. Обозначим через $a_i{}^{ts}{}_l$ тот факт, что объект с номером i в наборе с номером t экспертом s был поставлен на l-е место, $i = 1, ..., m$; $s = 1, ..., n$; $t = 1, ..., C_m{}^k$; $l = 1, ..., k$. Множество полученных упорядоченных наборов обозначим через $R = \{\langle a_{i1}{}^{ts}{}_1, a_{i2}{}^{ts}{}_2, ..., a_{ik}{}^{ts}{}_k \rangle\}$.

Целью методов множественного сравнения является построение результирующего упорядочения объектов по полученным упорядочениям из R. Эти методы также опираются на определенные априорные предположения в виде моделей множественного сравнения. Этими моделями задается тем самым их область применимости.

Поставим в соответствие каждому эксперту s отношение предпочтения $P_s(a_{i1}{}^{ts}{}_{l1}, a_{i2}{}^{ts}{}_{l2}) \Leftrightarrow l1 < l2$. Определим два отношения эквивалентности $\sim$ и $\sim_t$:

$$a_{i1}{}^{t1s1}{}_{l1} \sim a_{i2}{}^{t2s2}{}_{l2} \Leftrightarrow i1 = i2;$$

$$a_{i1}{}^{t1s1}{}_{l1} \sim_t a_{i2}{}^{t2s2}{}_{l2} \Leftrightarrow t1 = t2;$$

и отношение равенства =

$$a_{i1}{}^{ts}{}_{l1} = a_{i2}{}^{ts}{}_{l2},$$

истинное тогда и только тогда, когда в сравнении объектов из набора с номером t экспертом s объекты с именами $a_{i1}{}^{ts}{}_{l1}$ и $a_{i2}{}^{ts}{}_{l2}$ равны между собой. Получим словарь наблюдаемых терминов $V = \{=, \sim, \sim_t, P_1, ..., P_n\}$ для методов множественного сравнения. Представление данных R в эмпирических аксиоматических теориях задается моделью pr^V, определенной на множестве $A = \{a_i{}^{ts}{}_l\}$, $s = 1, ..., n$; $s = 1, ..., C_m{}^k$; $i = 1, ..., m$; $l = 1, ..., k$. Отношения из V доопределяются на всем множестве A с помощью значения «не определено». Результаты из теории измерений, относящиеся к словарю V, также будут приведены в п. 4.3.

3. Матричное представление бинарных отношений. Бинарное отношение P(a,b), определенное на множестве объектов $A = \{a_1, ..., a_m\}$, задается матрицей (e_{ij}), i, j = 1, ..., m; где $e_{ij} = 1(0)$ означает, что $P(a_i, a_j)$ истинно (ложно). Такой матрицей можно задать произвольное бинарное отношение на множестве A. Такое представление широко используется в работах [1; 39; 60; 63; 86] ввиду его привычности и простоты. Наиболее часто используются отношения эквивалентности, квазипорядка, частичного порядка и лексикографического порядка. Данные, включающие эти отношения, встречаются в следующих задачах:

3.1. Отношение эквивалентности. Задает некоторое разбиение множества объектов. С его помощью задают: номинальные признаки (признаки в шкале наименований), в частности признаки, определяющие принадлежность к образу в распознавании образов; результаты классификации, таксономии и кластеризации, полученные как опросом экспертов, так и применением машинных методов.

3.2. Отношения порядка и квазипорядка. Любой признак измеримый в шкале порядка, задает некоторое отношение порядка, например, шкала Морса твердости минералов или шкала силы ветра. Упорядочения объектов экспертами. Упорядочения, получаемые методами ранжирования.

3.3. Отношения частичного и древовидного порядка. Возникают в лингвистике при построении дерева связей. В иерархической классификации, при задании вложенных классов или таксонов. В психологии и других областях, при задании дерева целей. В социологии [73; 81] отмечается, что для социологических данных более типичны отношения частичного порядка и толерантности, чем порядка и квазипорядка. В психологии также возникают не транзитивные предпочтения [54].

Матрица бинарного отношения фиксирует некоторое бинарное отношение P, которое включается в словарь V = {P} эмпирической аксиоматической теории M. Протокол наблюдения pr^V определим как модель $pr^V = \langle A;P\rangle$. В качестве словаря теоретических терминов возьмем словарь W = {P}.

Приведем результаты теории измерений, относящиеся к словарям V, включающим одно бинарное отношение P.

3.4. Отношение толерантности:

$$P(a, a);$$

$$P(a, b) \Leftrightarrow P(b, a).$$

3.5. Отношение эквивалентности:

$$P(a, a);$$

$$P(a, b) \Leftrightarrow P(b, a);$$

$$P(a, b)\&P(b, c) \Rightarrow P(a, c).$$

3.6. Отношение частичного порядка, для любых a, b, c $\in$ A:

$$P(a, a);$$
$$P(a, b)\&P(b, c) \Rightarrow P(a, c).$$

Числового представления не существует.

3.7. Отношение интервального упорядочения для любых a, b, c, d $\in$ A:

$$\neg P(a, a);$$
$$P(a, b)\&P(c, d) \Rightarrow (P(a, d) \vee P(c, b)).$$

Числовое представление существует. Существуют две вещественнозначные функции U, s:A $\rightarrow$ Re^+, такие, что для любых a, b $\in$ A

$P(a, b) \Leftrightarrow (U(a) + s(a)) < U(b)$.

3.8. Отношение полупорядка. Отношение P называется отношением полупорядка, если оно является отношением интервального порядка и для любых a, b, c, d $\in$ A удовлетворяет аксиоме

$$P(a, b)\&P(b, c) \Rightarrow P(a, d) \vee P(d, c).$$

Числовое представление существует. Существует вещественнозначная функция U: A $\rightarrow$ Re такая, что для любых a, b $\in$ A

$$P(a, b) \Leftrightarrow (U(a) + 1) < U(b).$$

3.9. Отношение древовидного порядка. Отношение P называется отношением древовидного порядка, если оно является отношением строгого частичного порядка и для любых a, b, c $\in$ A удовлетворяет аксиоме

$$P(a, b)\&P(a, c) \Rightarrow (P(b, c) \vee P(c, b)).$$

Числового представления не существует.

3.10. Отношение квазипорядка для любых a, b, c $\in$ A удовлетворяет аксиомам

$$P(a, a);$$
$$P(a, b)\ \&\ P(b, c) \Rightarrow P(a, c).$$

Числового представления не существует.

3.11. Отношение слабого порядка (квазисерии [83; с.36], предпорядки [Там же; с.36]) для любых a, b, c $\in$ A удовлетворяет аксиомам

$$P(a, b) \vee P(b, a);$$
$$P(a, b)\&P(b, c) \Rightarrow P(a, c).$$

Если упорядоченная система $\langle A; P \rangle$ имеет счетную базу, то числовое представление существует [86; с. 76].

Не все из приведенных отношений имеют числовые представления. Поэтому не всегда данные, содержащие бинарные отношения, можно представить в некотором числовом пространстве.

Рассмотрим, какие в настоящее время существуют методы обработки бинарных отношений. Большинство методов используют для обработки матриц расстояния или меры близости между матрицами. Эти расстояния и меры вводятся исходя либо из систем аксиом, либо из статистических

предположений и свойств самих отношений, как, например, коэффициенты Стьюарта, ранговой корреляции Кендала, Спирмена, Юла, информационные меры и т. д. Введение расстояний и мер близости связано с определенными дополнительными предположениями, которые, в свою очередь, определяют области применимости соответствующих методов. К методам, использующим расстояния, относятся методы анализа структуры связей между объектами, методы классификации, методы построения регресссии и др.

4. Матрицы упорядочений: (r_{ij}), $i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$; r_{ij} – оценка i-го объекта по j-му признаку. Такие матрицы могут выражать либо упорядочения k объектов n экспертами, либо упорядочения k объектов по n ранговым признакам [82]. Такие матрицы обрабатываются методами многомерного шкалирования [85] и методами ранжирования [43], а также некоторыми из методов обработки матричного представления бинарных отношений (см. п. 3).

Поставим в соответствие каждому признаку j отношение P_j, определенное следующим образом:

$$P_j(a_{i1}, a_{i2}) \Leftrightarrow r_{i1j} < r_{i2j} .$$

Получим совокупность бинарных отношений, образующую словарь наблюдаемых терминов $V = \{P_1, \ldots, P_n\}$. Пусть $A = \{a_1, \ldots, a_m\}$ – множество объектов, на которых получена матрица упорядочений. Тогда протоколом pr^V наблюдения над множеством A в словаре V будет модель $pr^V = \langle A; P_1, \ldots, P_n \rangle$.

В теории измерений разработано много систем аксиом, определяющих взаимодействие нескольких отношений порядка.

5. Матрицы близости. Пусть дано некоторое множество объектов $A = \{a_1, \ldots, a_m\}$. Матрицей близости для этих объектов называется матрица (r_{ij}), $i, j = 1, \ldots, m$; r_{ij} – числовые оценки меры близости (сходства или различия) в порядковой шкале (имеет смысл только сравнение величин $r_{i1j1} < r_{i2j2}$). Такие матрицы возникают в различных областях при сравнении или оценке экспертом двух объектов в некотором отношении.

Матрицы близости обрабатываются методами многомерного неметрического шкалирования (см. обзоры [80] и работы [1; 85]). Целью этих методов является представление объектов точками в некотором метрическом пространстве (Евклидовом или Римановом) минимальной размерности так, чтобы расстояния t_{ij} между ними с точностью до порядка соответствовали бы величинам r_{ij}. Некоторые из этих методов в том же метрическом пространстве, называемом в этом случае объединенным психологическим пространством, представляют также и экспертов. Экспертам ставятся в соответствие точки, прямые или какие-либо другие подмножества метрического пространства. Каждый метод исходит из некоторой модели взаимо-

действия объекта и субъекта. Эти методы обладают следующими общими недостатками. Во-первых, нет критериев проверки применимости той или иной модели к имеющимся данным. Во-вторых, не каждую матрицу близости можно вложить в конечномерное Евклидово или даже Гильбертово пространство.

После применения методов многомерного шкалирования мы получаем представление данных в метрическом пространстве. Эти данные можно записать в виде матрицы объект-признак, которые будут рассматриваться ниже.

Определим на множестве A отношение

$$P(a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}) \Leftrightarrow r_{i1i2} < r_{i3i4}.$$

Так как это отношение определено на всем множестве A, то протоколом pr^V в словаре $V = \{P\}$ будет модель $pr^V = \langle A; V\rangle$.

В теории измерений эмпирические системы, включающие подобные четырехместные отношения, обозначаются как $M = \langle A^*; \leq \rangle$, где $A^* \subset AxA$, $\leq$ – бинарное отношение упорядочения, определенное на A^*. Приведем некоторые результаты теории измерений, относящиеся к таким эмпирическим системам.

5.1. Шкала положительных разностей [129; с. 147]. Существует гомоморфизм $\Phi : A^* \rightarrow Re$, $A \neq \varnothing$, такой, что для любых пар (a, b), (b, c), (c, d) из A^* :

$$(a, b) \leq (c, d) \Leftrightarrow \Phi(a, b) \leq \Phi(c, d),$$
$$\Phi(a, c) = \Phi(a, b) + \Phi(b, c).$$

Отображение Φ единственно с точностью до положительного множителя (шкала отношений).

5.2. Шкала алгебраических разностей [Там же; с. 151]: $A^* = A \times A$. Существует гомоморфизм $\Phi: A \rightarrow Re$ такой, что для любых $a, b, c, d \in A$

$$(a, b) < (c, d) \Leftrightarrow (\Phi(a) - \Phi(b)) < (\Phi(c) - \Phi(d)).$$

Отображение Φ, обладающее этим свойством, единственно с точностью до лог-линейных преобразований (шкала интервалов).

5.3. Шкала разностей равных конечных промежутков [Там же; с. 168]: $A^* = A \times A$, A – конечно, $A^* \neq \varnothing$. Существует гомоморфизм $\Phi : A \rightarrow N$ (натуральные числа), такой, что для любых $a, b, c, d \in A$

$$(a, b) \leq (c, d) \Leftrightarrow \Phi(a) - \Phi(b) \leq \Phi(c) - \Phi(d).$$

Отображение Φ единственно с точностью до линейных преобразований (шкала интервалов).

5.4. Шкала абсолютных разностей: [Там же; с. 172]: $A^* = A \times A$. Существует гомоморфизм $\Phi : A \rightarrow Re$ такой, что

$(a, b) < (c, d) \Leftrightarrow |\Phi(a) - \Phi(b)| < |\Phi(c) - \Phi(d)|.$

Отображение Φ единственно с точностью до линейных преобразований

(шкала интервалов).

6. Матрица объект-признак (x_{ij}), $i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$; x_{ij} – числовое значение j-го признака на i-м объекте. Признаки могут быть самыми произвольными как количественными, так и качественными. Тот факт, что такая матрица получена в результате некоторых измерений (опросов, экспериментов, обследований и т. д.), говорит о том, что существует n приборов или измерительных процедур, сопоставляющих каждому из m объектов числовые значения $x_{ij} = x_j(a_i)$ соответствующих признаков.

Данные такого типа имеют наибольшее распространение: анкетирование, тестирование, разнообразные социологические опросы, экспертное оценивание, карты обследований, геологоразведка, экспериментальные данные и т. д. Большинство известных методов предназначено для обработки именно таких данных. Общим ограничением этих методов является то, что они ориентированы на числовые данные, включающие признаки, измеряемые только в сильных шкалах.

Сопоставим каждому признаку x_j словарь V_j. Рассмотрим два случая:

1. Прибор x_j является хорошо изученным прибором, например, измеряющим некоторую физическую величину, и решаемая задача относится к области физики. Тогда словарь V и эмпирические аксиоматические теории этих величин известны [42; 47].

2. Эмпирическая система прибора x_i не полностью или не достаточно точно определена, либо решаемая задача не может быть описана в рамках физики. Такие измерения называют приборными [68–69] или косвенными измерениями. Примерами таких измерений являются различные результаты тестирования, социологического опроса, балльные оценки, субъективные оценки и т. д. Все эти величины характеризуются тем, что предметная область, в рамках которой они рассматриваются, недостаточно разработана и поэтому эмпирические системы величин не полностью известны (хотя сам прибор, как, например, физические приборы известны хорошо). В этом случае прибор или тестирование дают нам косвенные измерения интересующих нас величин.

Как справедливо отмечается в [68; с. 34], «единственность показания прибора определяется единственностью используемых первичных или производных числовых представлений, а совсем не методом, как это обычно кажется, калибровки прибора. Тот факт, что приборные измерения массы приводят к шкале отношений, связано вовсе не с тем, что на циферблате нанесены равные деления».

Рассмотрим, как можно определить словарь V_j приборных измерений.

Для любого числового отношения $R(y_1, \ldots, y_k)$, определенного на Re (множестве действительных чисел), можно определить следующее эмпирическое отношение на множестве объектов A:

$$P^{R}_{j}(a_1, \ldots, a_k) \Leftrightarrow R(x_j(a_1), \ldots, x_j(a_k)).$$

Это отношение может не иметь эмпирической интерпретации. Прибор $x_j(a)$ имеет эмпирическую интерпретацию, но связь его значений отношением R может уже не иметь эмпирическую интерпретацию. Поэтому нужно найти такие числовые отношения на Re, для которых отношение P^{R}_{j} имело бы эмпирическую интерпретацию. Предположим, что мы перебрали некоторые, наиболее распространенные числовые отношения и нашли, что отношения $P^{R1}_{j}, \ldots, P^{Rk}_{j}$ имеют эмпирическую интерпретацию. Данное множество отношений не пусто, так как по крайней мере отношение $P^{=}_{j}$ имеет эмпирическую интерпретацию. Если имеет смысл величина $x_j(a_1)$, то смысл отношения

$$P^{=}_{j}(a_1, a_2) \Leftrightarrow x_j(a_1) = x_j(a_2)$$

состоит в том, что на объектах a_1 и a_2 величина x_j принимает одно и то же значение. Отношение $P^{=}_{j}$, как правило, является отношением эквивалентности. В теории измерений известно много систем аксиом, использующих для некоторых величин только отношение $P^{=}_{j}$ и приводящих, тем не менее к сильным шкалам. Поэтому наличие в языке эмпирических систем одного лишь отношения $P^{=}_{j}$ может много дать. Определим словарь V_j приборного измерения x_j как множество $\{P^{R1}_{1}, \ldots, P^{R1}_{j}\}$.

В качестве словаря наблюдаемых терминов для всей матрицы объект-признак возьмем словарь $V = V_1 \cup \ldots \cup V_n$.

Протокол pr^{V} результатов наблюдения в словаре V, соответствующий матрице объект-признак, определим так же, как и в предыдущих пунктах.

Из приводимых примеров можно понять, как другие, не рассмотренные здесь, способы представления данных могут быть представлены в рамках эмпирических аксиоматических теорий. Общим аргументом в пользу универсальности эмпирических аксиоматических теорий является методологический принцип теории измерений, состоящий в том, что отношения первичны, а свойства (числовые представления) вторичны. Свойства – это сжатое, закодированное числами представление отношений.

§ 10. Критический анализ методов анализа данных

Проведем критический анализ методов обработки матриц объект-признак. Эти методы, за редким исключением, применяются следующим образом: данные либо усиливаются (в смысле теории измерений) путем абсолютизации числовых значений величин (т. е. с числами разрешается производить любые математические действия вне зависимости от их осмысленности и интерпретируемости), либо сводятся к дискретным данным путем различного рода градуирований. В первом случае вносится бессмысленная информация, которая проявляется в том, что невозможно приемлемым образом проинтерпретировать полученные результаты (или точ-

нее, эти результаты не инвариантны относительно допустимых преобразований шкал), во втором случае часть информации теряется. Поясним этот тезис.

Рассмотрим отдельно шесть случаев:

1. Матрица объект-признак содержит только физические величины, и apriory известно, что решаемая задача относится к области физики. В этом случае эмпирические системы величин известны и применение перечисленных выше методов анализа данных наиболее обоснованно. Но даже в этом случае возникают следующие трудности:

а) так как величины являются физическими, и закономерная связь между величинами физически интерпретируема, то, как следует из теории измерений, эти величины измеряются в шкале отношений или лог-интервальной шкале. Требование инвариантности методов обработки данных относительно допустимых преобразований шкал является необходимым критерием осмысленности получаемых методами результатов – результаты обработки данных не должны зависеть от нашего произвола в выборе числовых представлений величин и, в частности, от произвола в выборе единиц измерения. Проверка методов обработки данных на инвариантность и поиск инвариантных методов, как показано в работах [55; 71–72], является трудной математической задачей. Показано, что далеко не всякий метод инвариантен относительно допустимых преобразований шкал.

Требование инвариантности не является тем не менее достаточным критерием осмысленности.

б) Даже если метод обработки данных инвариантен относительно допустимых преобразований шкал, то, как показано в теории измерений [68; 129], это еще не означает, что результаты обработки данных интерпретируемы в терминах отношений из эмпирических систем. Такому более сильному требованию на интерпретируемость удовлетворяют основные законы классической физики, но существующие методы обработки данных ему, как правило, не удовлетворяют. Тем не менее для многих практических задач требуется именно такая интерпретируемость – в системе понятий предметной области, в которой интерпретируются измерительные процедуры эмпирических систем и решаемая задача. Только при такой интерпретации результаты обработки данных будут результатами для соответствующей предметной области.

Инвариантные методы удовлетворяют более слабому требованию на интерпретируемость. Если методом, например, аппроксимации установлено, что величины $y, x_1, \ldots, x_n$ в матрице объект-признак связаны зависимостью $y = f(x_1, \ldots, x_n)$ то, хотя мы и не можем проинтерпретировать функцию f в терминах отношений из эмпирических систем или вывести ее из

соответствующих систем аксиом, как это имеет место для законов классической физики, но мы можем проинтерпретировать отношение равенства =. Интерпретация равенства означает, что относительно величины y мы можем сказать только то, что она является некоторой функцией величин $x_1, \ldots, x_n$. Относительно самой функции мы ничего более сказать не можем. То же самое верно и для других методов. Например, в задачах распознавания образов не интерпретируются решающие правила, задаваемые функциями, а интерпретируется только решение - принадлежность первому или второму образу. В некоторых методах таксономии не интерпретируются функции, определяющие вид таксонов, а интерпретируется только принадлежность первому, второму таксону и т. д.

2. Матрица объект–признак содержит только физические величины, но рассматриваемая задача не является физической, а, например, геологической, медицинской, сельскохозяйственной и т. д. В этом случае шкалы рассматриваемых физических величин не известны, так как не известны их множества допустимых преобразований. Допустимые преобразования определяются эмпирической и числовой системами. Если рассматриваемые величины физические, то эмпирические системы должны быть физически интерпретируемы. Если решаемая задача также физическая, то интерпретация эмпирической системы сохраняется. Если же решаемая задача принадлежит к другой области, то необходимо проверить, можно ли проинтерпретировать измерительную процедуру и отношения из эмпирической системы в терминах этой предметной области. Если какие-то отношения нельзя проинтерпретировать, то эмпирическую систему следует изменить, убрав, например, некоторые отношения. Это изменит эмпирическую систему и множество допустимых преобразований. Например, для многих физических величин существует эмпирически интерпретируемое физическое отношение $\bullet$, обладающее свойствами операции сложения. Для физических величин, не имеющих этой операции, она определяется с помощью закона, связывающего эту величину с двумя другими физическими величинами, имеющими такое отношение. Примером может служить температура, измеряемая посредством термометра. Температура не имеет отношение $\bullet$ но его можно определить с помощью термометра, используя закон, связывающий температуру с длиной ртутного столба в термометре. Отношение $t_1 \bullet t_2 \sim t_3$ будет иметь место тогда и только тогда, когда для длин e_1, e_2, e_3 ртутного столба выполнено отношение $e_1 \bullet e_2 \sim e_3$. Рассмотрим это же отношение в случае, если решаемая задача относится к области медицины. Матрица объект-признак для медицинской задачи может содержать различные физические величины характеризующие больных - температуру, давление, рост, вес и т. д. Отношение $t_1 \bullet t_2 \sim t_3$, обладающее свойствами операции сложения, в медицине не интерпретируемо. При существую-

щем уровне наших знаний невозможно придумать такую операцию или процедуру над больным, имеющую медицинский смысл, чтобы из двух его температур t_1 и t_2 можно было получить температуру $t_1 \bullet t_2$. Но, может быть, операцию $t_1 \bullet t_2$ можно проинтерпретировать с помощью закона, связывающего температуру с какой-нибудь другой величиной, например ростом, весом, возрастом и т. д., как это имеет место в физике с термометром. При существующем уровне наших знаний это также представляется невозможным. Таким образом, операцию $e_1 \bullet e_2$ в медицине проинтерпретировать не удается. Тогда эмпирическая система температуры для медицинских задач должна быть какой-то другой, например содержать только отношение порядка. Отсюда следует, что множество допустимых преобразований величины «температура» не определено и, значит, у нас нет даже необходимого критерия осмысленности результатов обработки данных – инвариантности относительно множества допустимых преобразований, так как это множество неизвестно. Зависимость типа шкал от того, в какой области знаний они рассматриваются, признается и другими авторами. Несмотря на это, числовые методы широко применяются для решения различных нефизических задач.

Какую же пользу несет применение этих методов? Как и в п. 1, подпункте «б», интерпретируемым остается только отношение равенства, но уже не относительно инвариантной функции f, а относительно параметризованного семейства таких функций (определение адекватной параметризации см. в работе [68; с. 48]). Это относится и к решающим правилам, и к функциям регрессии и т. д. Решающие правила позволяют по величинам $x_1, \ldots, x_n$ осуществлять предсказания принадлежности к образу; функции, описывающие таксоны, позволяют классифицировать объекты и т. д. В получении предсказаний с помощью параметризованных семейств функций и состоит польза от применения числовых методов.

Таким образом, этими методами задача предсказания решается. Однако задача обнаружения закономерностей в этом случае смысла не имеет. Закономерности должны отражать изучаемую нами действительность, а не наш произвол в выборе числовых представлений. Поэтому они должны быть инвариантны относительно допустимых преобразований шкал. В теории измерений это требование формулируется как требование адекватности, но так как множество допустимых преобразований не известно, то мы не можем найти адекватные функциональные зависимости.

3. Матрица объект–признак содержит нефизические количественные величины. Так как для нефизических количественных величин твердо установленных шкал практически не существует, то неопределенность во множестве допустимых преобразований еще больше. Поэтому мы придем к тому же выводу, что и в п. 2.

4. Матрица объект-признак содержит только дискретные данные (все признаки измерены в шкале наименований). В этом случае все обстоит достаточно благополучно потому, что для шкал наименований нет, практически, разницы между эмпирической и числовой системами. Числа в шкале наименований играют роль имен, а не собственно чисел. Требование инвариантности относительно допустимых преобразований переходит в этом случае в требование инвариантности относительно переименований значений признаков. Этому требованию существующие методы, как правило, удовлетворяют. Они удовлетворяют и более сильному требованию на интерпретируемость, рассмотренному в п. 1 подпункте «б» – интерпретируемости в терминах отношений из эмпирических систем. Это следует из представимости дискретных данных в рамках эмпирических систем с помощью одноместных отношений. Методы обработки дискретных данных также нетрудно представить, как методы обработки данных в терминах одноместных отношений.

5. Матрица объект–признак содержит не количественные и не дискретные величины, а, например, ранговые, балльные, полупорядковые, балльные со сложением и т. д. В этом случае мы получим те же выводы, что и в п. 3. Отличие состоит в том, что такие матрицы часто пытаются свести к матрицам, содержащим только дискретные величины. Это делается путем различного рода градуирований и разбиений значений признаков. Можно показать, что при таком сведении теряется довольно много существенной информации.

6. Матрица объект–признак содержит смесь различных данных. В этом случае возникают все из упомянутых уже трудностей и, кроме того, возникает необходимость разрабатывать методы, оперирующие смешанными данными. В настоящее время уже разработаны некоторые методы обработки смесей данных. При этом, как правило, для каждого сочетания различных данных разрабатываются свои методы.

§ 11. Представление законов в теории измерений

Известно, что законы классической физики просты. Дадим объяснение этому факту. Это объяснение получено сразу в двух теориях: в теории измерений [68; 129] и теории физических структур [56–59]. В теории измерений показывается, что система физических величин и связывающие их фундаментальные физические законы просты потому, что они получены процедурой одновременного шкалирования величин и законов [11–12; 13]. При одновременном шкалировании, например, величин x, y, z можно одновременно получить шкалы всех трех величин x, y, z да еще так, что они будут связаны законом $y = x + z$. Когда шкалируются все величины, входящие в некоторый закон, то шкалы величин одновременно согласуются

так, чтобы закон имел заданный простой вид. Тогда возникает следующий вопрос (который, кстати, не был поставлен в теории измерений): а для каких функциональных зависимостей, выражающих некоторый закон, существуют процедуры одновременного шкалирования величин, приводящие к этому закону? На этот вопрос дает ответ теория физических структур: все функциональные зависимости, выражающие некоторый закон, представимы в виде некоторой классификации, приведенной в работе [64]. Все остальные функциональные зависимости, выражающие закон, могут быть приведены к одному из видов этой классификации путем некоторого монотонного преобразования всех трех величин, т. е. процедурой одновременного перешкалирования всех трех величин.

Приведенный результат показывает, что все законы находятся с точностью до некоторого монотонного преобразования входящих в закон величин. И с точностью до произвольного монотонного преобразования все законы можно просто перечислить в виде некоторой классификации [Там же]. Все законы этой классификации просты. Вся сложность закона, переходит в монотонное преобразование всех величин, которая осуществляется процедурой одновременного шкалирования.

В данной работе мы проиллюстрируем эту идею на простейшем законе вида $y = x + z$. Определим класс функций F, в котором каждая функция f будет приводиться к виду $y = x + z$ перешкалированием величин. Класс F определим через свойства функций, выраженных некоторой системой аксиом в терминах отношений $\geq$, $=$.

Предположим, что в некотором эксперименте взаимодействие двух величин дает третью величину $y = f(x, z)$. Предположим также, что результаты эксперимента представляются наборами чисел $\langle y, x, z\rangle$. Для величины y интерпретируемо отношение порядка $\geq$ на Re, а для величин x, z – отношение равенства.

Определим класс функций F на $X_f \times Z_f$, $X_f, Z_f \subset \mathrm{Re}$, $X_f, Z_f \neq \varnothing$, таких, что функция $f \in F$ определена на $X_f \times Z_f$ и удовлетворяет свойствам 1–5 аддитивной соединительной структуры (additive conjoint structure) [129; с. 256].

1*) $\forall z_1, z_2, \exists x\, (f(x, z_1) \geq f(x, z_2) \Rightarrow \forall x'(f(x', z_1) \geq f(x', z_2)))$;

2) $\forall x_1, x_2, x_3, z_1, z_2, z_3((f(x_1, z_2) \approx f(x_2, z_1))\&(f(x_1, z_3) \approx f(x_3, z_1)) \Rightarrow (f(x_2, z_3) \approx f(x_3, z_2))$;

3) для любых трех из четырех значений of x_1, x_2, z_1, z_2 существует четвертое такое что $f(x_1, z_2) = f(x_2, z_1)$;

4*) $\exists\, x_1, x_2, z\, (f(x_1, z) \neq f(x_2, z))$;

5*) для любых z_1, z_2, $z_1 \neq z_2$, если на X_f определена ограниченная последовательность $x_1, x_2, \ldots$; $x_i \leq x_{max}$

$$f(x_1, z_1) = f(x_2, z_2),$$
$$f(x_2, z_1) = f(x_3, z_2),$$
$$f(x_3, z_1) = f(x_4, z_2),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots..,$$

то она конечна. Кванторы всеобщности и существования относятся к множествам X_f, Z_f. Свойства, отмеченные звездочкой, сформулированы только для переменной x. Аналогичные свойства, получающиеся из приведенных заменой символа x на символ z и наоборот, должны выполняться для переменной z.

Теорема (модификация теоремы [Там же; с.256]). Для любой функции $f \in F$ существуют взаимно однозначные функции φ_x, φ_z и монотонная функция φ такие, что

$$\varphi f(x, z) = \varphi_x(x) + \varphi_z(z), \langle x, z\rangle \in X_f \times Z_f.$$

Любая функция $f'(x', z') = \varphi f(\varphi_x x', \varphi_z z')$, где φ – строго монотонная функция, φ_x, φ_z – взаимно однозначные функции, также принадлежит F ■

Из теоремы следует, что, если для некоторой функции $y = f(x, z)$ свойства 1–5 выполнены, то функциональная зависимость может быть приведена к виду $y = x + z$ перешкалированием величин.

Процедура перешкалирования извлекается из доказательства теоремы и системы аксиом. Приведем ее. Пусть у нас есть функция $f \in F$ на $X_f \times Z_f$, удовлетворяющая аксиомам 1–5. В силу аксиомы 4 существуют точки на плоскости $\langle x_0, z_0\rangle$, $\langle x_1, z_0\rangle$ такие, что $f(x_0, z) \neq f(x_1, z)$.

Будем шкалировать одновременно шкалы X, Z и Y. Припишем значению x_0 по шкале X величину 0 и запишем это через $X(x_1) = 0$; значению x_1 величину $X(x_1) = 1$; значению z_0 по оси Z величину $Z(z_0) = 0$; значениям функции f по оси Y величины $f(x_0, z_0) = 0$, $f(x_1, z_0) = 1$ (рис. 2). По аксиоме 3 для трех элементов x_0, z_0, x_1 существует четвертый z_1, такой что $f(x_0, z_1)$

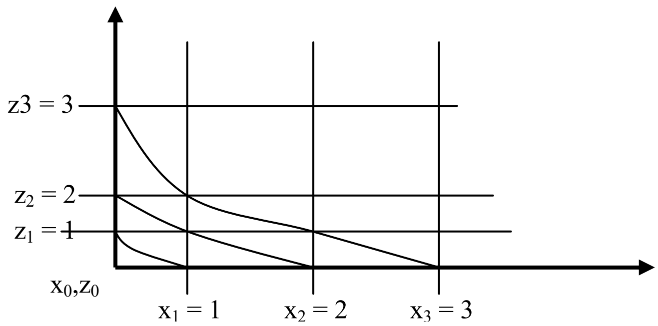


Рис. 2

$= f(x_1, z_0)$. Соединим точки $\langle x_0, z_1\rangle$, $\langle x_1, z_0\rangle$ кривой, как показано на рис. 2. Вдоль этой линии функция принимает одинаковые значения, и эти значения будут значениями шкалы для величины y, которая не изображена. Нетрудно проверить, что при таких значениях величин x, z, y будет выполнено соотношение $x + z = y$. Возьмем точку $\langle x_1, z_1\rangle$. Положим для нее значение величины $y = f(x_1, z_1) = 2$. Найдем теперь значение x_2, соответствующее значению 2, и значение z_2, соответствующее значению 2. Снова применим аксиому 3 и найдем значение x_2, такое что $f(x_1, z_1) = f(x_2, z_0)$, а затем найдем значение z_2, такое что $f(x_0, z_2) = f(x_1, z_1)$. Получим $y = f(x_0, z_2) = f(x_1, z_1) = f(x_2, z_0) = 2$. Возьмем теперь точки $\langle x_2, z_1\rangle$ и $\langle x_1, z_2\rangle$. Что бы данное построение было возможным и дальше нужно что бы для этих точек значения функции были одинаковыми. Это следует из аксиомы 2.

§ 12. Теория физических структур

В теории физических структур на основании принципа феноменологической симметрии выведен функциональный вид возможных фундаментальных физических законов [64]. Показано, что фундаментальные физические законы (кроме законов статистической физики и физики элементарных частиц), а также входящие в них величины могут быть выведены из этого принципа.

Общая черта всех физических законов состоит в том, что различные физические объекты, принадлежащие к определенным классам, равноправны по отношению к рассматриваемому закону. Оказывается, что из одного этого требования равноправия можно вывести далеко идущие следствия о возможной структуре физических законов.

Этот принцип записывается в виде функционального уравнения специального вида. Рассмотрим два произвольных множества: множество M с элементами i, k, … и множество N с элементами α, β, …

Допустим, что каждой паре $i \in M$, $\alpha \in N$ сопоставляется действительное число $a_{i\alpha} \in \mathfrak{R}$, так что в конечном итоге множеству $M \times N$ сопоставляется некоторая числовая матрица $A = \|a_{i\alpha}\|$. Так, если M и N – множества физических объектов различной природы, то матрица $\| a_{i\alpha} \|$ представляет собой результат эксперимента, характеризующий отношения, в которых находятся объекты i и α.

Мы будем говорить, что на множествах M и N задана физическая структура ранга (r, s), если $r \cdot s$ чисел, стоящих на пересечении любых r строк i, k, ..., l и любых s столбцов α, β, …, γ, связаны между собой функциональной зависимостью

$$\Phi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, \ldots, a_{i\gamma}, a_{k\alpha}, a_{k\beta}, \ldots, a_{k\gamma}, \ldots, a_{l\alpha}, a_{l\beta}, \ldots, a_{l\gamma}) = 0, \qquad (4)$$

вид которой не зависит от выбора подмножества из r элементов

$$M_r = \{ i, k, \ldots , l \} \subset M$$

и множества из s элементов

$$N_s = \{ \alpha, \beta, \ldots, \gamma \} \subset N.$$

При этом предполагается, что функция Φ аналитична и не может быть представлена в виде суперпозиции аналитических функций меньшего числа переменных.

Мы будем говорить также, что функциональная зависимость вида задает физический закон ранга (r, s), инвариантный относительно выбора конечных подмножеств M_r, N_s и реализуемый на множествах M и N.

Равенство является, по сути дела, символической записью бесконечной системы функциональных уравнений относительно одной неизвестной функции от $r \cdot s$ переменных $\Phi(x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{rs})$ и одной неизвестной бесконечной матрицы $A = \| a_{i\alpha} \|$, представляющей собой одну числовую функцию двух нечисловых аргументов i и α.

Таким образом, задача состоит в том, чтобы найти такую бесконечную матрицу $A = \| a_{i\alpha} \|$ и такую функцию $\Phi(x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{rs})$, что для любой прямоугольной $r \times s$ – мерной подматрицы A_{rs} матрицы A все ее элементы, подставленные в Φ, обращали бы $\Phi(x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{rs})$ в нуль.

Требование существования соотношения (4) при любом выборе r элементов из множества M и s элементов из множества N мы называем принципом обобщенной инвариантности. Этот принцип наиболее естественным образом выражает факт равноправия всех элементов множеств M и N по отношению к физическому закону ранга (r, s).

Г. Г. Михайличенко было решено уравнение (4) и получены аналитические выражения для всех законов, удовлетворяющих принципу обобщенной инвариантности [64]. Им была доказана теорема, что функции Φ и $a_{i\alpha}$ могут иметь только один из следующих видов:

1) для r = s = 2 –

$$a_{i\alpha} = \Psi^{-1}(x_i + \xi_\alpha),$$

$$\Psi(a_{i\alpha}) - \Psi(a_{i\beta}) - \Psi(a_{j\alpha}) + \Psi(a_{j\beta}) = 0;$$

2) для r = 4, s = 2 –

$$a_{i\alpha} = \Psi^{-1}[(x_i\xi_\alpha^1 + \xi_\alpha^2) / (x_i + \xi_\alpha^3)],$$

$$\begin{vmatrix} \Psi[a_{i\alpha}] & \Psi[a_{i\beta}] & \Psi[a_{i\alpha}] & \Psi[a_{i\beta}] & 1 \\ \Psi[a_{j\alpha}] & \Psi[a_{j\beta}] & \Psi[a_{j\alpha}] & \Psi[a_{j\beta}] & 1 \\ \Psi[a_{k\alpha}] & \Psi[a_{k\beta}] & \Psi[a_{k\alpha}] & \Psi[a_{k\beta}] & 1 \\ \Psi[a_{l\alpha}] & \Psi[a_{l\beta}] & \Psi[a_{l\alpha}] & \Psi[a_{l\beta}] & 1 \end{vmatrix} = 0;$$

3) для $r = s \geq 3$ –

$$a_{i\alpha} = \Psi^{-1}(x_i^1\xi_\alpha^1 + \ldots + x_i^{m-2}\xi_\alpha^{m-2} + x_i^{m-1}\xi_\alpha^{m-1}),$$

$$\begin{vmatrix} \Psi[a_{i\alpha}] & \Psi[a_{i\beta}] & \ldots & \Psi[a_{i\tau}] \\ \Psi[a_{i\alpha}] & \Psi[a_{i\beta}] & \ldots & \Psi[a_{i\tau}] \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Psi[a_{\nu\alpha}] & \Psi[a_{\nu\beta}] & \ldots & \Psi[a_{\nu\tau}] \end{vmatrix} = 0;$$

а также

$$a_{i\alpha} = \Psi^{-1}(x_i^1\xi_\alpha^1 + \ldots + x_i^{m-2}\xi_\alpha^{m-2} + x_i^{m-1} + \xi_\alpha^{m-1}),$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & & 1 \\ 1 & \Psi[a_{i\alpha}] & \Psi[a_{i\beta}] & \ldots & \Psi[a_{i\tau}] \\ 1 & \Psi[a_{i\alpha}] & \Psi[a_{i\beta}] & \ldots & \Psi[a_{i\tau}] \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & \Psi[a_{\nu\alpha}] & \Psi[a_{\nu\beta}] & \ldots & \Psi[a_{\nu\tau}] \end{vmatrix} = 0;$$

4) для $r = s + 1 \geq 3$ –

$$a_{i\alpha} = \Psi^{-1}(x_i^1\xi_\alpha^1 + \ldots + x_i^{m-2}\xi_\alpha^{m-2} + \xi_\alpha^{m-1}),$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \Psi[a_{i\alpha}] & \Psi[a_{i\beta}] & \ldots & \Psi[a_{i\tau}] \\ 1 & \Psi[a_{i\alpha}] & \Psi[a_{i\beta}] & \ldots & \Psi[a_{i\tau}] \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & \Psi[a_{\nu\alpha}] & \Psi[a_{\nu\beta}] & \ldots & \Psi[a_{\nu\tau}] \end{vmatrix} = 0;$$

5) для $r - s \geq 2$, кроме случая $r = 4$, $s = 2$, физических структур не существует,

Ψ – строго монотонная аналитическая функция одной переменной в определенной окрестности; Ψ^{-1} – обратная функция; x_i, ξ_α – независимые параметры.

§ 13. Соотношение между физической структурой ранга (2,2) и аддитивной соединительной структурой

На примере физической структуры ранга (2, 2) (законов вида $\chi(y) = \varphi(x) \bullet \psi(z)$, законов Ньютона, Ома, Гука и т. д.) показано, что подходы к представлению величин и законов в теории измерений и в теории физических структур связаны между собой. Доказано, что система аксиом аддитивных соединительных структур, описывающая в теории измерений законы вида $\chi(y) = \varphi(x) \bullet \psi(z)$, вытекает из требования феноменологической симметрии для физической структуры ранга (2, 2).

В п. 2 доказано, что условие замыкания Томсена, входящее в систему аксиом аддитивных соединительных структур, следует из принципа феноменологической симметрии ранга (2, 2). Можно заметить, что основу законов $\chi(y) = \varphi(x) \bullet \psi(z)$ составляет схема соизмерения и взаимосвязи величин, удовлетворяющая условию замыкания Томсена. В § 14 на основе аксиом отношения эквивалентности, аксиом неограниченной разрешимости и условия замыкания Томсена эта схема формализуется. Таким образом, схема соизмерения и взаимосвязи величин описывается тремя из соответствующих шести аксиом аддитивных соединительных структур. Однако нельзя утверждать, что упомянутые три аксиомы являются следствием системы аксиом аддитивных соединительных структур, так как одна из трех аксиом – аксиома неограниченной разрешимости – сильнее аксиомы ограниченной разрешимости, входящей в систему аксиом аддитивных соединительных структур. Усиление аксиомы разрешимости потребовалось для представления схемы соизмерения и взаимосвязи величин с помощью абелевых групп. Это представление названо алгебраическим представлением законов $\chi(y) = \varphi(x) \bullet \psi(z)$. В нем величины представляются абелевыми группами, изоморфными между собой, а закономерная связь – групповой операцией. Для полученного алгебраического представления в общем случае нельзя получить числовое представление в поле вещественных чисел. Для конечно-порожденных абелевых групп можно получить конструктивное представление в виде прямой суммы бесконечных циклических групп целых чисел и примарных циклических групп вычетов целых чисел. Вид этого представления аналогичен виду исходного закона $y = x \bullet z$, только вместо вещественных чисел и умножения используются соответственно n-ки целых чисел и групповая операция.

I. Взаимосвязь физической структуры ранга (2,2) и аддитивной соединительной структурой. Рассмотрим подробнее физическую структуру ранга (2, 2) [15; 57]. Для нее принцип феноменологической симметрии имеет вид

$$\forall i, j, \alpha, \beta \ \varphi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta}) = 0, \quad (5)$$

где $i, j \in M$, $\alpha, \beta \in N$. В работе [Там же] доказано, что существуют монотонные функции R, S и строго монотонная функция χ такие, что

$$a_{i\alpha} = \chi(R(a_{i\,\alpha 0})S(a_{i0\,\alpha})),$$

$$\varphi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta}) = \chi^{-1}(a_{i\alpha})\chi^{-1}(a_{j\beta}) - \chi^{-1}(a_{i\beta})\chi^{-1}(a_{j\alpha}) = 0.$$

Если обозначить $y_{i\alpha} = \chi^{-1}(a_{i\alpha})$, $x_i = R(a_{i\alpha 0})$, $z_\alpha = S(a_{i0\alpha})$, то получим обычное выражение закона $y_{i\alpha} = x_i z_\alpha$ (законы Ньютона, Ома, Гука и т. д.). Если вместо функции χ подставить строго монотонную функцию $\chi'\ln$, то получим другое выражение для физической структуры ранга (2, 2):

$$a_{i\alpha} = \chi'(R'(a_{i\,\alpha 0}) + S'(a_{i0\,\alpha})), \quad (6)$$

$$\varphi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta}) = (\chi')^{-1}(a_{i\alpha}) + (\chi')^{-1}(a_{j\beta}) - (\chi')^{-1}(a_{i\beta}) - (\chi')^{-1}(a_{j\alpha}) = 0.$$

Покажем, что физическая структура ранга (2, 2) может быть описана системой аксиом аддитивных соединительных структур теории измерений.

Определение [129]. Модель $\langle M \times N; \leq \rangle$ называется аддитивной соединительной структурой, если $M \neq \varnothing$, $N \neq \varnothing$, $a \sim b \Leftrightarrow (a \leq b)\ \&\ (b \leq a)$ и для любых $i, j, k, \ldots \in M$, $\alpha, \beta, \gamma, \ldots \in N$ выполнены следующие аксиомы:

1) $\leq$ – слабый линейный порядок;
2) * $\exists i(i, \alpha) \leq (i, \beta) \Rightarrow \forall j(j, \alpha) \leq (j, \beta)$;
3) $(j, \alpha) \sim (i, \beta)\ \&\ (k, \beta) \sim (j, \gamma) \Rightarrow (k, \alpha) \sim (i, \gamma)$;
4) * $(i, \alpha) \leq (j, \beta) \leq (i, \gamma) \Rightarrow \exists \varepsilon(i, \varepsilon) \sim (j, \beta)$;
5) * $\exists\, i, j, \alpha((i, \alpha) \nsim (j, \alpha))$.

Если $\exists i(i, \alpha) \nsim (i, \beta)$ и определена ограниченная последовательность $i_1, i_2, \ldots \in M$, $(i_k, \alpha) \leq (j, \gamma)$, $k = 1, 2, \ldots$ такая, что $(i_1, \alpha) \sim (i_2, \beta)$, $(i_2, \alpha) \sim (i_3, \beta)$, $(i_3, \alpha) \sim (i_4, \beta)$, …, то она конечна.

Аксиомы, отмеченные знаком «*», сформулированы относительно элементов множества M, аналогичные аксиомы должны выполняться относительно элементов множества N. Вторая аксиома позволяет определить отношения порядка на множествах M и N. Третья аксиома, называемая условием замыкания Томсена, соответствует принципу феноменологической симметрии и будет обсуждена ниже. Четвертая аксиома ограниченной разрешимости гарантирует существование необходимых для построения элементов. Пятая аксиома гарантирует невырожденность модели. Шестая аксиома является вариантом аксиомы Архимеда.

Числовые представления аддитивных соединительных структур определяет следующая теорема.

Теорема [129; с. 257]. Если модель $\langle M \times N; \leq \rangle$ является аддитивной соединительной структурой, то существуют функции $\varphi : M \rightarrow Re$, $\psi : N \rightarrow Re$, удовлетворяющие для любых $i, j \in M$; $\alpha, \beta \in N$ соотношению

$$(i, \alpha) \leq (j, \beta) \Leftrightarrow \varphi(i) + \psi(\alpha) \leq \varphi(j) + \psi(\beta). \qquad (7)$$

Если φ', ψ' – другие функции, удовлетворяющие (7), то существуют $\varepsilon > 0$, $x_1, x_2 \in Re$ такие, что

$$\varphi' = \varepsilon\varphi + x_1,\ \psi' = \varepsilon\psi + x_2. \qquad (8)$$

Пусть в модели $\langle M \times N; \leq \rangle$ отношение порядка задается соотношением

$$(i, \alpha) \leq (j, \beta) \Leftrightarrow a_{i\alpha} \leq a_{j\beta}. \qquad (9)$$

Теорема 1. Пусть для модели $\langle M \times N; \leq \rangle$ выполнено соотношение (9) и на множествах M, N задана физическая структура ранга (2, 2). Тогда эта модель является аддитивной соединительной структурой и для функций R', S' из выражения (6) существуют $\varepsilon > 0$, $x_1, x_2 \in Re$ такие, что $R'(a(i, \alpha_0))$

$= \varepsilon\varphi(i) + x_1$, $S'(a(i_0, \alpha)) = \varepsilon\psi(\alpha) + x_2$, где функции φ, ψ получены в силу предыдущей теоремы и удовлетворяют соотношению(7).

Доказательство. Аксиома 1 следует из соотншения (9). Поскольку функция χ' в выражении (6) строго монотонна, то

$$a_{i\alpha} \le a_{j\beta} \Leftrightarrow R'(a_{i\alpha 0}) + S'(a_{i0\alpha}) \le R'(a_{j\alpha 0}) + S'(a_{i0\beta}). \qquad (10)$$

Нетрудно проверить, что аксиомы 2*, 3, 6 следуют из соотношений (9), (10). Аксиомы 5* следуют из следующего требования на физическую структуру ранга (2, 2), приведенного в работе [57]:

А) Множество точек $\langle a_{i\alpha}, a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta}\rangle \in Re^4$, $i, j \in M$, $\alpha, \beta \in N$, образует открытое относительно M подмножество M (M – множество наборов в Re^4, удовлетворяющих принципу феноменологической симметрии (4)).

Для доказательства аксиомы 4* воспользуемся другим требованием на физическую структуру ранга (2, 2) из работы [Там же]:

Б) Для любых x, y, удовлетворяющих уравнению $\varphi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, x, y) = 0$, $i \in M$, $\alpha, \beta \in N$, существует $j \in M$ такое, что $a_{j\alpha} = x$, $a_{j\beta} = y$; а также для любых x, y, удовлетворяющих уравнению $\varphi(a_{i\alpha}, x, a_{j\alpha}, y) = 0$, $i, j \in M$, $\alpha \in N$, существует элемент $\beta \in N$ такой, что $a_{i\beta} = x$, $a_{j\beta} = y$.

Пусть выполнено условие аксиомы 4*, $(i, \alpha) \le (j, \beta) \le (i, \gamma)$ для элементов множества M. Возьмем элементы $a_{i\beta}$, $a_{j\beta}$ и значение $x = a_{j\beta}$. Из выражения (6) следует, что функция φ однозначно разрешима относительно любого своего аргумента, поэтому существует единственное значение y такое, что $\varphi(a_{i\beta}, x, a_{j\beta}, y) = 0$. Тогда по условию «Б», существует $\delta \in N$ такое, что $x = a_{i\delta}$, $y = a_{j\delta}$. Это дает нам требуемый элемент (i, δ), для которого $(i, \delta) \sim (j, \beta)$, в силу равенства $a_{i\delta} = x = a_{j\beta}$. Аналогично доказывается аксиома 4* для элементов множества N.

Таким образом, модель $\langle M \times N; \le \rangle$ является аддитивной соединительной структурой. Тогда, в силу теоремы [129; с. 257], существуют отобра-

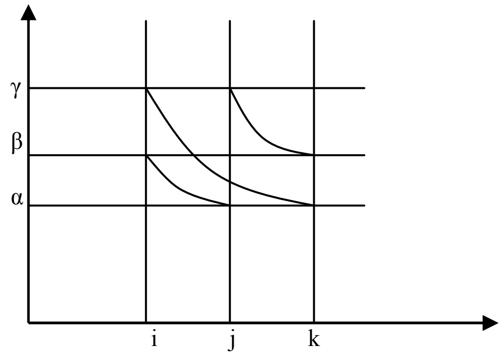


Рис. 3

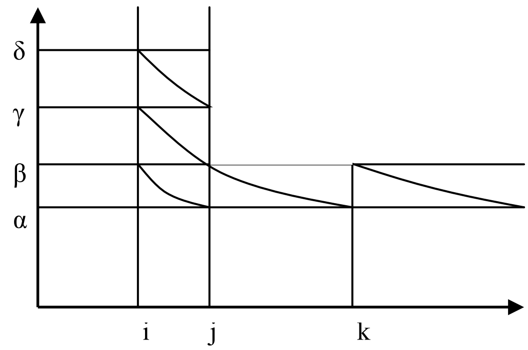


Рис. 4

жения φ и ψ, удовлетворяющие соотношениям (8). В силу этих соотношений (8) отображения $R'(a(i, \alpha_0))$: $M \to Re$, $\alpha_0 \in N$, и $S'(a(i_0, \alpha))$: $N \to Re$, $i_0 \in M$, также удовлетворяют соотношению (7). Отсюда, в силу теоремы [Там же; с. 257], существуют $\varepsilon > 0$, $x_1, x_2 \in Re$ такие, что $R'(a(i, \alpha_0)) = \varepsilon\varphi(i) + x_1$, $S'(a(i_0, \alpha)) = \varepsilon\psi(\alpha) + x_2$ ■

2. Взаимосвязь принципа феноменологической симметрии и условия замыкания Томсена. Из работы [57] следует, что функция φ разрешима относительно первого аргумента и, следовательно, существует функция f

$$\forall i, j, \alpha, \beta\ (a_{i\alpha} = f(a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta})). \tag{11}$$

Кроме того, как видно из уравнения (4), функция f удовлетворяет условию

$$\forall i, j, \alpha, \beta (f(a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta}) = f(a_{j\alpha}, a_{i\beta}, a_{j\beta})). \tag{12}$$

Утверждение 1. Если выполнены соотношения (11), (12) для некоторой функции f и соотношение (9), связывающее функцию f с моделью $\langle M \times N; \leq \rangle$, то на этой модели выполнена аксиома 3 определение [129] (условие Томсена).

Доказательство. Пусть $(j, \alpha) \sim (i, \beta)$ & $(k, \beta) \sim (j, \gamma)$ (рис. 3). Тогда $a_{j\alpha} = a_{i\beta}$ и $a_{k\beta} = a_{j\gamma}$. Подставив в равенство (11) γ вместо α, получим $a_{i\gamma} = f(a_{i\beta}, a_{j\gamma}, a_{j\beta})$. Из равенств $a_{j\alpha} = a_{i\beta}$ и $a_{k\beta} = a_{j\gamma}$ следует, что $f(a_{i\beta}, a_{j\gamma}, a_{j\beta}) = f(a_{j\alpha}, a_{k\beta}, a_{j\beta})$. Из равенства (12) следует $f(a_{j\alpha}, a_{k\beta}, a_{j\beta}) = f(a_{k\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta}) = a_{k\alpha}$. Откуда $a_{i\gamma} = a_{k\alpha}$ и $(i, \gamma) \sim (k, \alpha)$ ■

Таким образом, принцип феноменологической симметрии, усиленный свойствами (11), (12) дает нам условие замыкания Томсена. Этот принцип, а также условие Томсена являются основными характеристиками законов вида $y = x \cdot z$. Если мы возьмем произвольные два элемента $i, j \in M$ и элемент $\alpha \in N$ (рис. 4) и подберем элемент $\beta \in N$ такой, что $a_{i\beta} \sim a_{j\alpha}$, то разли-

чие между элементами i и j при заданном α, определяемое значениями $a_{i\alpha}$, $a_{j\alpha}$, будет равно различию между α и β при заданном i, определяемому значениями $a_{i\alpha}$ $a_{i\beta}$. Так, благодаря измерительной процедуре a: $M \times N \to \|a_{i\alpha}\|$, мы можем соизмерять объекты двух разных множеств M и N. Поэтому сам факт существования эксперимента, позволяющего произвольным двум объектам $i \in M$ и $\alpha \in N$ сопоставлять некоторое число $a(i, \alpha) = a_{i\alpha}$, позволяет соизмерять объекты этих двух множеств. Процедуру соизмерения можно продолжать (см. рис. 4), что, в принципе, позволяет ввести некоторую величину на множестве M и некоторую величину на множестве N. Значение $a_{i\alpha}$ может тогда быть некоторой функцией этих двух величин и выражать некоторый закон. Вид закона и свойства величин зависят от взаимосвязи одних процедур соизмерения с другими при различном выборе $i \in M$ и $\alpha \in N$. Эта взаимосвязь и определяется принципом феноменологической симметрии и условием Томсена. В законах, получающихся такими процедурами, функциональная зависимость и входящие в нее величины неразрывно связаны и определяют друг друга.

§ 14. Алгебраическое и конструктивное представления физической структуры ранга (2,2)

1. Алгебраическое представление процедур соизмерения и связывания величин, лежащих в основании фундаментальных законов ранга (2, 2).

Рассмотрим модель $\langle M \times N; \sim \rangle$, $M \neq \varnothing$, $N \neq \varnothing$, удовлетворяющую следующей аксиоме:

Аксиома I. $\sim$ – отношение эквивалентности на $M \times N$.

Определим на M и N отношения эквивалентности

$$i \sim j \Leftrightarrow \forall\alpha((i, \alpha) \sim (j, \alpha)); \quad \alpha \sim \beta \Leftrightarrow \forall i ((i, \alpha) \sim (i, \beta)). \tag{13}$$

Эти отношения позволяют определить отображение

$$f: (M /\sim) \times (N /\sim) \to (M \times N /\sim), \ f([i], [\alpha]) = [i, \alpha], \tag{14}$$

где $[i], [\alpha], [i, \alpha]$ – классы эквивалентных элементов в $M /\sim$, $N /\sim$, $M \times N /\sim$. Определение корректно, так как, в силу отношений (13), из $i' \in [i]$, $\alpha' \in [\alpha]$ следует $(i', \alpha') \sim (i, \alpha') \sim (i, \alpha)$. Отношения эквивалентности будут согласованы, если выполнены следующие аксиомы подстановочности [129]:

Аксиома II.

$$(i, \alpha) \sim (i, \beta) \Leftrightarrow (j, \alpha) \sim (j, \beta),$$
$$(i, \alpha) \sim (j, \alpha) \Leftrightarrow (i, \beta) \sim (j, \beta).$$

Лемма 1. Из аксиом I, II следует, что

- отображения $f_{\alpha 0}: (M /\sim) \to (M \times N /\sim)$, $f_{\alpha 0}([i]) = [i, \alpha_0]$, $\alpha_0 \in N$, взаимно-однозначны;

– отображения fi_0: $(N /\sim) \to (M \times N /\sim)$, $fi_0([\alpha]) = [i_0, \alpha]$, $i_0 \in M$, взаимно-однозначны;

– для отображения f (14) классы [i], $[i, \alpha]$ однозначно определяют класс $[\alpha]$, а классы $[\alpha]$, $[i, \alpha]$ – класс [i].

Доказательство. Отображения $f_{\alpha 0}$, fi_0, $\alpha_0 \in N$, $i_0 \in M$, взаимнооднозначны, так как, в силу аксиомы II, из $(i, \alpha_0) \sim (i', \alpha_0)$ следует $\forall\alpha((i, \alpha) \sim (i', \alpha))$ и $[i] = [i']$, а из $(i_0, \alpha) \sim (i_0, \alpha')$ следует $\forall i((i, \alpha) \sim (i, \alpha'))$ и $[\alpha] = [\alpha']$. Если $f([i], [\alpha']) = [i, \alpha]$ и $f([i], [\alpha]) = [i, \alpha]$, то $(i, \alpha') \sim (i, \alpha)$ и по первой из аксиом II $[\alpha'] = [\alpha]$. Единственность класса [i] доказывается аналогично ■

Так как $f_{\alpha 0}$, fi_0 взаимнооднозначны, то существуют обратные отображения $f^{-1}{}_{\alpha 0}$, $f^{-1}i_0$, определенные соответственно на $M_{\alpha 0} = f_{\alpha 0}(M /\sim)$ и $Ni_0 = fi_0(N /\sim)$. Определим на множестве $M_{\alpha 0} \times Ni_0$ операцию

$$[i, \alpha_0]\cdot[i_0, \alpha] = f(f^{-1}{}_{\alpha 0}([i, \alpha_0]), f^{-1}i_0([i_0, \alpha])) = [i, \alpha] \qquad (15)$$

Если множества $M_{\alpha 0}$, N_{i0} совпадают со всем множеством $M \times N /\sim$ и операция (15) обратима справа и слева, то мы получим квазигруппу. Эти требования выполняются, если имеет место следующая аксиома:

Аксиома III. Неограниченная разрешимость: для любых трех из четырех элементов $i, j \in M$, $\alpha, \beta \in N$ четвертый можно подобрать так, чтобы $(i, \alpha) \sim (j, \beta)$.

Лемма 2. Если выполнены аксиомы I–III, то операция (15) определяет на $M \times N /\sim$ квазигруппу.

Доказательство. Для доказательства леммы надо показать, что:

– $f_{\alpha 0}(M /\sim) = f_{i0}(N /\sim) = M \times N /\sim$ для любых $i_0 \in M$, $\alpha_0 \in N$;

– для любых классов $[i, \alpha]$, [j] существует единственный класс $[\beta]$ такой, что $f([j], [\beta]) = [i, \alpha]$;

– для любых классов $[i, \alpha]$, $[\beta]$ существует единственный класс [j] такой, что $f([j], [\beta]) = [i, \alpha]$.

Возьмем $[i, \alpha] \in M \times N /\sim$. Из аксиомы III следует, что для любых $i_0 \in M$, $\alpha_0 \in N$ существуют i', α', $(i', \alpha_0) \sim (i, \alpha) \sim (i_0, \alpha')$. Отсюда $f_{\alpha 0}([i']) = f_{i0}([\alpha']) = [i, \alpha]$.

Для любых [j], $[i, \alpha]$ существует β, $(i, \alpha) \sim (j, \beta)$, что дает $f([j], [\beta]) = [i, \alpha]$. Единственность класса $[\beta]$ следует из предыдущих результатов (лемма 1). Аналогично доказывается существование класса [j] для классов $[i, \alpha]$, $[\beta]$ ■

Обозначим полученную квазигруппу через

$$\langle Q; \bullet\rangle,\ Q = M \times N /\sim, \text{ где } \bullet \text{ – операция (15)} \qquad (16)$$

Эта квазигруппа является лупой с единицей $e = [i_0, \alpha_0]$. Действительно, если q – некоторый элемент из Q, то по аксиоме III, существуют $i \in M$,

$\alpha \in N$ $[i, \alpha_0] = [i_0, \alpha] = q$. Тогда $[i, \alpha_0] \bullet [i_0, \alpha_0] = [i_0, \alpha_0] \bullet [i_0, \alpha] = [i_0, \alpha]$ и, следовательно, $eq = qe = q$.

Нетрудно видеть (см. рис. 3), что аксиомы I-III необходимы для построения процедур соизмерения величин из M и N. Из аксиом I-III следует, что взаимосвязь величин $M/\sim$, $N/\sim$, осуществляемая отображением (14), может быть представлена лупой с операцией (15).

Лемма 3. Из условия Томсена вытекают аксиомы подстановочности II.

Доказательство. Пусть $(i, \alpha) \sim (i, \beta)$ и дано произвольное $j \in M$ (рис. 5). Надо доказать, что $(j, \alpha) \sim (j, \beta)$. По аксиоме неограниченной разрешимости, для (i, α) и j существует γ, $(i, \alpha) \sim (j, \gamma)$. Тогда $(j, \gamma) \sim (i, \beta)$. Подставляя в условие Томсена i вместо j, j вместо i и k, α, β, γ вместо α, γ, β получаем $(j, \alpha) \sim (j, \beta)$. Вторая из аксиом подстановочности доказывается аналогично ■

Определим, как будет формулироваться условие Томсена в лупе $\langle Q; \bullet \rangle$. Представим классы $[j, \alpha]$, $[i, \beta]$, $[k, \beta]$, $[j, \gamma]$, $[k, \alpha]$, $[i, \gamma]$ как результат применения операции к некоторым другим классам $[j, \alpha_0] \bullet [i_0, \alpha] = [j, \alpha]$, $[i, \alpha_0] \bullet [i_0, \beta] = [i, \beta]$, и т. д. Если $[j, \alpha] = [i, \beta]$ и $[k, \beta] = [j, \gamma]$, то $(j, \alpha) \sim (i, \beta)$ и $(k, \beta) \sim (j, \gamma)$ и, по условию Томсена, $(k, \alpha) \sim (i, \gamma)$ и $[k, \alpha] = [i, \gamma]$. Так как $i, j, k, \alpha, \beta, \gamma$ – произвольные элементы множеств M и N, то классы $[j, \alpha_0]$, $[i_0, \alpha]$, $[i_0, \alpha]$, $[i_0, \beta]$ и т. д. – произвольные элементы Q. Поэтому условие Томсена в $\langle Q; \bullet \rangle$ будет иметь вид следующей аксиомы.

Аксиома IV. Из $p_1 \bullet q_2 = p_2 \bullet q_1$ и $p_3 \bullet q_1 = p_1 \bullet q_3$ следует $p_3 \bullet q_2 = p_2 \bullet q_3$.

Лемма 4. Модель $\langle M \times N; \sim \rangle$, $M \neq \varnothing$, $N \neq \varnothing$, удовлетворяющая аксиомам I, III и условию Томсена, определяет абелеву группу с операцией (15).

Доказательство. Из предыдущего (лемма 3) следует, что на модели

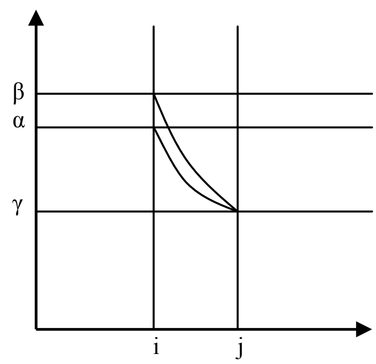


Рис. 5

выполнены аксиомы II и на модели (лемма 2) определима лупа (14). На лупе выполнено условие Томсена (аксиома IV). Докажем, что лупа коммутативна. Подставив в аксиому IV единичный элемент e вместо элемента p_1. Получим, что если $q_2 = p_2 \bullet q_1$ и $p_3 \bullet q_1 = q_3$, то $p_3 \bullet q_2 = p_2 \bullet q_3$ или

$$p_3 \bullet (p_2 \bullet q_1) = p_2 \bullet (p_3 \bullet q_1) \qquad (17)$$

Подставив $q_1 = e$, получаем $p_3 \bullet p_2 = p_2 \bullet p_3$. Докажем ассоциативность. Из определения (15) и коммутативности следует, что $p_2 \bullet (q_1 \bullet p_3) = p_2 \bullet (p_3 \bullet q_1) = p_3 \bullet (p_2 \bullet q_1) = (p_2 \bullet q_1) \bullet p_3$. Обратным элементом к элементу $[i_0, \alpha]$ является элемент $[i_0, \alpha']$, в котором α' определяется по разрешимости из эквивалентности $(i, \alpha') \sim (i_0, \alpha_0)$. Тогда $[i, \alpha_0]\ [i_0, \alpha'] = [i, \alpha'] = [i_0, \alpha_0]$ ■

По лемме 2, $f_{\alpha 0}(M /\sim) = fi_0(N /\sim) = M \times N /\sim$. Тогда операцию (13) можно преобразованиями $f^{-1}{}_{\alpha 0}$ и $f^{-1}i_0$ перевести на множества $M /\sim$, $N /\sim$. Получим операции

$$[i] \cdot [j] = f^{-1}{}_{\alpha 0}(f_{\alpha 0}([i]) \cdot f_{\alpha 0}([j])) = f^{-1}{}_{\alpha 0}([i, \alpha_0] \cdot [j, \alpha_0])),$$
$$[\alpha] \cdot [\beta] = f^{-1}{}_{i0}(f_{i0}([\alpha]) \cdot f_{i0}([\beta])) = f^{-1}{}_{i0}([i_0, \alpha] \cdot [i_0, \beta])). \qquad (18)$$

Эти операции на $M /\sim$ и $N /\sim$ определяют абелевы группы, изоморфные абелевой группе (14). Функциональная зависимость f (12) определяется операцией (13) этой абелевой группы.

Определение 2. Алгебраическим представлением законов ранга (2, 2) будем называть модель $\langle M \times N; \sim \rangle$, удовлетворяющую аксиомам I, III и условию Томсена. Величинами будем называть абелевы группы $\langle M /\sim; \cdot \rangle$, $\langle N /\sim; \cdot \rangle$, $\langle M \times N /\sim; \cdot \rangle$ с операциями (18) и (15), изоморфные между собой. Закономерной связью между величинами будем называть операцию (15).

2. Конструктивное числовое представление алгебраического представления физической структуры ранга (2,2). Числовое представление в действительных числах (вложение в числовую систему $\Re = \langle Re^k; \Omega \rangle$) налагает определенные ограничения на алгебраические системы (требуются аксиомы линейной упорядоченности, Архимеда и т. д.), которые не всегда оправданы эмпирически. Поэтому получим конструктивное представление, используя натуральные числа. Оно не предъявляет дополнительных требований к алгебраическим системам и, кроме того, является эффективным, что важно для машинной обработки. Получим конструктивное представление для конечно-порожденных абелевых групп. Для произвольных абелевых групп вопрос о построении конструктивных числовых представлений остается открытым.

Теорема 2. Модель $\langle M \times N; \sim \rangle$, удовлетворяющую аксиомам I, III и условию Томсена, конечно-порожденную относительно операции (13), можно отобразить в прямую сумму бесконечных циклических групп целых чисел и примарных циклических групп вычетов целых чисел $Z = Z_1 \oplus \ldots \oplus Z_n \oplus Z^{p1}{}_1 \oplus \ldots \oplus Z^{pl}{}_l$ так, что величины, представленные абеле-

выми группами $\langle M/\sim;\cdot\rangle$, $\langle N/\sim;\cdot\rangle$, $\langle M\times N/\sim;\cdot\rangle$ будут изоморфны Z, а закономерная связь, представленная операцией (12), перейдет в операцию сложения в Z. Точнее, будут существовать изоморфизмы $\varphi: M/\sim\ \to Z$, $\psi: N/\sim\ \to Z$, $\chi: M\times N/\sim\ \to Z$, связанные соотношением

$$\chi([i, \alpha]) = \varphi([i]) + \psi([\alpha]), \tag{19}$$

где + операция в Z.

Доказательство. Из предыдущего (лемма 4) и условия теоремы, в модели $\langle M \times N;\ \sim\rangle$ определима конечно-порожденная абелева группа (16). Известно [53], что такие абелевы группы изоморфны прямой сумме бесконечных циклических групп целых чисел и примарных групп вычетов целых чисел.

Пусть $\chi: \langle M \times N/\sim\ ;\ \cdot\ \rangle \to Z$ такой изоморфизм, где $\cdot$ – операция (15). Тогда

$$\chi([i, \alpha]) = \chi([i, \alpha_0]\cdot[i_0, \alpha]) = \chi([i, \alpha_0]) + \chi([i_0, \alpha]) = \chi(f_{\alpha 0}([i])) + \chi(f_{i0}([\alpha])),$$

где $i_0 \in M$, $\alpha_0 \in N$, + сложение в Z ■

Алгебраическое представление закона ранга (2, 2) в разных областях знаний может дополниться разными аксиомами. В физике, поскольку используемые там физические величины линейно упорядочены и архимедовы, могут добавляться аксиомы типа 1–6*. В других областях таких, как экономика, социология, психология и т. д., должны использоваться не только линейные порядки и аксиома Архимеда, но и более сложные порядки (частичные, деревья, структуры и т. д.) и неархимедовы аксиомы.

Числовым представлением законов ранга (2, 2) в этих областях может служить упомянутое конструктивное числовое представление или какое-либо другое числовое представление алгебраического представления, расширенного соответствующими аксиомами.

§ 15. Конструктивные числовые представления величин

Исследования, проводимые в психологии, социологии, принятии решений, экспертном оценивании и других областях, показывают, что есть много сложных, структурных «нечисловых» величин (частичные порядки, толерантности, решетки и т. д.). Логический анализ таких величин, проведенный в теории измерений [68; 129], теории принятия решений [66; 83] и анализе нечисловой информации [1; 82], показал, что формальные представления таких величин – эмпирические системы – являются такими алгебраическими структурами, которые нельзя сильным гомоморфизмом отобразить в поле вещественных чисел, т. е. для таких величин нельзя построить их числовые представления в теории измерений. С другой стороны, числовые представления величин обладают следующими достоинствами: они «удобны», по числовым значениям величин легко определяются

исходные (в эмпирической системе) соотношения между значениями величин, для числовых величин разработано много математических методов их обработки. Поэтому наряду с необходимостью разрабатывать «прямые» (например, логические) методы обработки структурных «нечисловых» величин остается важной задача построения их числовых представлений.

Смыслу числового представления точнее всего соответствует понятие конструктивизации [16; 41; 44] эмпирической системы. В этом случае значениям величины приписываются натуральные, рациональные или другие числа (или коды) так, чтобы значения отношений и операций в эмпирической системе можно было эффективно определить по этим числам. Такой способ получения числовых представлений не накладывает на числовые отношения и операции никаких ограничений, кроме эффективности, предъявляет более слабые требования к системе аксиом и не связан с требованием существования гомоморфизма в какие-то другие системы. Этот способ называется конструктивным числовым представлением и может использоваться для числового представления структурных «нечисловых» величин.

Напомним, что в § 7 мы рассмотрели основные определения и проблемы теории измерений. В данном параграфе мы сформулируем основные определения и проблемы конструктивных числовых представлений так, чтобы была видна полная аналогия этих определений с определениями и проблемами теории измерений.

Пусть знания о некоторой величине, свойстве, признаке сформулированы в некоторой теории T сигнатуры $\Omega = \langle P_0, P_1, \ldots, P_n, \rho_1, \ldots, \rho_m, c_0, c_1, c_2, \ldots\rangle$, где P_i, $i \le n$, – предикатные символы; ρ_j, $j \le m$, – символы операций; c_l, $l \in I$, – символы констант ($I = \varnothing$, I – начальная часть ряда натуральных чисел $\omega = \{0, 1, 2, \ldots\}$, $I = \omega$); P_0 – равенство.

При конструктивном представлении величин значения $a \in A$ величин $\Im = \langle A; \Omega_\Im\rangle \in AC_\omega(T)$ ($AC_\omega(T)$ – неприводимая система теории T сигнатуры Ω не более чем счетной мощности) нумеруются (кодируются). Нумерацией множества A называется отображение ν множества натуральных чисел $\omega = \{0, 1, 2, \ldots\}$ на A, $\nu: \omega \to A$ [Там же].

Определение 3. Пару $(\Im, \nu)$ будем называть конструктивным числовым представлением величины $\Im$ (конструктивной системой [Там же]), а нумерацию ν – конструктивным числовым представлением (конструктивизацией [Там же]), если существует характеристические общерекурсивные функции $P^N_0, P^N_1, \ldots, P^N_n$ со значениями во множестве $\{0, 1\}$, общерекурсивные функции $\rho^N_1, \ldots, \rho^N_m$ и натуральные числа $c^N_0, c^N_1, c^N_2, \ldots$ такие, что

1. $P^\Im_i(\nu a_1, \ldots, \nu a_{mi}) \Leftrightarrow (P^N_i(a_1, \ldots, a_{mi}) = 1)$, $i = 0, 1, \ldots, n$;

2. $\rho^{\Im}{}_j(\nu a_1, \ldots, \nu a_{mj}) = \nu\rho^N{}_j(a_1, \ldots, a_{mj})$, $j = 1, \ldots, m$;

3. $c^{\Im}{}_l = \nu c^N{}_l$, $l \in I$.

Конструктивное числовое представление ν аналогично шкале, только вместо числовых отношений, операций и констант используются общерекурсивные функции и натуральные числа. Конструктивной числовой системой является система $N = \langle\omega; \Omega_N\rangle$, $\Omega_N = \{P^N{}_0, P^N{}_1, \ldots, P^N{}_n, \rho^N{}_1, \ldots, \rho^N{}_m, c^N{}_0, c^N{}_1, c^N{}_2, \ldots\}$ Сформулируем проблемы существования, единственности и адекватности для конструктивного числового представления.

Проблема существования 1. Доказать, что для любой системы $\Im \in AC_\omega(T)$ существует конструктивное числовое представление и существует алгоритм ограниченной сложности реализующий построение всех этих конструктивизаций. Практически требуется алгоритм минимальной сложности.

Данная формулировка предъявляет довольно сильные требования к теории T. Более слабой, но также практически интересной является следующая формулировка проблемы существования. Пусть Φ – система аксиом теории T, Φ^* – совокупность эрбрановых форм предложений Φ (скулемизация Φ [61]), $f_1, f_2, \ldots$ – символы скулемовских функций. Определим сигнатуру $\Omega^* = \Omega \cup \{f_1, f_2, \ldots\}$. Скулемовской оболочкой $\Im^*(X)$ подмножества $X \subset |\Im^*|$ системы $\Im^* \in AC(\Phi^*)$ сигнатуры Ω^* называется подсистема системы $\Im^*$, порожденная подмножеством X. Можно доказать [Там же], что $\Im^*(X) \in AC(\Phi^*)$ для любого подмножества $X \subset |\Im^*|$.

Проблема существования 2. Доказать, что для любой величины $\Im^* \in AC(\Phi^*)$ сигнатуры Ω^* и любого **конечного** подмножества $X \subset |\Im^*|$ скулемовская оболочка $\Im^*(X)$ имеет конструктивное числовое представление и существует алгоритм ограниченной сложности реализующий построение всех этих конструктивизаций. Практически требуется алгоритм минимальной сложности.

Проблема единственности. Ее можно разбить на две части. Первая связана с существованием не сводимых друг к другу посредством эффективного отображения (неавтоэквивалентных [44]) конструктивных числовых представлений. В работе [Там же] показано, что число неавтоэквивалентных конструктивизаций может быть любым. Неавтоэквивалентные конструктивные числовые представления принципиально различны, поэтому необходимо учитывать возможный произвол в выборе одной из них.

Проблема единственности А. Для каждой величины $\Im = \langle A; \Omega_\Im\rangle \in AC_\omega(T)$ определить число неавтоэквивалентных конструктивных числовых представлений.

Вторая часть проблемы единственности, так же как и в случае числовых представлений, связана с произволом в выборе одного из автоэквивалентных конструктивных числовых представлений.

Проблема единственности Б. Для каждой величины $\mathfrak{I} = \langle A;\, \Omega_{\mathfrak{I}} \rangle \in AC_{\omega}(T)$ определить все классы автоэквивалентных конструктивных числовых представлений.

Проблема адекватности. Она также разбивается на две части в зависимости от того, какой произвол в выборе конструктивных числовых представлений нужно учитывать.

Проблема адекватности А. Выбор класса автоэквивалентных числовых представлений должен учитывать имеющиеся знания T.

Проблема адекватности Б. Числовые утверждения должны быть инвариантны относительно выбора одного из автоэквивалентных конструктивных числовых представлений.

§ 16. Взаимосвязь конструктивного и числового представлений

Предположим, что для некоторой величины, описываемой теорией T, решены проблемы существования как для числового, так и конструктивного числового представлений. Пусть $\mathfrak{R}$ – выбранная числовая система, $\mathfrak{I} \in AC_{\aleph}(T)$ – величина и μ – шкала. Из решения проблемы существования конструктивного числового представления следует, что для любой не более чем счетной величины $\mathfrak{I}_{\omega} \in AC_{\omega}(T)$, являющейся подсистемой величины $\mathfrak{I}$ ($\mathfrak{I}_{\omega} \subset \mathfrak{I}$), существует конструктивное числовое представление ν: $\omega \to |\mathfrak{I}_{\omega}|$. Рассмотрим образ $\mu(\mathfrak{I}_{\omega})$ величины $\mathfrak{I}_{\omega}$ при его отображении в числовую систему $\mathfrak{R}$. Так как подсистема $\mathfrak{I}_{\omega}$ содержит все константы $c^{\mathfrak{I}}_{l}$, $l \in I$, и замкнута относительно операций, то из определения шкалы следует, что отображение μ: $\mathfrak{I}_{\omega} \to \mathfrak{R}$ также является шкалой величины $\mathfrak{I}_{\omega}$. Поэтому для каждой подсистемы $\mathfrak{I}_{\omega} \in AC_{\omega}(T)$ любой из величин $\mathfrak{I} \in AC_{\aleph}(T)$, $\mathfrak{I}_{\omega} \subset \mathfrak{I}$ существует, как конструктивное ν, так и числовое μ представление величины. Рассмотрим отображение $\mu\nu$: $\omega \to \mu(\mathfrak{I}_{\omega})$. Из определений шкалы и конструктивного числового представления следует, что пара $(\mu(\mathfrak{I}_{\omega}), \mu\nu)$ является конструктивным представлением числового представления $\mu(\mathfrak{I}_{\omega})$ величины $(\mathfrak{I}_{\omega})$. Поэтому для величин $\mathfrak{I}_{\omega} \in AC_{\omega}(T)$, $\mathfrak{I}_{\omega} \subset \mathfrak{I}$, $\mathfrak{I} \in AC_{\aleph}(T)$ существуют конструктивное числовое представление ν, числовое представление μ и конструктивное представление $\mu\nu$ числового представления $\mu(\mathfrak{I}_{\omega})$.

§ 17. Примеры конструктивных представлений величин

Рассмотрим линейный порядок. Знания T о линейном порядке содержат аксиомы антисимметричности, полноты и транзитивности. Линейными порядками являются, например, балльные величины и величины типа «число»: число рабочих на предприятии, число автокатастроф, число браков или разводов и т. д. Значениями многих таких величин являются натуральные числа, поэтому их естественным числовым представлением может быть конструктивное числовое представление. Такие величины удовлетворяют следующей аксиоме.

Аксиома T1. Любая ограниченная сверху (снизу) последовательность $a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a$ $(a < \ldots < a_3 < a_2 < a_1)$ конечна.

Обозначим теорию линейного порядка вместе с аксиомой T1 через T1. Известно, что любой линейный, но не более чем счетный порядок, удовлетворяющий теории T1, вложим в модель $\langle \omega; \leq \rangle$. Отсюда следует решение проблемы существования конструктивного числового представления для линейных порядков T1.

Предложение 1. Любой линейный порядок $\Im \in AC_\omega(T_1)$ имеет конструктивное числовое представление.

Конструктивными числовыми представлениями могут служить обычные способы нумерации значений этих величин.

Рассмотрим линейные порядки, удовлетворяющие аксиоме полноты.

Аксиома T2. $\forall a, b, \exists c(a < c < b)$.

Обозначим через T2 теорию линейного порядка вместе с аксиомой T2. Примерами полных линейных порядков, удовлетворяющих T2, являются физические величины, используемые в нефизических областях. Например, величины температуры, давления, веса человека, рассматриваемые с медицинской точки зрения, или температуры, освещенности, влажности почвы, рассматриваемые с сельскохозяйственной точки зрения. Для этих величин операция сложения (имеющая смысл с физической точки зрения) смысла не имеет. Осмысленно только отношение порядка, являющееся полным линейным порядком. Такой порядок естественно представлять не действительными, а рациональными числами. Получим конструктивное числовое представление полных линейных порядков, используя рациональные числа. Известно, что любой полный, не более чем счетный линейный порядок $\Im \in AC_\omega(T2)$ изоморфен одному из интервалов $(0, 1)$, $[0, 1)$, $(0, 1]$, $[0, 1]$ множества рациональных чисел.

Предложение 2. Любой полный линейный порядок $\Im \in AC_\omega(T2)$ имеет конструктивное числовое представление.

Примерами конструктивных числовых представлений могут служить градации шкал приборов, измеряющих эти величины.

Рассмотрим деревья – рефлексивные, антисимметричные, транзитивные порядки, удовлетворяющие следующей аксиоме.

Аксиома T3. $\forall$a, b, c(c $\le$ a & c $\le$ b $\Rightarrow$ a $\le$ b $\vee$ b $\le$ a).

Обозначим теорию деревьев через T3. Конечными деревьями описываются такие величины, как должность, занимаемое место (в дереве рабочих мест некоторой организации), иерархические величины и т. д. Конечные деревья всегда конструктивизируемы, поэтому решение проблемы существования конструктивного числового представления сводиться к построению простой и удобной конструктивизации, применимой к любому конечному дереву. Пример такого конструктивного числового представления приведен на рис. 6.

Если у дерева несколько корневых вершин, то они нумеруются числами 1, 2, 3, ... Вершинам дерева (значениям величины) сопоставляются наборы натуральных чисел $a = \nu(\langle n^a_1, \ldots, n^a_k\rangle)$, $b = \nu(\langle n^b_1, \ldots, n^b_m\rangle)$. По числам из набора легко определяется отношение порядка между a и b.

Шкалы $\mu : \Im \to \Re$ практически реализуются в виде шкал приборов (весов, линейки, термометра). Конструктивизации ν также могут реализовываться как показания некоторых измерительных процедур, в частности тестирования, анкетирования, обследования и т. д.

Предположим, что нас интересует отношение предпочтения некоторой величины $\Im = \langle A; \le\rangle$ (коэффициента интеллектуальности, удовлетворенности работой, температура) и способ прямого измерения отношения предпочтения $\le$ дорог, неудобен, требует большого времени и т. д. Для более простого и быстрого измерения этого отношения разрабатывается и используется тест (анкета, обследование). Применение теста к испытуемому (респонденту, больному) дает для некоторого значения a $\in$ A величины

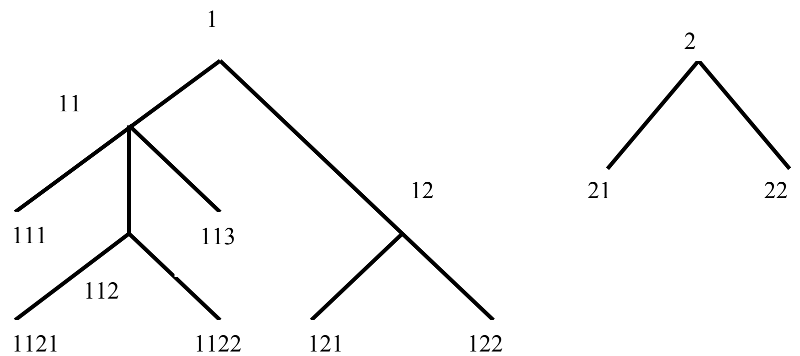


Рис. 6

$\mathfrak{I}$ набор ответов в виде некоторой последовательности натуральных или рациональных чисел $\langle n^a_1, ..., n^a_k\rangle$. Если по результатам теста для любых двух значений a, b $\in$ A величины $\mathfrak{I}$ можно эффективно определить отношение предпочтения

$$a \leq b \Leftrightarrow P^N(\langle n^a_1, \ldots, n^a_k\rangle, \langle n^b_1, \ldots, n^b_l\rangle)$$

например, подсчитывая сумму баллов, взвешенное среднее, кодировать ответы и т. д., то отображение $\mathfrak{I} : \langle n^a_1, \ldots, n^a_k\rangle \to a$, осуществляемое тестом будет конструктивным числовым представлением величины $\mathfrak{I} = \langle A; \leq\rangle$. Сама процедура тестирования (анкетирования, обследования) будет конструктивной измерительной процедурой со значениями вида $\langle n^a_1, \ldots, n^a_k\rangle$.

Примером такого отношения предпочтения и соответствующего теста является отношение предпочтения между односемейными домами [54; с. 243].

Использование теста для конструктивного измерений некоторой величины может быть обосновано решением следующей задачи. Пусть задано некоторое отношение предпочтения $\leq$ величины $\mathfrak{I} = \langle A; \leq\rangle$, обладающее свойствами T (удовлетворяющее аксиомам частичного порядка, толерантности, решеток). Требуется решить проблему существования конструктивного числового представления ν для любой величины $\mathfrak{I} \in AC_\omega(T)$ и затем для данной нам величины $\mathfrak{I}$ разработать тест, измеряющий ее конструктивное числовое представление ν. Мы не можем сразу строить конструктивное числовое представление ν для исходной величины $\mathfrak{I}$, так как она известна нам только своими аксиомами, содержащимися в T. Поэтому решить проблему существования конструктивного числового представления нужно опираясь на $AC_\omega(T)$.

§ 18. Конструктивное числовое представление процедур шкалирования для экстенсивных величин

В теории измерений [129] такие величины как массы, длина, скорость задаются системой аксиом экстенсивных величин:

1) $<$ - слабый линейный порядок;

2) $\forall x, y, z(x\bullet(y\bullet z) \sim (x\bullet y)\bullet z)$;

3) $\forall x, y, z(x \leq y \Leftrightarrow z\bullet x \leq z\bullet y \Leftrightarrow x\bullet z \leq y\bullet z)$;

4) Для любых x, y, z, u; если $x < y$, то существует натуральное число n, $nx \bullet z < ny \bullet u$, $nx = x\bullet \ldots \bullet x$.

Числовые представления экстенсивных величин определяются следующей теоремой.

Теорема [Там же]. Система $\langle A; <, \bullet\rangle$, $A \neq \varnothing$, является замкнутой экстенсивной структурой тогда и только тогда, когда существует отображение $\varphi : A \to Re$, удовлетворяющее для любых a, b $\in$ A условиям:

1) $a \leq b \Leftrightarrow \varphi(a) \leq \varphi(b)$,

2) $\varphi(a \bullet b) = \varphi(a) + \varphi(b)$.

Из теоремы следует, что числовым представлением замкнутой экстенсивной структуры является ее сильный гомоморфный образ в $R = \langle Re; <, +\rangle$. Каждому значению $a \in A$ экстенсивной величины $M = \langle A; <, \bullet\rangle$ можно сопоставить действительное число. Считается, что этой теоремой дается математическая модель измерительных приборов экстенсивных величин (весов, линейки и т. д.).

Эта теорема тем не менее не дает способ построения отображения φ (шкалирования прибора). Шкала прибора, а в дальнейшем и результаты измерения, определяются процедурой шкалирования прибора, которая дает нам значения φ в отдельных точках. Процедура шкалирования опирается на некоторую алгебраическую спецификацию, но ввиду ее конструктивного характера ей нужны, вообще говоря, другие свойства величины, чем те, которые требуются для гомоморфного вложения в Re.

Поэтому более адекватным и конструктивным представлением экстенсивных величин является алгебраическая спецификация процедуры шкалирования величины [17]. Проиллюстрируем этот подход на примере экстенсивных величин.

Алгебраическая спецификация процедуры шкалирования может быть задана аксиомами 1, 2, 3 и следующей схемой аксиом:

4') $\forall y \exists x(kx \sim y)$, $k = 1, 2, ...$,

$\exists x,y \neg(x \sim y)$.

Алгебраическим представлением процедуры шкалирования экстенсивных величин является система $N = \langle B; <, \bullet\rangle$, удовлетворяющая аксиом 1–3, 4'. Эта система может быть порождена произвольным своим элементом b, таким что $\neg(b \bullet b \sim b)$.

Конструктивным числовым представлением этой системы является конструктивизация факторсистемы $N /\!\sim$.

Утверждение 2. Факторсистема $N /\!\sim$, удовлетворяющая системе аксиом 1–3, 4', изоморфна $\Re a = \langle Ra^{+} ; \leq, + \rangle$, $R^{+}a = \{m / n \mid m, n = 1, 2, ...\}$.

ГЛАВА 2. ПРОЦЕСС ПОЗНАНИЯ, ОСНОВАННЫЙ НА ТЕОРИИ ИЗМЕРЕНИЙ.

§ 19. Универсальная аксиоматизируемость экспериментальной зависимости

В данном параграфе проанализируем возможность построения достаточно общего метода обнаружения эмпирической аксиоматической теории. Проанализируем множество высказываний, которые должен обнаруживать метод.

Большинство известных законов можно выразить универсальными формулами (формулами, содержащими только кванторы всеобщности). Кроме того, универсальные формулы обладают еще одним важным свойством – они заведомо поддаются экспериментальной проверке [50], т. е. их можно опровергнуть в конечном эксперименте, если они не верны. Третьим, важным для нас свойством универсальных формул, является их разложимость на более простые формулы некоторого специального вида, которые позволяют разработать достаточно эффективный метод обнаружения закономерностей.

В теории измерений формулы с кванторами существования часто вводятся в систему аксиом не для того, чтобы отразить эмпирическое содержание исследуемых величин, а для того, чтобы можно было доказать соответствующие теоремы существования и единственности. Системы аксиом в теории измерений должны быть достаточно сильны, чтобы из их истинности на некоторой модели следовало бы существование гомоморфного отображения этой модели в числовую систему, а также, чтобы можно было определить множество таких гомоморфных отображений (множество допустимых преобразований).

Строго определить, имеет ли какая-нибудь аксиома эмпирическое содержание или нет, можно с помощью следующего понятия [68]. Аксиома Φ называется чисто технической в системе аксиом $\{\Phi_i\}_{i\in I}$, если из следующих двух систем аксиом $\Phi\cup\{\Phi_i\}_{i\in I}$ и $\{\Phi_i\}_{i\in I}$ вытекают одни и те же, поддающиеся проверке, (универсальные) высказывания. Многие аксиомы, встречающиеся в теории измерений и включающие квантор существования, являются чисто техническими.

Анализ не чисто технических аксиом теории измерений показывает, что для переменных, связанных кванторами существования, практически всегда существуют эмпирически интерпретируемые скулемовские функции [61], подстановка которых в формулу позволяет избавиться от кванторов существования.

Данные рассуждения показывают, что множество универсальных формул является практически достаточным для обнаружения эмпирической аксиоматической теории.

Найдем эмпирически интерпретируемые свойства измерительных процедур Obs^V, благодаря которым экспериментальная зависимость представима совокупностью универсальных формул в словаре V. Эти свойства дадут, во-первых, возможность понять, почему большинство известных законов выражаются универсальными формулами, а, во-вторых, определят область применимости метода.

Под экспериментальной зависимостью будем понимать совокупность формул S^V истинных на любом результате наблюдения pr^V = Obs(A). Уточним понятия измерительной процедуры Obs^V и протокола наблюдения pr^V, которые остались не конкретизированными в § 8 при определении эмпирической аксиоматической теории.

Определим протокол наблюдения pr^V как модель [61]

$$pr^V = \langle B;V \rangle = Obs^V (A), \tag{20}$$

где $A = \{a_1, \ldots, a_m\}$ – множество измеряемых объектов; $V = \{P_1, \ldots, P_n\}$ – словарь наблюдаемых терминов; $B = \{a_1, \ldots, a_m;\ b_1, \ldots, b_e\}$ – множество символов объектов. Поясним это определение. Каждый протокол наблюдения должен удовлетворять системе аксиом S^V. Так как в системе аксиом могут быть скулемовские функции, то возможно, что в процессе проведения измерений необходимо конструировать некоторые объекты. Поэтому множество символов объектов B состоит как из символов объектов множества A, так и из символов объектов $b_1, \ldots, b_e$, сконструированных в процессе измерения процедурой Obs^V. Будем предполагать, что нам известна функция $\pi : A \to \{a_1, \ldots, a_m\}$, взаимно однозначно сопоставляющая объектам из множества A их символы в протоколе pr^V. Будем предполагать, что индексы символов объектов начинаются с 1 и кончаются m без пропусков.

Уточним понятие истинности формул на протоколе наблюдения pr^V. Так как протокол является моделью, то таким определением является стандартное определение выполнимости формул на моделях [Там же].

Определим свойство измерительной процедуры, которое будет необходимым и достаточным условием универсальной аксиоматизируемости экспериментальной зависимости.

Пусть у нас есть некоторая эмпирическая аксиоматическая теория $M = \langle Obs^V, V, W, S \rangle$. Обозначим через PR множество всех конечных моделей (с точностью до изоморфизма), которые могут быть получены в качестве протоколов наблюдения процедурой Obs^V над всеми возможными множествами объектов A. Обозначим через T абстрактный класс всех конечных моделей сигнатуры V. Нам нужно найти необходимое и достаточное условие универсальной аксиоматизируемости класса PR в классе T.

Класс PR называется универсально аксиоматизируемым в классе T, если существует совокупность S^V универсальных формул сигнатуры V (формул, содержащих только кванторы всеобщности) истинных на тех и только тех моделях из T, которые принадлежат PR. Тогда множество S^V является системой аксиом для класса конечных моделей PR и выражает экспериментальную зависимость, проявляющуюся в экспериментах, проводимых измерительной процедурой Obs^V .

Теорема (Тарский, Лось [61]). Для того чтобы подкласс PR класса T был универсально аксиоматизируем в классе T, необходимо и достаточно, чтобы класс PR был локально замкнут в T.

Условие локальной замкнутости трудно эмпирически проинтерпретировать, поэтому мы найдем более простое условие универсальной аксиоматизируемости.

Определение [Там же]. Подкласс PR называется наследственным в T, если каждая подмодель в T модели из PR принадлежит PR.

Свойство наследственности имеет следующую интерпретацию. Для каждого протокола эксперимента $pr^V = \langle A; V\rangle$ любой подпротокол $pr = \langle B;V\rangle$, $B \subset A$, с точностью до переименования символов объектов также может быть получен в результате эксперимента.

Утверждение [Там же]. Для классов конечных моделей PR и T из наследственности класса PR в классе T вытекает локальная замкнутость класса PR в классе T и, в силу теоремы Лося, Тарского, универсальная аксиоматизируемость класса PR в классе T.

Определение 4. Будем говорить, что эксперимент удовлетворяет свойству наследственности, если выполнены следующие условия:

1) в процессе наблюдения не производится конструирование новых объектов и протокол наблюдения в отличии от определения (20) имеет вид: $pr^V = \langle\pi(A); V\rangle = Obs^V(A)$;

2) для любого протокола $pr^V = \langle\pi(A); V\rangle = Obs^V(A)$ и любого подмножества $B \subset A$ протокол $pr = \langle\pi(B); V\rangle = Obs^V(B)$, полученный на этом подмножестве, изоморфен подмодели $\langle\pi(B); V\rangle$, $\pi(B) \subset \pi(A)$ модели $pr^V = \langle\pi(A); V\rangle$.

Интерпретация свойства 2 определения состоит в том, что значения истинности отношений из pr^V, определенные на некотором подмножестве B объектов множества A, не зависят от свойств других объектов и истинности отношений на других объектах. Для физических экспериментов это свойство почти всегда выполняется, но если взять, например, реакции испытуемого на стимулы из некоторого множества A, то на подмножестве $B \subset A$ эти реакции могут быть другими, чем на этих же стимулах во всем множестве A. В этом случае добавление к множеству B новых стимулов из

A\B может изменить прежние реакции испытуемого на стимулы из множества B.

Теорема 3. Из наследственности экспериментальной зависимости (определение 4) вытекает наследственность класса PR в классе T и, значит, универсальная аксиоматизируемость экспериментальной зависимости S^V.

Доказательство. Возьмем произвольный протокол класса PR. Он изоморфен некоторому протоколу $pr^V = \langle B; V\rangle = Obs^V(A)$. Из первого свойства следует, что $B = \pi(A)$. Возьмём произвольную подмодель $pr = \langle C; V\rangle$, $C \subset \pi(A)$ модели $pr = \langle \pi(A); V\rangle$. Для множества символов объектов C определим соответствующее ему множество объектов $C = \pi^{-1}(C)$. Проведем процедурой Obs^V измерение над этим множеством. Получим протокол $pr'' = \langle \pi''(C); V\rangle$. В силу свойства 2 этот протокол будет изоморфен подмодели pr' протокола pr. Отсюда следует, что подмодель pr' также принадлежит классу PR.

§ 20. Общая формулировка метода обнаружения экспериментальной зависимости.

Пусть у нас есть некоторая эмпирическая аксиоматическая теория $M = \langle Obs^V, V, W, S^V\rangle$, в которой протоколы конкретизированы как это сделано в предыдущем параграфе. Метод обнаружения эмпирической аксиоматической теории следует понимать как метод индукции, состоящий в увеличении наших знаний об измерительной процедуре Obs^V.

Мы будем предполагать, что увеличение наших знаний должно происходить путем анализа результатов наблюдений $pr_0{}^V$ и обнаружения на них аксиом в словаре V. Методом может использоваться известная нам априорная информация о величинах и законах S^V_{ap}, которая, например, содержит аксиомы величин, приведенные в § 9. Таким образом, мы приходим к следующему определению.

Определение 5. Методом обнаружения закономерностей мы будем называть отображение

$$M : \langle S^V_{ap}, pr_0{}^V\rangle \to S^V_{Met}, \tag{21}$$

сопоставляющее каждой паре $\langle S^V_{ap}, pr_0{}^V\rangle$, где S^V_{ap} – истинное на $pr_0{}^V$ множество формул, а S^V_{Met} – множество утверждений в словаре V, обнаруживаемых методом. Формулы из S^V_{Met} не выводимы из S^V_{ap}.

Мы будем предполагать далее, что эксперимент обладает свойством наследственности и экспериментальная зависимость S^V универсально аксиоматизируема (теорема 3). Из этого предположения следует, что априорная информация S^V_{ap} и множество высказываний S^V_{Met}, обнаруживаемых

методом, являются подмножествами экспериментальной зависимости S^V_{ap}, $S^V_{Met} \subset S^V$.

§ 21. Что такое закон

Представим исследуемую предметную область эмпирической системой $M = \langle A; V\rangle$, где A – основное множество эмпирической системы, а $V = \langle P_1, ..., P_k\rangle$, $k > 0$ – множество предикатов, определенных на A. Будем предполагать, что теория Th(M) эмпирической системы M (совокупность всех истинных на M высказываний) представляет собой совокупность универсальных формул Σ.

Для дальнейших рассмотрений необходимо выделить фрагмент языка первого порядка L(Σ), содержащий только внелогические символы системы аксиом Σ. Сигнатурой $\Im(\Sigma)$ языка L(Σ) будем называть набор $\Im(\Sigma) = \langle P_1, ..., P_k\rangle$, где $P_1, ..., P_k$ – все предикатные символы, встречающиеся в аксиомах Σ; n1, ..., nk – местности соответствующих предикатных символов; $X(\Sigma) = \langle x_1, ..., x_m\rangle$ – множество всех свободных переменных, входящих в Σ; U(Σ) – множество всех атомарных формул (атомов) вида $P(x_1, ..., x_n)$, $x_1, ..., x_n \in X(\Sigma)$, входящих в аксиомы из Σ; $\Re(\Sigma)$ – множество утверждений языка L(Σ), полученное замыканием множества U(Σ) относительно логических операций &, v, ¬. На элементах булевой алгебры $\Re(\Sigma)$ определено тождество утверждений. Будем предполагать, что логические константы $И \equiv A\vee\neg A$ и $Л \equiv A\&\neg A$ всегда принадлежат $\Re(\Sigma)$.

Как уже говорилось, совокупность универсальных формул логически эквивалентна совокупности формул вида (1), которые будем называть правилами

$$\forall x_1, ..., x_k \,(A_1^{\varepsilon_1} \,\&\ldots\&\, A_k^{\varepsilon_k} \Rightarrow A_0^{\varepsilon_0}),\; k \geq 0,$$

где $A_0, A_1, ..., A_k$ – атомарные формулы, $A_j = P_j\,(x^j{}_1, ..., x^j{}_{nj})^{\varepsilon j}$, $j = 0, 1, ..., k$, $x^0{}_1, ..., x^0{}_{n0}, x^1{}_1, ..., x^1{}_{n1}, ..., x^k{}_1, ..., x^k{}_{nk}$ – свободные переменные; $n_0, n_1, ..., n_k$ – местности предикатных символов $P_0, P_1, ..., P_k$; $\varepsilon_0, \varepsilon_1, ..., \varepsilon_k = 1(0)$, если атомарная формула берется без отрицания (1) или с отрицанием (0).

Задача 6. Таким образом, задача обнаружения эмпирической аксиоматической теории на эмпирической системе M и, в частности, обнаружение систем аксиом сводится к задаче определения системы аксиом Σ эмпирической системы M.

Проанализируем эту задачу. Что можно сказать об истинности высказываний из Σ на эмпирической системе M, опираясь только на логический анализ высказываний. Можно сказать, во-первых, что правило $C = (A_1\& ... \&A_k \Rightarrow A_0)$ может быть истинным на эмпирической системе

только потому, что посылка правила всегда ложна. На самом деле, как мы покажем, это означает, что на эмпирической системе истинно некоторое логически более сильное «подправило», связывающее между собой атомы посылки. Во-вторых, правило C может быть истинно на эмпирической системе только потому, что некоторое его логически более сильное «подправило», содержащее только часть посылки и то же заключение, истинно на эмпирической системе. Поэтому система аксиом может оказаться истинной на эмпирической системе потому, что фактически на эмпирической системе истинна некоторая система подправил данной системы аксиом, из истинности которой в свою очередь следует истинность системы аксиом.

Из логики и методологии науки хорошо известно, что те высказывания следует считать *законами*, которые при одинаковой их подтвержденности на экспериментальных данных наиболее фальсифицируемы, просты и / или содержат наименьшее число «параметров». В нашем случае все эти свойства, которые обычно трудно определить, следуют из определения логической силы высказывания. «Подправило» является одновременно и логически более сильным высказыванием, чем само правило и более фальсифицируемым, так как содержит более слабую посылку и, следовательно, применимо к большему объему данных и тем самым в большей степени подвержено фальсификации; и более простым, так как содержит меньшее число атомарных высказываний, чем правило, и включает меньшее число «параметров», так как лишние атомарные высказывания тоже можно считать параметрами «подстройки» высказывания под данные.

Почему же закон должен быть наиболее фальсифицируемым, простым и содержать наименьшее число параметров? Разные авторы придерживаются различных мнений на этот счет, либо не объясняют этого вообще. Очевидно одно, что это нужно для того, что бы максимально близко приблизиться к реальным данным и наиболее точно отразить реальные зависимости в данных, а не наши гипотезы о них. В нашем случае для гипотез вида (1) мы можем более точно ответить на этот вопрос. Так как все описанные свойства закона вытекают из логической силы высказывания, то поиск логически наиболее сильных «подправил», истинных на эмпирической системе, позволяет нам не только проверить гипотезу об истинности системы аксиом, но и решить другую принципиально более важную задачу: выяснить, а какова на самом деле та наиболее сильная (логически) теория, вытекающая из этих правил, которая описывает наши данные и возможно лежит в основании неизвестного нам закона их порождения? Решение этой *задачи обнаружения закона в данных* или, что то же самое, поиска *сильнейшей теории* в данных как раз и требует нахождения среди всех правил вида (1) логически наиболее сильных (среди истинных на эмпири-

ческой системе). Именно такие правила в соответствии с существующими представлениями следует считать законами эмпирической системы.

Выясним из истинности каких логически более сильных «подправил» на эмпирической системе M следует истинность самого правила. Тем самым мы получим определение «подправил» и определение закона для эмпирической системы M.

Теорема 4. Правило $C = (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$ логически следует (в исчислении высказываний) из любого правила вида:

1. $A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \Rightarrow \neg A_{i0}$,

где $\{A_{i1}, \ldots, A_{ih}, A_{i0}\} \subset \{A_1, \ldots, A_k\}$, $0 \le h < k$, т. е.

$(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \Rightarrow \neg A_{i0}) \vdash \neg(A_1 \& \ldots \& A_k) \vdash (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$;

$\vdash$ – доказуемость в исчислении высказываний;

2. $(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \Rightarrow A_0)$,

где $\{A_{i1}, \ldots, A_{ih}\} \subset \{A_1, \ldots, A_k\}$, $0 \le h < k$, т. е.

$(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \Rightarrow A_0) \vdash (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$.

Доказательство. Докажем сначала первую цепочку выводов $(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \Rightarrow \neg A_{i0}) \equiv (\neg(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih}) \vee \neg A_{i0}) \equiv (\neg A_{i1} \vee \ldots \vee \neg A_{ih} \vee \neg A_{i0}) \equiv \neg(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \& A_{i0})$. Так как $\{A_{i1}, \ldots, A_{ih}, A_{i0}\} \subset \{A_1, \ldots, A_k\}$, то конъюнкция $A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \& A_{i0}$ является частью конъюнкции $A_1 \& \ldots \& A_k$. Из аксиомы алгебры высказываний $A \& B \vdash A$ по правилу modus ponense следует, что $A_1 \& \ldots \& A_k \vdash A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \& A_{i0}$. Поэтому из формул $(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \Rightarrow \neg A_{i0})$, $A_1 \& \ldots \& A_k$ выводится противоречие $\neg(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \& A_{i0}) \& (A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \& A_{i0})$. Отсюда следует, что $(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \Rightarrow \neg A_{i0}) \vdash \neg(A_1 \& \ldots \& A_k)$. Докажем, что $\neg(A_1 \& \ldots \& A_k) \vdash (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$. Так как $\neg(A_1 \& \ldots \& A_k) \equiv \neg A_1 \vee \ldots \vee \neg A_k$, то по правилу алгебры высказываний $A \vdash A \vee B$ выводим, что $\neg(A_1 \& \ldots \& A_k) \vdash (\neg A_1 \vee \ldots \vee \neg A_k \vee A_0) \equiv (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$.

Докажем, что $(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \Rightarrow A_0) \vdash (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$, если $\{A_{i1}, \ldots, A_{ih}\} \subset \{A_1, \ldots, A_k\}$, $0 \le h < k$. Так как $(A_{i1} \& \ldots \& A_{ih} \Rightarrow A_0) \equiv (\neg A_{i1} \vee \ldots \vee \neg A_{ih} \vee A_0)$, то из схемы аксиом $A \vdash A \vee B$ алгебры высказываний и правила modus ponens следует, что $(\neg A_{i1} \vee \ldots \vee \neg A_{ih} \vee A_0) \vdash (\neg A_1 \vee \ldots \vee \neg A_k \vee A_0) \equiv (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$.

Следствие 1. Если некоторое подправило правила C истинно на эмпирической системе M, то и само правило C истинно на M.

Определение 6. Подправилом некоторого правила C будем называть любое из логически более сильных правил вида 1 или 2, определенных в теореме для правила C.

Как легко видеть, любое подправило также имеет вид (1).

Определение 7. Законом эмпирической системы $M = \langle A, W\rangle$ будем называть любое, истинное на M правило C вида (1), для которого каждое его подправило уже не истинно на M.

Обозначим через L множество всех законов эмпирической системы M.

Теорема 5. $L \vdash \Sigma$.

Таким образом, обнаружение множества L решает задачу обнаружения теории эмпирической системы M (задача 6).

Однако реально нам не известна эмпирическая система, а только результаты экспериментов. Поэтому необходимо определить понятие эксперимента на эмпирической системе M и понятие закона на множестве всех экспериментов.

§ 22. Понятие эксперимента. Определение закона на множестве экспериментов

Свяжем проверку истинности системы аксиом на эмпирической системе M с конкретными конечными экспериментами, на которых эта истинность проверяется. Тем самым мы не просто сделаем проверку аксиом конструктивной, а заменим задачу, которую можно выполнять только на теоретическом уровне, на задачу чисто эмпирической проверки. Понятие эксперимента заменяет идеализированные эмпирические системы на действительно эмпирические.

Под интерпретацией языка $L(\Sigma)$ на эмпирической системе $M = \langle A, V\rangle$ будем понимать два отображения: интерпретацию сигнатурных символов $I(M) : \Im(\Sigma) \to V$, сопоставляющую каждому сигнатурному символу $P_j \in \Im(\Sigma)$, $j = 1, ..., k$, местности nj некоторый предикат P_j из V той же местности, и интерпретацию переменных $I : X(\Sigma) \to X(A)$, сопоставляющую взаимооднозначно всем свободным переменным $X(\Sigma) = \langle x_1, ..., x_m\rangle$ языка $L(\Sigma)$ переменные $X(A) = \langle x_1, ..., x_m\rangle$ по основному множеству A эмпирической системы M. Под состоянием $s : X(A) \to A$ будем понимать отображение набора переменных $X(A) = \langle x_1, ..., x_m\rangle$ в набор объектов $\langle a_1, ..., a_m\rangle$ из A (не все объекты обязательно различны). Множество всех возможных состояний обозначим через St.

Эксперимент должен состоять в том, чтобы при заданной интерпретации $I(M) : \Im(\Sigma) \to V$ предикатных символов и заданной интерпретации I переменных, выбрать из основного множества A некоторый набор объек-

тов $\langle a_1, ..., a_m\rangle$ и подставить их вместо переменных $\langle x_1, ..., x_m\rangle$. Далее определить значения истинности всех атомарных формул на $\langle a_1, ..., a_m\rangle$.

Определение 8. Эксперимент определим как набор

$$Exp(s) = Exp(I(M)I(X(\Sigma)), s) = \langle\langle a_1, ..., a_m\rangle, I(M)I(X(\Sigma))s\rangle,$$

где $s \in St$, $s(X(A)) = \langle a_1, ..., a_m\rangle$; $I(M)I(X(\Sigma))s$ – суперпозиция интерпретации I(M) предикатных символов, интерпретации $I(X(\Sigma))$ переменных и состояния s. Эта суперпозиция задает интерпретацию предикатных переменных в предикаты на эмпирической системе и подставляет вместо символов переменных набор объектов из основного множества эмпирической системы, что определяет конкретные значения истинности этих предикатов на данном наборе объектов. Поскольку для данной эмпирической системы M интерпретации I(M), $I(X(\Sigma))$ предикатных символов и переменных фиксированы, то эксперимент также будем обозначать через Exp(s). Запись $\langle\langle a_1, ..., a_m\rangle, I(M)I(X(\Sigma))s\rangle$, как и в случае моделей, означает, что значения истинности атомарных высказываний на объектах набора $\langle a_1, ..., a_m\rangle$ определены и представляют собой набор значений истинности всех атомарных высказываний на объектах из $\langle a_1, ..., a_m\rangle$. Например, для $W = \{\sim\}$ и объектов $\langle a, b, c\rangle$

$$\langle\langle a, b, c\rangle, I(M)I(X(\Sigma))s\rangle = \langle(a \sim a) = И, (b \sim b) = И, (c \sim c) = И,$$
$$(a \sim b) = Л, (a \sim c) = И, (b \sim c) = И,$$
$$(b \sim a) = Л, (c \sim a) = И, (c \sim b) = Л\rangle.$$

Будем предполагать, что порядок атомарных отношений в наборе $\langle\langle a, b, c\rangle, I(M)I(X(\Sigma))s\rangle$ всегда фиксирован, поэтому, если взять только набор значений истинности $\langle И, И, И, Л, И, И, Л, И, Л\rangle$ или будем говорить бинарный вектор ε для соответствующего эксперимента, то этот вектор будет однозначно характеризовать результаты эксперимента. Этот вектор можно представить как вершину девятимерного двоичного куба $\{0, 1\}^9$. Полученный вектор $\varepsilon(Exp(s))$ будем называть значением эксперимента Exp(s).

Пусть у нас есть некоторый эксперимент Exp(s), множество значений которого представляет собой двоичный куб E. Рассмотрим взаимосвязь куба E и булевой алгебры $\Re(\Sigma)$. Как известно, любое утверждение из $\Re(\Sigma)$ есть дизъюнкция элементарных конъюнкций атомов или их отрицаний из $U(\Sigma)$. Следовательно, во-первых, значение истинности любого утверждения $A \in \Re(\Sigma)$ на эксперименте Exp(s) определено и вычисляется по правилам алгебры высказываний, во-вторых, любому утверждению $A \in \Re(\Sigma)$ соответствует некоторое подмножество $E(A) \subseteq E$ векторов, на котором (и только на котором) оно истинно. Так как $И \equiv A\vee\neg A$ и $Л \equiv A\&\neg A$ всегда принадлежат $\Re(\Sigma)$, то всему множеству E и пустому подмножеству $\varnothing$

вершин также соответствуют некоторые высказывания из $\Re(\Sigma)$. Поэтому фактор алгебра $\Re(\Sigma)/\equiv$ высказываний и множество всех подмножеств двоичного куба E изоморфны соответственно относительно логических операций на $\Re(\Sigma)/\equiv$ и теоретико множественных операций на E. Каждому бинарному вектору $\varepsilon(Exp(s)) = \langle$И, И, И, Л, И, И, Л, И, Л$\rangle \in E$, представляющему собой результаты некоторого эксперимента, будет соответствовать при таком изоморфизме элементарная коньюнкция $(a \sim a)\&(b \sim b)\&(c \sim c)\&\neg(a \sim b)\&(a \sim c)\&(b \sim c)\&\neg(b \sim a)\&(c \sim a)\&\neg(c \sim b) \in \Re(\Sigma)$, описывающая результаты соответствующего эксперимента, которую будем обозначать через A(Exp(s)).

Определим для эмпирической системы M множество всех возможных экспериментов $Exp = \{Exp(s) \mid s \in St\}$.

Определение 9. Формула $C \in \Re(\Sigma)$ истинна на Exp(s) (будем писать $Exp(s) \vDash C$) тогда и только тогда, когда при определенном в эксперименте Exp(s) наборе значений истинности $\varepsilon(Exp(s))$ формула C истинна. Иначе говоря, формула $C \in \Re(\Sigma)$ истинна на Exp(s), если $\varepsilon(Exp(s)) \in E(C)$.

Определение 10. Формула $C \in \Re(\Sigma)$ истинна на Exp тогда и только тогда, когда она истинна на каждом эксперименте $Exp(s) \in Exp$.

Лемма 5. Формула $C \in \Re(\Sigma)$ истинна на эмпирической системе M (при классическом определении истинности высказываний на модели) тогда и только тогда, когда она истинна на Exp.

Определение 11. Система аксиом Σ истинна на Exp тогда и только тогда, когда каждая аксиома из Σ истинна на Exp.

Определение 12. Законом на Exp будем называть любое истинное на Exp правило C вида (1), каждое подправило которого уже не истинно на Exp.

Теорема 6. Правило C вида (1) является законом эмпирической системы $M = \langle A, W\rangle$ тогда и только тогда, когда оно является законом на Exp.

Поэтому мы не будем вводить отдельного определения для множества всех законов на Exp, а будем его обозначать также через L.

Таким образом, задача 6 переходит в следующую задачу

Задача *7*. Определить множество L всех законов на Exp.

§ 23. События и вероятности событий

Сделаем следующий шаг обобщения: будем предполагать, что объекты для экспериментов выбираются некоторым случайным образом из основного множества A эмпирической системы как из генеральной совокупности объектов. Это позволит нам ввести вероятность на множестве экспе-

риментов, не меняя пока определения эксперимента как некоторого «фрагмента» эмпирической системы.

Определим вероятность μ на E.

Определение 13. Вероятностью на E будем называть отображение $\mu : E \to [0, 1]$, удовлетворяющее условиям:

1) $\sum_{\varepsilon\in E}\mu(\varepsilon) = 1$;

2) $\mu(\varepsilon) = 0 \Leftrightarrow \{Exp(s) \mid \varepsilon(Exp(s)) = \varepsilon\} = \varnothing$.

Смысл условия 2 объясняется нижеследующей леммой 6. Он состоит в том, что вероятность должна быть согласована с истинностью высказываний: если высказывание A тождественно истинно на M, то его вероятность должна быть равна 1, если же оно тождественно ложно, то его вероятность должна быть равна 0.

Определение 14. Событием в эксперименте Exp(s) будем называть любое подмножество $E(A) \subseteq E$, $\varepsilon(Exp(s)) \in E(A)$, $A \in \Re(\Sigma)$. Вероятностью μ события E(A) будем называть величину

$$\mu(E(A)) = \sum_{\varepsilon\in E(A)}\mu(\varepsilon).$$

Будем говорить, что в результате эксперимента Exp(s) произошло событие E(A) или событие A, если $\varepsilon(Exp(s)) \in E(A)$. Событие A является элементом булевой алгебры $\Re(\Sigma)$, которую мы так же будем называть булевой алгеброй событий.

Вероятность μ индуцирует вероятность η на булевой алгебре высказываний $\Re(\Sigma)$.

Лемма 6. Функция $\eta(A) = \mu(E(A))$, $A \in \Re(\Sigma)$, определяет на $\Re(\Sigma)$ вероятность и для любых $A, B \in \Re(\Sigma)$ удовлетворяет следующим аксиомам верояности [103; 108]:

1. $\eta(A\vee B) + \eta(A\&B) = \eta(A) + \eta(B)$;
2. $\eta(\neg A) = 1 - \eta(A)$;
3. Если $\vdash A \equiv B$, то $\eta(A) = \eta(B)$;
4. Если $\vdash A$, то $\eta(A) = 1$,

где $\vdash$ – доказуемость в исчислении высказываний.

Из условия 2 вероятности (определение 13) следует, что не только при доказуемости высказывания, но и при его истинности на эмпирической системе M, оно должно иметь вероятность 1.

Лемма 7. Для любого высказывания $A \in \Re(\Sigma)$ выполнены следующие условия:

1) $M \vDash A \Leftrightarrow \eta(A) = 1$;

2) $M \vDash \neg A \Leftrightarrow \eta(A) = 0$.

Доказательство. Докажем, что условия 1 и 2 леммы эквивалентны. Подставим в условие 1 вместо высказывания A высказывание $\neg A$, получим: $M \vDash \neg A \Leftrightarrow \eta(\neg A) = 1 \Leftrightarrow (1 - \eta(A)) = 1 \Leftrightarrow \eta(A) = 0$. Докажем теперь условие 2. Пусть $M \vDash \neg A$, тогда A всюду ложно на M и, значит, в силу лемма 5 A ложно на Exp. Отсюда A ложно на каждом эксперименте из Exp (определение 10), поэтому для каждого $\varepsilon \in E(A)$

$$\{Exp(s) \mid \varepsilon(Exp(s)) = \varepsilon\} = \varnothing$$

и $\mu(\varepsilon) = 0$, откуда следует, что $\eta(A) = 0$. Обратное доказательство получается обратным ходом рассуждения.

§ 24. Определение вероятностного закона на Exp

Введем определение вероятностного закона путем обобщения понятия закона на вероятностный случай. Сделаем это так, что бы понятие закона на Exp было частным случаем этого более общего определения.

Вспомним определение закона на Exp. Законом на Exp является истинное на Exp правило, все подправила которого ложны на Exp. Можно иначе переформулировать понятие закона на Exp. Законами являются такие правила, истинные на Exp, которые нельзя более упростить и / или логически усилить, сохраняя их истинность. Это свойство неупрощаемости позволяет сформулировать закон не только в терминах истинности но и вероятности и тем самым перекинуть мост между детерминированным и вероятностным случаями.

Теорема *7*. Для правила $C = (A_1\& \dots \&A_k \Rightarrow A_0)$ вида (1) следующие два условия эквивалентны:

1) правило C является законом на Exp;

2) a) условная вероятность $\eta(A_0 / A_1\& \dots \&A_k)$ правила определена (т. е. $\eta(A_1\& \dots \&A_k) > 0$) и $\eta(A_0 / A_1\& \dots \&A_k) = 1$;

b) условная вероятность $\eta(A_0 / A_1\& \dots \&A_k)$ правила строго больше условных вероятностей каждого из его подправил.

Доказательство. 1. Предположим, что правило C является законом на M. Докажем, что тогда правила определены. Если правило C является законом на M, то подправило $(A_2\& \dots \&A_k \Rightarrow \neg A_1)$ не всегда истинно на M. Значит, есть эксперименты, являющиеся исключениями из этого правила, т. е. эксперименты на которых высказывание $(A_2\& \dots \&A_k \&A_1)$ истинно. Тогда $\{Exp(I(M), s) \mid \varepsilon(Exp(I(M), s)) \in E(A_2\& \dots \&A_k \&A_1)\} \neq \varnothing$ и, значит, в силу свойства 2 (определение 13), $\mu(E(A_2\& \dots \&A_k \&A_1)) \neq 0$ и $\eta(A_2\& \dots \&A_k\&A_1) \neq 0$. Отсюда получаем, что $\eta(A_2\& \dots \&A_k \&A_1) = \eta(A_1\&A_2\& \dots \&A_k) > 0$ и, значит, условная вероятность правила C опреде-

лена. Отсюда следует, что и условные вероятности всех подправил определены, так как из $\{A_{i1}, ..., A_{ih}\} \subseteq \{A_1, ..., A_k\}$, следует, что $\eta(A_{i1}\& ... \&A_{ih}) \geq \eta(A_1\& ... \&A_k) > 0$.

2. Докажем теперь, что $\eta(A_0 /A_1\& ... \&A_k) = 1$ тогда и только тогдп, когда правило C истинно на Exp. Докажем, что из $\eta(A_0 /A_1\& ... \&A_k) = 1$ следует истинность правила C на Exp. Предположим противное, что оно не истинно на Exp. Это означает, что существуют эксперименты, на которых высказывание $A_1\& ... \&A_k\&\neg A_0$ истинно, и, значит, множество экспериментов $\{Exp(s) ¦ \varepsilon(Exp(s)) \in E(A_1\& ... \&A_k\&\neg A_0)\} \neq \varnothing$ не пусто. Отсюда, вследствие свойства 2 (определение 13), следует, что $\mu(A_1\& ... \&A_k \&\neg A_0) \neq 0$. Но это противоречит условию $\eta(A_0 /A_1\& ... \&A_k) = 1$, так как

$$\eta(A_0 /A_1\& ... \&A_k) = \eta(A_0\&A_1\& ... \&A_k) / \eta(A_1\& ... \&A_k) =$$
$$\eta(A_0 /A_1\& ... \&A_k) / (\eta(A_0\&A_1\& ... \&A_k) + \eta(\neg A_0\&A_1\& ... \& A_k))$$

и поскольку мы доказали, что $\eta(\neg A_0\&A_1\& ... \&A_k) \neq 0$, то $\eta(A_0 /A_1\& ... \&A_k) < 1$. Обратное доказательство, что из истинности правила C на Exp следует, что $\eta(A_0 /A_1 \& ... \&A_k) = 1$, проводится теми же рассуждениями, проведенными в обратном порядке.

3. Из пп. 1, 2 следует, что условие 1 теоремы влечет условие 2a. Из п. 1. следует определенность правил, а из п. 2 следует, что условная вероятность равна 1.

4. Докажем, что из условия 1 теоремы следует условие 2b. Любое подправило $A_{i1}\& ... \&A_{ih} \Rightarrow L$ правила C ложно на M, где L – литера вида $\neg A$, для правил вида 1 (теорема 4), либо вида A, для правил вида 2. Ложность имеет место тогда и только тогда, когда $\{Exp(s) ¦ \varepsilon(Exp(s)) \in E(A_{i1}\& ... \&A_{ih}\&\neg L)\} \neq \varnothing$, что в силу свойства 2 (определение 13), эквивалентно условиям $\mu(A_{i1}\& ... \&A_{ih}\&\neg L) > 0$ и $\eta(A_{i1}\& ... \&A_{ih}\&\neg L) > 0$. Из последнего неравенства следует

$$\eta(L /A_{i1}\& ... \&A_{ih}) = \eta(A_{i1}\& ... \&A_{ih}\&L) / \eta(A_{i1}\& ... \&A_{ih}) =$$
$$\eta(A_{i1}\& ... \&A_{ih}\&L) / (\eta(A_{i1}\& ... \&A_{ih}\&\neg L) + \eta(A_{i1}\& ... \& A_{ih}\&L)) < 1.$$

Но поскольку в силу п. 2 условная вероятность правила C равна 1, то ложность любого подправила на M эквивалентна неравенствам $\eta(L /A_{i1}\& ... \&A_{ih}) < 1 = \eta(A_0 /A_1\& ... \&A_k)$.

5. Таким образом, мы доказали, что из условия 1 теоремы следуют условия 2a и 2b, что доказывает теорему в одну сторону.

6. Докажем, что из условий 2a и 2b следует условие 1 теоремы. Если для правила C условная вероятность определена, то в силу пункта (1) будут определены и условные вероятности всех его подправил. Так как условная вероятность правила C, в силу условия 2a равна 1, то в силу п. 2 правило C будет истинным на Exp. Для доказательства того, что правило C будет законом необходимо доказать, что каждое подправило этого правила

ложно. Это можно сделать проводя те же рассуждения, что и в п. 4, только в обратном порядке ■

Данная теорема дает нам эквивалентное определение закона на Exp в терминах вероятностей.

Определение 15. Вероятностным законом на Exp в детерминированном случае (см. определение 13 вероятности) будем называть правило $C = (A_1\& \ldots \&A_k \Rightarrow A_0)$ вида (1), удовлетворяющее условиям:

a) условная вероятность $\eta(A_0 /A_1\& \ldots \&A_k)$ правила определена (т. е. $\eta(A_1\& \ldots \&A_k) > 0$) и $\eta(A_0 /A_1\& \ldots \&A_k) = 1$;
b) условная вероятность $\eta(A_0 /A_1\& \ldots \&A_k)$ правила строго больше условных вероятностей каждого из его подправил.

Следствие 2. Вероятностный закон на Exp в детерминированном случае является законом эмпирической системы M.

Доказательство. Следует из теоремы 6 и 7.

§ 25. Обобщение понятия вероятностного закона и эксперимента на случай данных с шумами

Определение эксперимента Exp(s), как некоторого «фрагмента», эмпирической системы не включает в себя всех видов случайностей, которые могут быть в эксперименте и не отражает реальность проведения экспериментов как она есть. Определение 13 вероятности исключает возможность искажения значений истинности предикатов (лемма 7). Чтобы обобщить понятие эксперимента на случай, когда возможны ошибки измерения, шумы или ошибки в ответах испытуемого, необходимо ввести все эти случайные искажения в понятие эксперимента.

Известно [108], что в языке первого порядка можно ввести несколько типов случайностей:

случайности, связанные со случайным выбором стимулов из генеральной совокупности (случайность на области [Там же]);

случайности, вызывающие ошибки в определении значений истинности атомарных высказываний и связанные с ошибками измерения, ошибками в ответах испытуемого, шумами прибора или шумами воздействующими на испытуемого (случайность на множестве возможных миров [Там же]).

В случаях 1 и 2 вероятность может вводиться, вообще говоря, различным образом [Там же] как вероятность на «области» или как вероятность на множестве «возможных миров»… Определение 13 вероятности является примером вероятности на «области», так как, в силу свойства 2, определено для экспериментов являющимися «фрагментами» эмпирических систем и, следовательно, не содержащими случайностей вида 2. Чтобы учесть

оба типа случайностей необходимо одновременно обобщить определение вероятности и эксперимента.

Определение 16. Вероятностью на E назовем отображение $\mu : E \to [0, 1]$, удовлетворяющее условию

1) $\sum_{\varepsilon \in E} \mu(\varepsilon) = 1$;

Для «детерминированных» экспериментов, должно быть выполнено также условие

2) $\mu(\varepsilon) = 0 \Leftrightarrow \{Exp(s) \mid \varepsilon(Exp(s)) = \varepsilon\} = \varnothing$.

Эксперимент определим как набор

$$Exp(s) = F\langle\langle a_1, ..., a_m\rangle, I(M)I(X(\Sigma))s\rangle,$$

где $F : E \to E$ – случайное отображение. В случае, когда F – тождественное отображение будем говорить, что мы имеем «детерминированный» эксперимент, для которого должно быть выполнено условие 2.

«Детерминированный» эксперимент совпадает со старым определением эксперимента. Данное определение эксперимента Exp(s) представляет собой случайно искаженный функцией F «фрагмент» эмпирической системы. Характеристики функции F как случайного отображения полностью определяются вероятностью μ. Определение вероятности η остается прежним.

Для экспериментов, определенных в определении 16 с различными типами случайностей уже нельзя требовать истинности аксиом на Exp. Поэтому определение закона на Exp теряет свой смысл. Эквивалентное определение вероятностного закона, для которого должно быть выполнено условие $\eta(A_0 / A_1 \& ... \& A_k) = 1$, так же теряет смысл, в силу того, что условная вероятность не может быть равна 1 в экспериментах с шумами. Поэтому необходимо ввести обобщение этого определения путем удаления условия, которое не может быть выполнено.

Определение 17. Вероятностным законом на Exp будем называть правило $C = (A_1 \& ... \& A_k \Rightarrow A_0)$ вида (1), удовлетворяющее следующему условию: условная вероятность $\eta(A_0 / A_1 \& ... \& A_k)$ правила определена и строго больше условных вероятностей каждого из его подправил.

Обозначим через LP множество всех вероятностных законов.

Определение 18. Сильнейшим вероятностным законом (СВЗ) мы будем обозначать такой вероятностный закон C, который не является подправилом никакого другого вероятностного закона. Обозначим через СВЗ множество всех сильнейших вероятностных законов.

Предложение 3. L ⊂ СВЗ ⊂ LP.

Покажем, что в результате удаления условия $\eta(A_0 / A_1 \& \ldots \& A_k) = 1$ из определения вероятностного закона для детерминированного случая (определение 15) мы ничего не потеряли из существа определения закона.

Вспомним, что именно свойство неупрощаемости позволило нам сформулировать определение вероятностного закона в детерминированном случае. Посмотрим на результат предыдущей теоремы (теорема 7) с точки зрения *неупрощаемости* закона. В вероятностных терминах свойство неупрощаемости закона звучит уже несколько иначе: для правила, истинного на M, для которого условная вероятность равна 1, неупрощаемость правила означает, что, если мы возьмем любое логически более сильное его подправило, то его условная вероятность строго уменьшится и станет строго меньше 1, т. е. вероятностный закон на Exp в детерминированном случае нельзя упростить, не уменьшив существенно его условную вероятность. Поэтому два эквивалентных определения закона, сформулированные в теореме могут быть переформулированы в терминах неупрощаемости закона, только одно из них для значения истинности, а другое для условной вероятности. Из этой переформулировки видно, что для понятия закона важны не сама истинность или то, что условная вероятность равна 1, а невозможность его упрощения с сохранением этих оценок (истинности, вероятности и т. д.). Это дает возможность дать более общее определение закона для правил вида (1), охватывающее как детерминированный так и вероятностный случаи.

Определение 19. Законом является такое правило C вида (1), характеризуемое некоторой оценкой, что его нельзя «упростить» (логически усилить – теорема 4) не уменьшив существенно этой оценки.

Эквивалентность двух различных определений закона с точки зрения данного определения закона для двух различных видов оценок – оценки истинности и оценки условной вероятности, равной 1, доказана (теорема 7). При переходе от вероятностного закона в детерминированном случае (определение 15) к вероятностному закону (определение 17) мы заменили оценку закона с условной вероятности равной 1 на просто оценку условной вероятности, оставаясь в рамках закона (определение 19).

Условная вероятность, используемая нами (теорема 7, определение 15, определение 17) как оценка закона, интересна не только тем, что это вероятность, но еще и тем, что она является оценкой предсказательной силы закона, являющейся наиболее важной характеристикой законов вообще. Понятие закона всегда, прежде всего, связывается с его способностью предсказывать, поэтому переход от характеристики закона в терминах истинности, принятой в философской логике и связанной с принципом фальсифицируемости, к характеристике закона в терминах предсказания явля-

ется не просто уходом от старой парадигмы (включая принцип фальсифицируемости), а переходом к более естественному определению закона.

Теорема 7 в этом случае означает, что для детерминированного случая, который характеризует возможность предсказания в случае отсутствия шумов, определения закона через истинность и условную вероятность совпадают. Но если мы имеем стохастический случай, когда правила не истинны на M, определение закона через истинность теряет свой смысл, а определение закона, основанное на условных вероятностях и предсказании, сохраняет свой смысл.

Понятие гипотезы, используемое в философской логике и связанное с принципом фальсифицируемости, отличается от определения закона. Поэтому понятно, почему в литературе нет определения закона природы. Следует подчеркнуть, что определение закона природы (и на это определение претендует наше определение) должно служить мостом между теоретическим (идеальным) и эмпирическим уровнями рассмотрения. *Закон* в отличие от гипотез *идеален*. Поэтому проверка и обнаружение закона никак не могут быть связаны с принципом фальсифицируемости. В нашем определении обнаружение закона связано с его (вероятностной) неупрощаемостью, которая тесно связана с такими присущими законам свойствам как простота, логическая сила, максимальная общность (или фальсифицируемость) и минимальность числа параметров.

Множество вероятностных законов шире множества законов (см. предложение 3), поэтому, обнаруживая вероятностные законы, мы будем обнаруживать как аксиомы теории Σ так и просто вероятностные законы. Чтобы выделить среди вероятностных законов аксиомы из Σ есть два пути. Первый путь, рассматриваемый в следующем параграфе, состоит в нахождении условий, при которых множества вероятностных и (детерминированных) законов совпадают, и второй путь, рассматриваемый в следующей главе, состоит в нахождении непротиворечивых подмножеств вероятностных законов.

§ 26. Тестирование систем аксиом в условиях шумов

Процесс получения результатов эксперимента (см. определение 16) можно разделить на два этапа: получение результатов эксперимента в «чистом» виде, как «фрагмента» некоторой эмпирической системы, а затем получение результатов реального эксперимента «добавлением» шумов. Выделить эти два этапа можно, введя две вероятностных меры для значений экспериментов: вероятностную меру в детерминированном и стохастическом случаях. Первая их них D_μ будет удовлетворять дополнительному требованию 2 (определение 16) для вероятностей в детерминированном случае, а вторая S_μ будет вероятностной мерой в общем случае.

Введение двух вероятностных мер позволит нам ввести вероятностную модель шумов. Вернемся к определению эксперимента (определение 16)

$$Exp(s) = F\langle\langle a_1, ..., a_m\rangle, I(M)I(X(\Sigma))s\rangle.$$

Стохастический эксперимент Exp(s) получается в два этапа: сначала получается результат детерминированного эксперимента в соответствии с вероятностной мерой D_μ, а затем применяется случайное преобразование F, отражающее влияние на результаты детерминированного эксперимента шумов, ошибок, неточности приборов и т. д. в соответствии с вероятностной мерой S_μ. Приведем соответствующие определения.

Определим переход от значений детерминированного эксперимента, представленного некоторыми наборами в двоичном кубе E, к значению стохастического эксперимента как действие случайной функции $F : E \to E$. Отображение F есть некоторое случайное взаимнооднозначное отображение. Вероятностные характеристики этого отображения и соответственно модель шумов задаются соотношением двух вероятностей D_μ и S_μ. При этом вероятность S_μ – есть вероятность реальных экспериментов, а D_μ – вероятность гипотетического «идеального» эксперимента на эмпирической системе.

Устойчивость понятия вероятностной закономерности относительно некоторого типа шумов означает, что если некоторое множество правил $\{C_i\}$ является множеством вероятностных законов в детерминированном случае, то то же самое множество правил будет множеством вероятностных законов и в стохастическом случае.

Эта формулировка ставит следующую проблему: определить какие вероятности и модели шумов сохраняют множество вероятностных законов.

Определение 20. Назовем сохраняющими моделями шумов такие пары вероятностей S_μ, D_μ, для которых множество вероятностных законов LP для вероятности S_μ и множество законов L для вероятности D_μ совпадают.

Если мы ограничим себя рассмотрением только сохраняющих моделей шумов, то задача 6 решается так же, как задача 7.

Поэтому данная работа ставит проблему: определить множество сохраняющих моделей шумов. Но как определить является ли модель шумов сохраняющей или нет. Это можно сделать либо аналитически, либо машинным моделированием. Пример аналитического доказательства приведен в следующем параграфе.

§ 27. Сохраняющий двоичный шум

Предположим, что у нас есть эксперимент $Exp(s) = \langle\langle a_1, ..., a_m\rangle, I(M)I(X(\Sigma))s\rangle$ и вероятность для детерминированного случая D_μ. Определим шумы, задающие случайное преобразование $F : E \to E$. Предположим,

что каждое атомарное высказывание, значение которого получается в эксперименте, подвергается воздействию независимой и одинаково распределенной двузначной случайной величины Λ, принимающей значение 1 с вероятностью $\lambda > 0.5$ и 0 с вероятностью $1\text{-}\lambda$. Если значения эксперимента представить как двоичный вектор $\langle 1, 1, 0, ..., 0, 1\rangle$, где 1 – истина, а 0 – ложь, то преобразование $F : E \rightarrow E$ примет вид:

$$\langle 1, 1, 0, ..., 0,1\rangle \Rightarrow \langle \lambda_1 1, \lambda_2 1, \lambda_3 0, ..., \lambda_{n-1} 0, \lambda_n 1\rangle,$$

где $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ – различные независимые случайные величины с распределением Λ. Эксперимент с преобразованными значениями атомарных высказываний обозначим через FExp(s). Пусть S_μ – вероятность (определение 16) для случайно преобразованного эксперимента.

Теорема 8. Множества вероятностных законов для эксперимента Exp(s) с вероятностью D_μ и эксперимента FExp(s) с вероятностью S_μ равны.

Доказательство. Нужно доказать, что правило $C = (A_1\& ... \&A_k \Rightarrow A_0)$ является вероятностным законом для эксперимента Exp(s) тогда и только тогда, когда оно является вероятностным законом для эксперимента FExp(s). В стохастическом эксперименте FExp(s) правило λ^*C примет вид $(\lambda_1{}^*A_1\& ... \&\lambda_k{}^*A_k \Rightarrow \lambda_0{}^*A_0)$, где $\lambda_1{}^*, ..., \lambda_k{}^*, \lambda_0{}^*$ – случайные величины вида $\lambda_1\ \lambda_2\ , ..., \lambda_n$, если литера $A_1, ..., A_k, A_0$ не содержит отрицания, или случайные величины вида $1 - \lambda_1, 1 - \lambda_2 , ..., 1 - \lambda_n$, если литера содержит отрицание.

Надо доказать, что правила $C = (A_1\& ... \&A_k \Rightarrow A_0)$ и $\lambda^*C = (\lambda_1{}^*A_1\& ... \&\lambda_k{}^*A_k \Rightarrow \lambda_0{}^*A_0)$ одновременно либо являются, либо не являются вероятностными законами. Докажем это последовательностью эквивалентных преобразований. Пусть правило λ^*C является вероятностным законом. Тогда

$$\eta(\lambda_0{}^*A_0 / \lambda_1{}^*A_1\& ... \& \lambda_k{}^*A_k) > \eta(\lambda_0{}^*A_0 / \lambda_2{}^*A_2\& ... \& \lambda_k{}^*A_k), \qquad (22)$$

для подправила вида 2 (теорема 4) $(\lambda_2{}^*A_2\& ... \&\lambda_k{}^*A_k \Rightarrow \lambda_0{}^*A_0)$.

Распишем это неравенство:

$$\eta(\lambda_0{}^*A_0 / \lambda_1{}^*A_1\& ... \& \lambda_k{}^*A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0{}^*A_0\&\lambda_1{}^*A_1\& ... \& \lambda_k{}^*A_k) / \eta(\lambda_1{}^*A_1\& ... \& \lambda_k{}^*A_k) >$$
$$\eta(\lambda_0{}^*A_0 / \lambda_2{}^*A_2\& ... \& \lambda_k{}^*A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0{}^*A_0\&\lambda_2{}^*A_2\& ... \& \lambda_k{}^*A_k) / \eta(\lambda_2{}^*A_2\& ... \& \lambda_k{}^*A_k).$$

Рассматривая значения литер $A_0, A_1, ..., A_k$, как точку в двоичном кубе, мы можем заменить операцию конъюнкции на умножение. Тогда получим следующее эквивалентное неравенство:

$$\eta(\lambda_0{}^*A_0 \bullet \lambda_1{}^*A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k{}^*A_k) / \eta(\lambda_1{}^*A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k{}^*A_k) >$$
$$\eta(\lambda_0{}^*A_0 \bullet \lambda_2{}^*A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k{}^*A_k) / \eta(\lambda_2{}^*A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k{}^*A_k).$$

Это неравенство легко преобразуется эквивалентным образом в силу независимости случайных величин λ как между собой так и относительно литер $A_1, ..., A_k, A_0$:

$$\eta(\lambda_0{*}A_0 \bullet \lambda_1{*}A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) / \eta(\lambda_1{*}A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0{*} \bullet \lambda_1{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*} \bullet A_0 \bullet A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) / \eta(\lambda_1{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*} \bullet A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) >$$
$$\eta(\lambda_0{*}A_0 \bullet \lambda_2{*}A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) / \eta(\lambda_2{*}A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0{*} \bullet \lambda_2{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*} \bullet A_0 \bullet A_2 \bullet \ldots \bullet A_k) / \eta(\lambda_2{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*} \bullet A_2 \bullet \ldots \bullet A_k).$$

Если два события A, B независимы, то $\eta(A\&B) = \eta(A)\eta(B)$. Так как операция $\bullet$ является конъюнкцией, то $\eta(A \bullet B) = \eta(A)\eta(B)$. Отсюда получаем следующее эквивалентное преобразование неравенства:

$$\lambda_0{*} \bullet \lambda_1{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*}\ \eta(A_0 \bullet A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) / \lambda_1{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*}\ \eta(A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) >$$
$$\lambda_0{*} \bullet \lambda_2{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*}\ \eta(A_0 \bullet A_2 \bullet \ldots \bullet A_k) / \lambda_2{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*}\ \eta(A_2 \bullet \ldots \bullet A_k) \Leftrightarrow$$
$$\eta(A_0 \bullet A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) / \eta(A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) > \eta(A_0 \bullet A_2 \bullet \ldots \bullet A_k) / \eta(A_2 \bullet \ldots \bullet A_k)$$

Но последнее неравенство и есть то, что нам требуется доказать, а именно вероятностное неравенство, аналогичное неравенству (22), но только относительно правила C, а не правила $\lambda{*}C$. Так как последнее неравенство было получено эквивалентными преобразованиями, то обратное так же верно, т. е. если неравенство (22) выполнено для правила C, то оно будет выполнено и для правила $\lambda{*}C$. Справедливость аналогичного неравенства относительно других подправил вида 2 (теорема 4) доказывается аналогично. Таким образом справедливость теоремы относительно подправил вида 2 доказана.

Для завершения доказательства теоремы необходимо доказать аналогичное неравенство для подправил вида 1 (теорема 4).

Рассмотрим неравенство

$$\eta(\lambda_0{*}A_0 / \lambda_1{*}A_1 \& \ldots \& \lambda_k{*}A_k) > \eta(\neg\lambda_1{*}A_1 / \lambda_2{*}A_2 \& \ldots \& \lambda_k{*}A_k)$$

Распишем его аналогичным образом. Отрицание $\neg\lambda_1{*}A_1$ равно $(1-\lambda_1{*})A_1$. Но поскольку сама случайная функция $\lambda_1{*}$ есть либо λ_1, либо $1-\lambda_1$ в зависимости от наличия либо отсутствия отрицания у атома A_1, то обозначение случайной величины $\neg\lambda_1{*}$ можно оставить тем же самым, а именно $\lambda_1{*}$. Поэтому мы получим неравенства

$$\eta(\lambda_0{*}A_0 / \lambda_1{*}A_1 \& \ldots \& \lambda_k{*}A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0{*}A_0 \& \lambda_1{*}A_1 \& \ldots \& \lambda_k{*}A_k) / \eta(\lambda_1{*}A_1 \& \ldots \& \lambda_k{*}A_k) >$$
$$\eta(\lambda_1{*}A_1 / \lambda_2{*}A_2 \& \ldots \& \lambda_k{*}A_k) =$$
$$\eta(\lambda_1{*}A_1 \& \lambda_2{*}A_2 \& \ldots \& \lambda_k{*}A_k) / \eta(\lambda_2{*}A_2 \& \ldots \& \lambda_k{*}A_k).$$

Заменим операцию конъюнкции на операцию умножения.

$$\eta(\lambda_0{*}A_0 \bullet \lambda_1{*}A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) / \eta(\lambda_1{*}A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) >$$
$$\eta(\lambda_1{*}A_1 \bullet \lambda_2{*}A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) / \eta(\lambda_2{*}A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k).$$

Проведем серию эквивалентных преобразований.

$$\eta(\lambda_0{*}A_0 \bullet \lambda_1{*}A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) / \eta(\lambda_1{*}A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) =$$

$$\eta(\lambda_0{*} \bullet \lambda_1{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*} \bullet A_0 \bullet A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) / \eta(\lambda_1{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*} \bullet A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) >$$

$$\eta(\lambda_1{*}A_1 \bullet \lambda_2{*}A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) / \eta(\lambda_2{*}A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k{*}A_k) =$$

$$\eta(\lambda_1{*} \bullet \lambda_2{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*} \bullet A_1 \bullet A_2 \bullet \ldots \bullet A_k) / \eta(\lambda_2{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*} \bullet A_2 \bullet \ldots \bullet A_k).$$

Отсюда получаем следующие эквивалентные преобразования.

$$\lambda_0{*} \bullet \lambda_1{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*}\ \eta(A_0 \bullet A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) / \lambda_1{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*}\ \eta(A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) >$$

$$\lambda_1{*} \bullet \lambda_2{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*}\ \eta(A_1 \bullet A_2 \bullet \ldots \bullet A_k) / \lambda_2{*} \bullet \ldots \bullet \lambda_k{*}\ \eta(A_2 \bullet \ldots \bullet A_k) \Leftrightarrow$$

$$\lambda_0{*}\ \eta(A_0 \bullet A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) / \eta(A_1 \bullet \ldots \bullet A_k) >$$

$$\lambda_1{*}\eta(A_0 \bullet A_2 \bullet \ldots \bullet A_k) / \eta(A_2 \bullet \ldots \bullet A_k)$$

Так как $\lambda_0{*} = \lambda_1{*} = \lambda$, то мы получаем требуемое неравенство, так как последнее неравенство и есть то, что нам требуется доказать. Аналогичное доказательство проводится для остальных подправил вида 1 (теорема 4).

ГЛАВА 3. ЛОГИЧЕСКИЙ ПУТЬ ПОЗНАНИЯ. ПРОБЛЕМА ПРЕДСКАЗАНИЯ.

§ 28. Знание и познание

В предыдущей главе был рассмотрен процесс познания, основанный на теории измерений. Он состоял в разработке метода обнаружения эмпирической аксиоматической теории предметной области, включающей системы аксиом, представленной некоторой эмпирической системой.

Рассмотрим более общую задачу.

Задача 8. Обнаружить эмпирическую аксиоматическую теорию, включающую не только теорию эмпирической системы вместе с системами аксиом, но и знания.

Знания – это высказывания, имеющие некоторую степень вероятности, нечеткости, достоверности и т. д.

Рассмотрение знаний сталкивается со следующими принципиальными и нерешенными проблемами:

1) знания логически противоречивы и не образуют теорию;
2) предсказание для знаний плохо определено – вероятностные оценки знаний резко падают в процессе логического вывода;
3) предсказания, получаемые из знаний, статистически двусмысленны.

Эти проблемы известны и обсуждаются, например, в широко цитируемой работе L. De Raedt and K. Kersting. «Probabilistic logic learning» [141]. В ней говорится, что «одними из центральных вопросов методов извлечения знаний и искусственного интеллекта является вероятностное логическое обучение, т. е. интеграция реляционных или логических представлений, вероятностного вывода и обучения».

Проблемы 1–3 являются следствием более глубокой проблемы:

4) в настоящее время не существует адекватного синтеза логики и вероятности.

Этой проблеме в 2002 г. был посвящен workshop «*Combining Probability and Logic*» (King's College London 4th–6th November 2002). В аннотации к workshop говорится: «Artificial intelligence is one key discipline in which probability theory competes with other logics for application. It is becoming vitally important to evaluate and integrate systems that are based on very different approaches to reasoning, and there is strong demand for theoretical understanding of the relationships between these approaches».

Во введении к спецвыпуску «Journal of Applied Logic» 1 (2003), Special issue on Combining Probability and Logic, посвященному этому workshop, Jon Williamson, Dov Gabbay писали: «One approach is to argue that ***probability is logic***, which requires showing that probability is a determinate relation be-

tween statements. Kyburg, Howson and Paris and Vencovská appeal to the concepts of frequency, consistency and entropy respectively to determine this relation. Alternatively one can explore other formalisms which ***interface between probability and logic***: argumentation in the case of Fox and Kohlas; default reasoning in the case of Bourne and Weydert».

Однако настоящего синтеза логики и вероятности в этих работах не сделано.

Нам удалось разрешить проблемы 1–4 и осуществить синтез логики и вероятности для понятия предсказания [154; 157–158]. Предсказание является одним из важнейших понятий в науке, однако до сих пор адекватного, с нашей точки зрения, определения этого понятия не существует. Мы покажем, что это связано с нерешенностью проблемы 4. Решение проблемы 4 как и других проблем связано с радикальным изменением парадигмы в логике: предсказание нельзя вывести, его можно только вычислить. Такой процесс вычисления нами разработан на основе семантического вероятностного вывода, который следует идее семантического подхода к программированию выдвинутого Ю. Л. Ершовым, С. С. Гончаровым и Д. И. Свириденко. Идея семантического программирования состоит в том, чтобы процесс вычисления рассматривать как проверку истинности утверждений (включая возможное использование логического вывода) на некоторой модели (моделью могут быть данные, представленные некоторой многосортной системой; некоторая специальная модель теории или абстрактного типа данных и т. д.). При таком взгляде на процесс вычисления, процедуру логического вывода можно обобщить, рассматривая более разнообразные взаимоотношения высказываний и модели – рассмотреть процесс вычисления как, например, определение наиболее вероятных, подтвержденных или нечетких высказываний на модели. Такой обобщенный вывод будем называть семантическим.

В настоящее время определение понятия предсказания для индуктивных теорий, содержащих знания, осуществляется Индуктивно-статистическим I–S (Inductive–Statistical) выводом. Гемпелем было замечено, что предсказания получаемые *I–S-выводом* статистически двусмысленны. Что бы избежать такой двусмысленности он ввел для законов, используемых в I–S-выводе, требование максимальной специфичности RMS (*Requirement of Maximum Specificity*). Он не дал формального определения этому требованию, но дал достаточно четкую формулировку. Различные формализации этой формулировки показали, что они также не решают проблемы статистической двусмысленности. Из-за этой проблемы считается, что предсказание для индуктивных теорий не поддается адекватной формализации.

В этой главе мы рассмотрим проблему формализации понятия предска-

зания для индуктивных теорий. Мы введем своё определение множества всех максимально специфических правил MSR и докажем, что, во-первых, оно непротиворечиво, а во-вторых, для него не возникает проблемы статистической двусмысленности. Тем самым такие правила могут использоваться в I–S-выводе без противоречий. Мы определим семантический вероятностный вывод, который позволяет вывести все четыре множества законов L, LP и MSR.

§ 29. Индуктивно-статистический вывод

Индуктивно-статистический вывод Гемпеля по выводу некоторого факта G имеет вид:

$$\frac{\dfrac{L_1,\ \ldots,\ L_m}{C_1,\ \ldots,\ C_n}}{G}\,[r]$$

Он удовлетворяет следующим условиям:

i) $L_1, \ldots, L_m, C_1, \ldots, C_n \vdash G$;

ii) множество $L_1, \ldots, L_m, C_1, \ldots, C_n$ непротиворечиво;

iii) $L_1, \ldots, L_m \nvdash G$, $C_1, \ldots, C_n \nvdash G$;

iv) множество $L_1, \ldots, L_m$ содержит статистические законы. Множество фактов $C_1, \ldots, C_n$ не имеет кванторов;

v) RMS: все законы $L_1, \ldots, L_m$ максимально специфичны.

По Гемпелю [111], требование максимальной специфичности RMS (Requirement of Maximal Specificity) определяется следующим образом. I–S-вывод вида:

$$\frac{\dfrac{p(G;F) = r}{F(\boldsymbol{a})}}{G(\boldsymbol{a})}\,[r]$$

является приемлемым I–S-предсказанием при состоянии знания K, если следующее требование RMS выполнено. Для каждого класса H, для которого оба следующих высказывания принадлежат K:

$$\forall x(H(x) \Rightarrow F(x)),$$
$$H(\boldsymbol{a}), \tag{23}$$

Существует статистический закон p(G; H) = r’ в K такой, что r = r’. Основная идея RMS состоит в том, что если F и H оба содержат объект ***a***, и H является подмножеством F, то H обладает более специфической информацией об объекте ***a*** чем F и следовательно закон p(G; H) должен предпочитаться закону p(G; F).

§ 30. Семантический вероятностный вывод.

Определение 21. Под семантическим вероятностным выводом (СВВ) некоторого сильнейшего вероятностного закона (СВЗ, см. определение 18) мы понимаем такую последовательность вероятностных законов $C_1 \sqsubset C_2 \sqsubset \ldots \sqsubset C_n$, что

$$\begin{gathered} C_1, C_2, \ldots, C_n \in LP,\ C_i = (A^i_1 \& \ldots \& A^i_{ki} \Rightarrow G),\ i = 1, 2, \ldots, n,\ n \geq 1, \\ \text{правило } C_i \text{ является подправилом правила } C_{i+1}, \\ \eta(C_{i+1}) > \eta(C_i),\ i = 1, 2, \ldots, n-1, \\ C_n - \text{СВЗ-правило.} \end{gathered} \tag{24}$$

Предложение 4. Любой вероятностный закон принадлежит некоторому СВВ-выводу.

Предложение 5. Для любого СВЗ-закона существует СВВ-вывод этого правила.

Следствие 3. Для любого закона из L существует СВВ-вывод этого закона.

Рассмотрим множество всех СВВ-выводов некоторого факта G. Это множество можно представить как семантическое вероятностное Дерево выводов (СВДВ-дерево) факта G (рис 7).

Определение 22. Максимально специфическим законом вывода факта G (МСЗ(G)) мы определим сильнейший вероятностный закон СВДВ-дерева вывода факта G, имеющий максимальное значение условной веро-

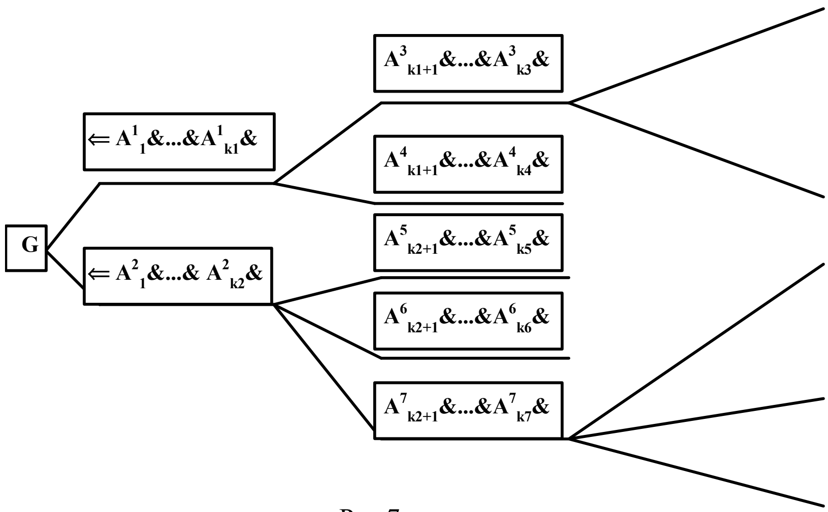


Рис 7.

ятности среди всех других сильнейших вероятностных законов СВДВ-дерева вывода факта G.

Множество всех максимально специфических законов обозначим через МСЗ.

Предложение 6. $L \subset$ МСЗ $\subset$ СВЗ $\subset LP$.

§ 31. Требование максимальной специфичности

Определим требование максимальной специфичности (ТМС). Будем предполагать, что класс H объектов в (23) определён некоторым предложением $H \in \Re(\Im)$ языка L. В том случае требование ТМС говорит о том, что должно быть выполнено равенство $p(G; H) = p(G; F) = r$. В терминах вероятности это означает, что $\eta(G / H) = \eta(G / F) = r$ для любого $H \in \Re(\Im)$, удовлетворяющего (23).

Определение 23. Требование максимальной специфичности (ТМС):

a) если мы добавим предложение $H \in \Re(\Im)$ к посылке правила $C = (F \Rightarrow G)$ (то предложение (1) $\forall x(F(x)\&H(x) \Rightarrow F(x))$ истинно);

b) и будет выполнено условие $F(a)\&H(a)$ (тогда $\eta(F\&H) > 0$),

то должно выполняться равенство $\eta(G / F\&H) = \eta(G / F) = r$.

Другими словами, ТМС означает, что не существует утверждения $H \in \Re(\Im)$, которое увеличивает (или уменьшает, см. нижеследующую лемму) условную вероятность $\eta(G / F) = r$ путем добавления его в посылку правила.

Лемма 8. Если утверждение $H \in \Re(\Im)$ уменьшает условную вероятность $\eta(G / F\&H) < \eta(G / F)$, то утверждение $\neg H$ увеличивает ее и $\eta(G / F\&\neg H) > \eta(G / F)$.

Доказательство. Введем обозначения $a = \eta(G\&F\&H')$, $b = \eta(F\&H')$, $c = \eta(G\&F\&\neg H')$, $d = \eta(F\&\neg H')$. Тогда неравенство $\eta(G / F\&H') < \eta(G / F)$ моно заменить на неравенство $a / b < (a + c) / (b + d)$. Из неравенства $a / b < (a + c) / (b + d)$ следует, что

$$(a + c) / (b + d) < c / d \Leftrightarrow \eta(G / F) < \eta(G / F\&\neg H') \blacksquare$$

Лемма 9. Для любого правила $C = (B_1\& \dots \&B_t \Rightarrow A_0)$, $\eta(B_1\& \dots \&B_t) > 0$ вида (1) существует вероятностный закон $C' = (A_1\& \dots \&A_k \Rightarrow A_0)$ на M, являющийся подправилом правила C и $\eta(C') \geq \eta(C)$ ■

Теорема 9. Любое МСЗ(G) правило удовлетворяет требованию ТМС.

Доказательство. Нам надо доказать, что для любого предложения $H \in \Re(\Im)$ равенство $\eta(G / F\&H) = \eta(G / F) = r$ имеет место для любого МСП(G) правила $C = (F \Rightarrow G)$.

Из условия b (определение 23) следует, что $\eta(F\&H) > 0$ и, следовательно, условная вероятность определена.

Рассмотрим случай, когда предложение H является некоторым атомом B или отрицанием атома $\neg$B и η(G / F&H) $\neq$ r. Тогда одно из правил (F&B $\Rightarrow$ G) или (F&$\neg$B $\Rightarrow$ G) (лемма 8) имеет большее, чем r значение условной вероятности η(F&B $\Rightarrow$ G) > r η(F&$\neg$B $\Rightarrow$ G) > r. Тогда существует вероятностный закон (лемма 9) C', являющийся подправилом правила C, такой что η(C') $\geq$ η(C) > r. Правило C' принадлежит СВДВ-дереву и имеет большее значение условной вероятности, что противоречит предположению о том, что правило C является МСЗ(G)-правилом.

Рассмотрим случай, когда предложение H является конъюнкцией двух атомов B_1&B_2, для которых теорема доказана. Если одно из неравенств $\eta(G / F\&B_1\&B_2) > r$, $\eta(G / F\&\neg B_1\&B_2) > r$, $\eta(G / F\&B_1\&\neg B_2) > r$, $\eta(G / F\&\neg B_1\&\neg B_2) > r$ выполнено, то существует вероятностный закон (лемма 9) C' $\in$ СВДВ-дереву, являющийся подправилом правила C, такой, что η(C') $\geq$ η(C) > r. Но это невозможно, так как правило C является МСЗ(G)-правилом. Следовательно, для всех этих неравенств мы имеем только равенство = или неравенство < . Последний случай невозможен из-за следующего равенства

Случай, когда предложение H является конъюнкцией нескольких атомов или их отрицаний доказывается индукцией.

В общем случае предложение H $\in$ $\Re(\Im)$ может быть представлено как дизъюнкция непересекающихся конъюнкций атомов или их отрицаний. Для завершения доказательства нам достаточно рассмотреть случай, когда предложение H является дизъюнкцией двух непересекающихся предложений D$\vee$E, η(D&E) = 0, для которых теорема уже доказана и η(G / F&D) = η(G / F&E) = η(G / F) = r. Оно следует из следующего равенства:

$$\eta(G / F\&(D \vee E)) = \frac{\eta(G\&F\&(D \vee E))}{\eta(F \& (D \vee E))} = \frac{\eta(G\&F\&D)+\eta(G\&F\&E)}{\eta(F \& D) + \eta(F \& E)} = r$$

Случай дизъюнкции большего числа непересекающихся предложений следует по индукции из случая двух непересекающихся предложений ■

Лемма 10. Любой закон из L удовлетворяет требованию ТМС.

§ 32. Решение проблемы статистической двусмысленности

Проблема статистической двусмысленности. В отличие от дедуктивного вывода, в индуктивном выводе мы можем вывести противоречивые выводы из непротиворечивых посылок.

Предположим, что в теории J есть следующие утверждения:

$$\frac{\eta(G\&F)}{\eta(F)} = r = \frac{\eta(G\&F\&B_1 \& B_2)) + \eta(G\&F\&\neg B_1 \& B_2)) + \eta(G\&F\&B_1 \& \neg B_2)) + \eta(G\&F\&\neg B_1 \& \neg B_2))}{\eta(F \& B_1 \& B_2) + \eta(F \& \neg B_1 \& B_2) + \eta(F \& B_1 \& \neg B_2) + \eta(F \& \neg B_1 \& \neg B_2)},$$

(Л1) – ‘почти все случаи заболевания стрептококком быстро вылечиваются инъекцией пенициллина’;

(Л2) – ‘почти никогда устойчивая к пенициллину стрептококковая инфекция вылечивается после инъекции пенициллина’;

(С1) – ‘Джейн Джонс заболел стрептококковой инфекцией’;

(С2) – ‘Джейн Джонс получил инъекцию пенициллина’;

(С3) – ‘Джейн Джонс имеет устойчивую к пенициллину стрептококковую инфекцию’.

Из этой теории можно вывести два противоречивых утверждения: одно, объясняющее почему Джейн Джонс выздоровеет быстро (E), и другое, объясняющее отрицание первого: почему Джейн Джонс не выздоровеет быстро ($\neg$E).

Объяснение 1			**Объяснение 2**	
L1 C1, C2 E	[r]		L2 C2, C3 $\neg$E	[r]

Условия обоих объяснений не противоречат друг другу, оба могут быть истинны. Тем не менее их выводы противоречат друг другу. Потому набор правил ТР может быть противоречив.

Гемпель надеялся решить эту проблему, требуя от статистических законов, чтобы они удовлетворяли требованию максимальной специфичности. Они должны содержать всю относящуюся к рассматриваемому вопросу информацию. В нашем примере условие C3 второго объяснения опровергает условие первого объяснения в силу того, что закон L1 не максимально специфичен по отношению ко всей информации относительно Джонса в теории J. Потому теория J может объяснить только утверждение $\neg$E, но не E.

Теорема 10. I–S-вывод непротиворечив для любой теории J $\subset$ МСЗ.

Доказательство. Докажем, что для предложений из теории J $\subset$ МСЗ нельзя получить противоречие, когда у нас есть два вывода $\{A \Rightarrow G, B \Rightarrow \neg G\} \subset J \subset$ МСЗ, при условии, что $\eta(A\&B) > 0$. Мы докажем, что в этом случае одно из приведенных выше правил имеет большую оценку условной вероятности, чем правила $A \Rightarrow G$, $B \Rightarrow \neg G$:

$$A\&B \Rightarrow G,\ A\&B \Rightarrow \neg G,\ A\&\neg B \Rightarrow G,\ \neg A\&B \Rightarrow \neg G. \qquad (25)$$

Тогда существует вероятностный закон (лемма 9), условная вероятность которого выше, чем у правил $A \Rightarrow G$, $B \Rightarrow \neg G$, что противоречит условию J $\subset$ ММСП.

Рассуждая от противного, правила (25) имеют условную вероятность не большую, чем правила $A \Rightarrow G$, $B \Rightarrow \neg G$.

Рассмотрим первое из правил $A\&B \Rightarrow G$. По предположению $\eta(G / A\&B) \le \eta(G / A)$. Рассмотрим два случая:

а) $\eta(A\&\neg B) \ne 0$. Так как $\eta(A\&B) > 0$, то

$$\eta(G / A) = \frac{\eta(A \& G)}{\eta(A)} =$$

$$\frac{\eta(A \& G \& B) + \eta(A \& G \& \neg B)}{\eta(A \& B) + \eta(A \& \neg B)} \ge \frac{\eta(A \& G \& B)}{\eta(A \& B)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\eta(A \& G \& \neg B)}{\eta(A \& \neg B)} \ge \mu(G / A) \ge \frac{\eta(A \& G \& B)}{\eta(A \& B)} \Leftrightarrow$$

$$\mu(G / A \& \neg B) \ge \mu(G / A) \ge \mu(G / A \& B).$$

Если первое неравенство строгое, то и другие неравенства строгие. Следовательно, из неравенства $\eta(G / A\&B) < \eta(G / A)$ следует, что $\eta(G / A\&\neg B) > \eta(G / A)$. Этим данный случай рассмотрен. Осталось рассмотреть случай $\eta(G / A\&B) = \eta(G / A)$;

(б) $\eta(A\&\neg B) = 0$. Так как $\eta(A\&B) > 0$, то

$$\eta(G / A) = \frac{\eta(A \& G)}{\eta(A)} = \frac{\eta(A \& G \& B) + \eta(A \& G \& \neg B)}{\eta(A \& B) + \eta(A \& \neg B)} =$$

$$\frac{\eta(A \& G \& B)}{\eta(A \& B)} = \eta(G / A \& B).$$

Оставшийся случай такой же $\eta(G / A\&B) = \eta(G / A)$.

Рассмотрим правило $A\&B \Rightarrow \neg G$. По предположению мы имеем $\eta(\neg G / A\&B) \le \eta(\neg G / B)$. Проводя аналогичные рассуждения, получим:

$$\mu(\neg G / \neg A \& B) \ge \mu(\neg G / B) \ge \mu(\neg G / A \& B).$$

Если неравенство строгое $\eta(\neg G / A\&B) < \eta(\neg G / B)$, то получим неравенство $\eta(\neg G / \neg A\&B) > \eta(\neg G / B)$ и теорема для этого случая доказана. Осталось рассмотреть случай $\eta(\neg G / A\&B) = \eta(\neg G / B)$.

Рассмотрим случаи 1, 2, когда мы имеем равенство

$\mu(G / A \& B) = \mu(G / A)$, $\mu(\neg G / A \& B) = \mu(\neg G / B)$.

Тогда $\mu(G / A \& B) + \mu(\neg G / A \& B) = 1 = \mu(G / A) + \mu(\neg G / B)$.

Поскольку правила $A \Rightarrow G$ и $B \Rightarrow \neg G$ являются вероятностными законами и они удовлетворяют условиям $\eta(\neg G / B) > \eta(\neg G)$, $\eta(G / A) > \eta(G)$, то

$$1 = \eta(G / A) + \eta(\neg G / B) > \eta(G) + \eta(\neg G) = 1.$$

Итак мы получили противоречие с предположением ■

Проиллюстрируем эту теорему на предыдущем примере. Максимально специфичными правилами для высказываний E и ¬E будут следующие правила МСЗ(E) и МСЗ(¬E):

(Л1)' : 'Во всех случаях заражения стрептококковой инфекцией, которая не устойчива к пенициллину, происходит быстрое выздоровление после инъекции пенициллина'.

(Л2): 'Почти нет случаев устойчивых к пенициллину стрептококковых инфекций и поэтому выздоровление происходит быстро после инъекции пенициллина.'

Правило (Л1)' имеет большую условную вероятность, чем исходное правило (Л1) и, следовательно, оно должно быть максимально специфичным МСЗ(E)-правилом для высказывания E. Правила (Л1)' и (Л2) уже не могут быть выполнены на одних и тех же данных.

Заключение. Если мы сможем обнаружить множество всех максимально специфичных правил ММСП, то мы их без противоречий сможем использовать для предсказаний в I–S-выводах.

§ 33. Проблема логического вывода

Методы машинного обучения (*Mashine Learning*) часто используются в экспертных системах и системах принятия решений для получения новых знаний из данных. Полученные знания используются далее для принятия решений с помощью методов логического вывода, которые абстрагируются от возможной недостоверности знаний и осуществляют вывод, как будто бы мы имели достоверные знания. В результате решения имеют неопределенную степень достоверности и, строго говоря, непонятно в каком смысле являются решениями.

Для оценки степени достоверности решений разрабатываются различные методы их вычисления параллельно процессу логического вывода. Есть работы, в которых степень достоверности рассматривается как значение истинности утверждений, а процесс логического вывода обобщается до так называемой «количественной дедукции» [100–101; 103; 107; 145; 149–151]. В последних работах [100; 149–150] описываются довольно богатые формальные системы, содержащие как частные случаи основные известные «количественные дедукции».

В какой степени разработанные методы оценки достоверности обосновывают и придают смысл решениям ?

Рассмотрим знания, полученные методами машинного обучения на вероятностных данных. Анализ изменения вероятностных оценок утверждений в процессе логического вывода показывает, что они могут значительно уменьшаться. Как следует из работ по вероятностной логике [107; 144; 137], полученные оценки не могут быть улучшены. Даже если

ограничиться использованием правил с условной вероятностью не меньшей чем 1-e, как это делается в [87], то это все равно не избавляет нас от существенного уменьшения вероятности в процессе вывода и, кроме того, это не соответствует условиям реально возникающих задач.

Рассмотрим знания, извлекаемые и оцениваемые экспертом. В работах по «количественной дедукции» [100; 149–150] истинностное значение заключения правила вычисляется как функция минимума или наибольшей нижней границы (для значений истинности в решетке) значений истинности атомов посылки. Соответствует ли это экспертным оценкам правила? Как правило, не соответствует. В этом случае ситуация по существу такая же, как и в предыдущем вероятностном случае, только проявляется она не в вероятностных терминах, а в терминах зависимости решений от контекста, целостности восприятия ситуаций, адекватных и неадекватных (ситуациям) знаний и т. д. Если, например, атомы посылки правила описывают ситуацию, которая с точки зрения эксперта невозможна, то эксперт либо вообще откажется дать оценку заключению правила, либо присвоит ему значение близкое к нулю, хотя это правило по правилам вероятностной логики может иметь отличное от нуля значение.

Таким образом, несмотря на значительный прогресс в построении формальных систем, вычисляющих оценки утверждений, адекватное вычисление оценок решений отсутствует. В чем причина?

Причина в том, что, обобщая значения истинности, не обобщается сам процесс логического вывода. Следует осознать тот факт, что оценки утверждений делаются экспертом не в соответствии и не параллельно правилам логического вывода.

Можно более остро сформулировать проблему: идея создания баз знаний и экспертных систем основана на «аксиоматическом» подходе к знаниям – «извлечь» из эксперта и поместить в базу знаний основополагающие знания (аксиомы), так чтобы остальные знания и решения получались логическим выводом с параллельным вычислением оценок достоверности. Невозможность адекватного вычисления оценок решений говорит о неадекватности и самого аксиоматического подхода к построению баз знаний и необходимости его пересмотра. На какой основе это можно сделать?

Рассмотрим процесс вычисления с точки зрения «семантического» подхода к программированию [20 ;104]. Идея семантического программирования состоит в том, чтобы процесс вычисления рассматривать как проверку истинности утверждений (включая возможное использование логического вывода) на некоторой модели (моделью могут быть данные, представленные некоторой многосортной системой; некоторая специальная модель теории или абстрактного типа данных предметной области и т. д.). При таком взгляде на процесс вычисления, процедуру логического вывода

можно обобщить, рассматривая более разнообразные взаимоотношения высказываний и модели – рассмотреть процесс вычисления как, например, определение вероятности, подтвержденности, достоверности, статистической значимости и т. д. высказываний на модели. Такой обобщенный вывод будем называть семантическим.

В работе семантический подход к базам знаний разрабатывается для случая ПРОЛОГ-программ в языке первого порядка с вероятностной мерой μ [90; 93–95; 133–136; 147], а так же вероятностных данных (нам известна вероятностная модель данных $\mathfrak{M}$ [100; 108] - вероятностная мера μ, заданная на множестве всех основных предложений (см. определение 24).

Наиболее важной вероятностной оценкой решений является оценка предсказательной силы высказываний. Высказывание вместе с такой оценкой назовем предсказанием.

Рассмотрим сначала стандартный процесс вычисления ПРОЛОГ-программ. Предсказанием запроса ПРОЛОГ-программой PR назовем такое вычисление запроса, на котором достигается максимум оценки условной вероятности запроса относительно подставленных в процессе вычисления фактов. Оценки условных вероятностей можно вычислить по вероятностным характеристикам правил и фактов, используя вероятностную логику (см. оценки в п. 4). Оценки не ухудшаются, если в процессе вывода используются правила, имеющие условную вероятность равную единице, и могут значительно ухудшаться, если используются правила с условной вероятностью, строго меньшей 1.

Цель предсказания в общем случае состоит в нахождении таких фактов, из которых решение следовало бы с максимальной условной вероятностью. Предсказание, получаемое ПРОЛОГ-программой, не удовлетворяет этой цели. Во-первых, вероятностные оценки запроса могут существенно снижаться в процессе вычисления, а во-вторых, вычисление не всегда может приводить к фактам, дающим максимальную оценку условной вероятности запроса.

Для получения наилучших предсказаний для любого одноатомного запроса A в работе определяется семантический процесс вычисления – вероятностный вывод, в котором вычисление осуществляется путем движения вдоль «уточняющего» графа [146–147]. В этом графе правила, начиная с A $\leftarrow$, «уточняются» либо добавлением произвольного атома (или конъюнкции атомов) в посылку, либо применением подстановки. Выбор уточнения, удлиняющего соответствующую ветвь графа, определяется требованием увеличения условной вероятности, определяемой по вероятностной модели данных. Результатом вычисления является результирующая подстановка и достигнутая условная вероятность.

На уточняющие правила в вероятностном выводе можно наложить (без ограничения общности) дополнительное требование: чтобы каждый атом в посылке был «существенным» для предсказания атома A (удаление любого атома из посылки уменьшало бы условную вероятность атома A). Такие правила называются вероятностными закономерностями. Для получения любого вероятностного вывода, таким образом, достаточно иметь множество всех возможных вероятностных закономерностей данной вероятностной модели данных $\mathfrak{M}$. В работе это множество обозначается через PR($\mathfrak{M}$).

Отметим, что для вероятностного вывода не нужны никакие правила вывода. Процесс вычисления вполне определяется увеличением оценки условной вероятности (определяемой вероятностной моделью данных $\mathfrak{M}$). Если в результате вероятностного вывода получена оценка условной вероятности, равная 1, что может означать получение тождественно истинного высказывания, то дальнейший вывод, опираясь только на оценку становиться невозможным, тогда вступают в силу правила логического вывода, например резолюция, которые можно применять, используя правила с условной вероятностью 1. Таким образом, вероятностный вывод является естественным обобщением логического вывода при его семантической интерпретации. Но такое обобщение, естественное с семантической точки зрения, невозможно и даже противоречит аксиоматическому подходу к знаниям, так как даже не нуждается в правилах вывода.

Множество PR($\mathfrak{M}$) является в определенном смысле полным и минимальным множеством вероятностных знаний, обеспечивающее любой вероятностный вывод и максимальную оценку предсказаний, и таким образом полностью удовлетворяющее поставленной цели – получение наилучших предсказаний.

Пусть есть данные D(N) из некоторой модели N, случайно выбранной из множества возможных миров G в соответствии с вероятностной моделью данных $\mathfrak{M}$. Рассмотрим ПРОЛОГ-программу PR($\mathfrak{M}$, N) = P($\mathfrak{M}$)$\cup$D(N), где P($\mathfrak{M}$) $\subset$ PR($\mathfrak{M}$) – множество всех вероятностных закономерностей с непустой посылкой. В работе доказывается, что программа PR($\mathfrak{M}$, N) предсказывает лучше любой другой ПРОЛОГ-программы Pr, имеющей те же факты D(N). Более того, предсказание любого атома A (данной сигнатуры) осуществляется «лучшим для предсказания атома A правилом» (см. определение 34) в один шаг, не считая подстановки фактов. «Лучшее для предсказания атома A правило» является вероятностной закономерностью и может быть получено вероятностным выводом.

Таким образом, база знаний PR($\mathfrak{M}$), рассматриваемая как ПРОЛОГ-программа, предсказывает на одних и тех же фактах лучше любой другой ПРОЛОГ-программы.

Почему множеству вероятностных закономерностей удается аппроксимировать по предсказанию значительно более разнообразный и богатый комбинационными возможностями логический вывод? Поясним это на примере шахматной игры. Целью игры является выигрыш, а правила игры можно представить как правила вывода. Опытный игрок никогда не использует чисто комбинационный анализ всех возможных ходов за себя и за противника, т. е. чисто логический вывод. Для достижения выигрыша и проведения глубокого анализа вариантов, игрок использует некоторую оценку позиции, которую он стремится улучшить. Ведущей к цели – выигрышу – становится оценка, а перебор вариантов подчинен требованию улучшения оценки позиции. Логический вывод не должен быть самоцелью. Цель вывода должна определяться независимо от самого вывода, а логический вывод должен быть подчинен поставленной цели.

Точный анализ цели доказательств в математических теориях осуществлен в [45]. Цель доказательств состоит в решении задач: «... мы понимаем задачу только тогда, когда ей сопоставили обоснованное чувство уверенности в том, что всякое состояние нашего сознания мы сумеем убедительным и безошибочным образом распознать как такое, когда решение найдено, или как такое, когда решение задачи не найдено» [45]. Формализация этого требования и его анализ показал, что оно накладывает существенные ограничения на формальные системы, в которых должны ставиться и решаться задачи.

В задачах искусственного интеллекта приведенное требование на осмысленность постановок задач также должно быть выполнено. Задача принятия решений осмысленна только тогда, когда мы не только можем вывести решение, но и всегда определить, является ли оно таковым. В работах [45] показано, что формальные системы для постановок и решения задач должны быть слабыми. Для этого подходит, в частности, логическое программирование. Как отмечается в работе [Там же], «...в рамках новой парадигмы выглядит весьма естественным так называемый «логический подход к программированию», ... согласно которому следует создавать языки спецификаций не только программ, но и задач».

С точки зрения задач в данной работе показывается, что, если целью является не просто решение некоторой задачи, а и достижение максимума некоторой оценки, то необходимо не только наложить существенные ограничения на используемые формальные системы и использовать, например, логическое программирование, но и пересмотреть само понятие вывода.

В заключении отметим, что множество $PR(\mathfrak{M}, N)$ не является слишком большим. Понятие вероятностной закономерности было ранее введено автором для разработки метода обнаружения закономерностей [9; 10; 32–33] - метода построения всех статистических аппроксимаций вероятностных

закономерностей, т. е. метода построения статистической аппроксимации множества PR($\mathfrak{M}$). Этот метод был реализован и успешно применялся для решения ряда практических задач. Опыт решения задач показал, что множество PR($\mathfrak{M}$) практически может быть найдено даже на малых ЭВМ.

§ 34. Эрбрановы модели. Вероятностная модель данных.

Зафиксируем язык первого порядка L с равенством не более чем счетной сигнатуры $\Omega = <P_1, P_2, ...; f_1, f_2, ...; C_1, C_2, ... >$, $C = \{C_{k\in K}\}$, $K \neq \varnothing$. Обозначим через U множество всех *основных термов* (не содержащих свободных переменных), X – множество *переменных*, T – множество *термов*, F – множество *формул*, F_0 – множество *формул без кванторов*, S – множество *предложений* (формул без свободных переменных), $\mathfrak{R} = F_0 \cap S$ множество всех *основных предложений* сигнатуры Ω.

Следуя работе [108], определим вероятность μ на подмножестве $F \subset \mathfrak{R}$, $F \neq \varnothing$ предложений, замкнутом относительно логических операций $\&, \vee, \neg$ (равенство не строгое, для строгого равенства необходимы дополнительные аксиомы (см. [Там же]).

Определение 24 [Там же]. Вероятностью μ на подмножестве $F \subset \mathfrak{R}$ называется отображение $\mu : F \to [0, 1]$, удовлетворяющее условиям:

1) Если $\vdash \varphi$, то $\mu(\varphi) = 1$;

2) Если $\vdash \neg(\varphi \& \phi)$, то $\mu(\varphi \vee j) = \mu(\varphi) + \mu(\phi)$.

Следствие [Там же]. Если $\vdash \varphi \equiv \phi$, то $\mu(\varphi) = \mu(\phi)$. Если $\vdash \neg\varphi$, то $\mu(\varphi) = 0$.

Вероятность μ является конечно-аддитивной мерой на подалгебре $\{\phi / \equiv | \phi \in F\}$ булевой алгебры Линденбаума–Тарского.

Определение 25. Вероятностной Эрбрановой моделью сигнатуры Ω будем называть пару $M = <U, \mu>$, где μ – вероятность на $\mathfrak{R}$. Функциональные символы интерпретируются на U обычным образом [90].

Определение 26. Эрбрановой моделью сигнатуры Ω будем называть вероятностную Эрбранову модель $M = <U, I>$, где $I : \mathfrak{R} \to \{0, I\}$.

Рассмотрим множество S всех Эрбрановых моделей $M = <U, I>$ сигнатуры Ω. Пусть дан некоторый класс Эрбрановых моделей $G \subset S$ (множество возможных миров) и вероятность μ на некотором подмножестве $F \subset \mathfrak{R}$ формул замкнутом относительно логических операций. Определим булеву подалгебру D подмножеств $G(\varphi) = \{M \mid M \in G, M \propto \varphi\}$, $\varphi \in F$ множества G. Где $\propto$ обозначает выполнимость утверждения φ на модели M.

Определение 27. Класс Эрбрановых моделей G будем называть согласованным с вероятностью μ на множестве формул F, если из $G(\varphi) = 0$, $\varphi \in F$ следует $\mu(\varphi) = 0$.

Лемма 11. Величина $\eta(G(\varphi)) = \mu(\varphi)$, $\varphi \in F$ является конечно-аддитивной мерой на подалгебре D, если класс Эрбрановых моделей G согласован с μ на множестве формул F #.

Доказательство: Так как D – булева подалгебра подмножеств G является кольцом множеств, то достаточно доказать, что $\eta(G(\varphi_1) \cup G(\varphi_2)) = \eta(G(\varphi_1)) + \eta(G(\varphi_2))$, если $G(\varphi_1) \cap G(\varphi_2) = \varnothing$; $\varphi_1, \varphi_2 \in \Phi$. Так как $\eta(G(\varphi_1) \cup G(\varphi_2)) = \eta(G(\varphi_1 \vee \varphi_2)) = \mu(\varphi_1 \vee \varphi_2)$; $\eta(G(\varphi_1)) = \mu(\varphi_1)$; $\eta(G(\varphi_2)) = \mu(\varphi_2)$; $G(\varphi_1) \cap G(\varphi_2) = G(\varphi_1 \& \varphi_2)$, то нам достаточно доказать, что $\eta(\varphi_1 \vee \varphi_2) = \eta(\varphi_1) + \eta(\varphi_2)$, если $G(\varphi_1 \& \varphi_2) = \varnothing$. Из определения меры μ следует, что $\mu(\varphi_1 \vee \varphi_2) = \mu(\varphi_1) + \mu(\varphi_2) - \mu(\varphi_1 \& \varphi_2)$. Из условия леммы и определения 2.4 следует, что если $G(\varphi_1 \& \varphi_2) = \varnothing$, то $\mu(\varphi_1 \& \varphi_2)$ ■

Если множество формул F совпадает с $\Re$, то будем говорить, что класс Эрбрановых моделей G согласован с вероятностной Эрбрановой моделью $M = \langle U, \mu \rangle$, а модель M является вероятностной моделью множества возможных миров G или выборок из некоторой генеральной совокупности.

§ 35. Логические программы.

Обозначим через PR множество всех *правил* $A \leftarrow A_1, \ldots, A_k$, $k \geq 0$ сигнатуры Ω, где $A, A_1, \ldots, A_k$ – атомы сигнатуры Ω. Если атом A отсутствует, то правило $\leftarrow A_1, \ldots, A_k$ называется *целью* (*запросом*). Если $k = 0$, то правило $A \leftarrow$ называется *фактом*.

Логическая программа Pr есть конечная совокупность правил. *Подстановкой* называется отображение $\theta : X \to T$. Подстановка $\theta(x) = x$ называется тождественной. Обозначим через Θ множество всех подстановок. Подстановки естественным образом распространяются на произвольные выражения. Так для терма $t = f(t_1, ..., t_n)$ и атома $A = P(t_1, ..., t_n)$ их подстановки соответственно равны $t\theta = f(t_1\theta, ..., t_n\theta)$, $A\theta = P(t_1\theta, ..., t_n\theta)$. Правило $A\theta \leftarrow A_1\theta, ..., A_n\theta$ называется вариантом правила $A \leftarrow A_1, \ldots, A_n$ если θ – перестановка множества X.

Зафиксируем правило вычисления R, определяющее в каждом запросе выделенный атом. Пусть $N = \leftarrow A_1 \& \ldots \& A_i \& \ldots \& A_k$, $k \geq 1$ запрос, в котором правилом R выделен атом A_i и $A \leftarrow B_1 \& \ldots \& B_l$ – вариант некоторого правила программы Pr, в котором все переменные отличны от переменных запроса. Пусть θ – наиболее общий унификатор атомов A_i и A. Тогда запросы

$$\leftarrow (A_1 \& \ldots \& B_1 \& \ldots \& B_l \& \ldots \& A_k)\theta, \text{ если } l \geq 1; \qquad (26)$$

$\leftarrow (A_1\& \dots \&\mathbf{A}_i\& \dots \&A_k)\theta$, если $l = 0$

будем называть выводимыми из запроса N по правилу $A \leftarrow B_1\& \dots \&B_l$ с помощью подстановки θ и правила вычисления R. Как видно из определения, атом A_i не удаляется из запроса при его унификации с некоторым фактом программы. Такие атомы выделяются жирным шрифтом. Будем предполагать, что правило R не выбирает для очередного шага вывода выделенные атомы.

Пространством вычислений для программы Pr и правила вычисления R называется множество всех возможных запросов сигнатуры Ω с заданным на нем отношением выводимости. SLDF-выводом (*Linear resolution with Selection rule for Definite clauses and underlined Facts*) цели N в некотором пространстве вычислений, назовем максимальную последовательность запросов $N = N_0, N_1, N_2 \dots$ вместе с последовательностью правил $C_0, C_1, \dots$ и унификаций $\theta_0, \theta_1, \dots$, такую что запросы N_{i+1} выводимы из запросов N_i по правилам C_i с помощью подстановок θ_i и правила R. *SLDF-вывод* – максимальный путь в пространстве вычислений, начинающийся с N. SLDF-вывод, заканчивающийся запросом, в котором все атомы выделены, называется *успешным*. Конечный SLDF-вывод, не являющийся успешным – *тупиковым*. Множество всех SLDF-выводов, начинающихся с цели N, обычно представляют в виде дерева (префикс дерева SLDF-выводов) и называют SLDF-деревом вычислений запроса N. SLDF-дерево, содержащее успешный SLDF-вывод, называется успешным.

§ 36. Оценки вероятностей и условных вероятностей запросов.

Пусть $M = \langle U, \mu\rangle$ – вероятностная Эрбранова модель. Рассмотрим успешный SLDF-вывод $N, N_1, \dots, N_k$ запроса N с помощью последовательности правил $C_0, C_1, \dots, C_{k-1}$ некоторой программы Pr, последовательности унификаций $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{k-1}$; $\theta = \theta_0\theta_1 \dots \theta_{k-1}$ и некоторого правила вычислений R.

Последовательность запросов $N\theta, N_1\theta, \dots, N_k$, $\theta = \theta_0\theta_1 \dots \theta_{k-1}$ также будет SLDF-выводом запроса $N\theta$ с помощью последовательности правил $C_0\theta, C_1\theta, \dots, C_{k-1}\theta$ тождественных подстановок и правила вычислений R. Будем предполагать, что $N\theta, N_1\theta, \dots, N_k \in \mathfrak{R}$. В данном пункте факты $A \leftarrow$ представим правилами $A \leftarrow$ true. Тогда $\mu(C) = \mu(A / \text{true}) = \mu(A)$, для фактов $C = A \leftarrow$, $A \in \mathfrak{R}$.

Определим через $N_i^{\wedge}$ конъюнкцию всех не подчеркнутых атомов запроса N_i. Если все атомы подчеркнуты (как в запросе N_k), то положим $N_k^{\wedge} \equiv$ true. Обозначим через $N_iF^{\wedge}$ конъюнкцию всех подчеркнутых атомов запроса N_i. Тогда $N_iF^{\wedge}$ – конъюнкция всех фактов, использованных в SLDF-выводе запроса $N\theta$.

Цель данного пункта – оценить вероятности $\mu(N\theta^{\wedge})$, $\mu(N\theta^{\wedge} / N_kF^{\wedge})$ по SLDF-выводу запроса $N\theta$, предполагая, что нам известны только вероятности фактов и правил.

Рассмотрим вывод запросов (1) из запроса $N\theta = (\leftarrow A_1\& \ldots \&A_i\& \ldots \&A_k)\theta$, $k \geq 1$ по правилу $(A_i \leftarrow B_1, \ldots, B_l)\theta$. Представим запросы (1) в виде $N_1\theta = (\leftarrow A_1, \ldots, A_{i-1}, B, A_{i+1}, \ldots, A_k)\theta$, $B = B_1, \ldots, B_l$ и $\mathbf{N}\theta = (\leftarrow A_1, \ldots, \mathbf{A}_i, \ldots, A_k)\theta$. Конъюнкция $\mathbf{N}\theta^{\wedge}$ является частным случаем конъюнкции $N_1\theta^{\wedge}$, когда B = true. Оценим вероятности $\mu(N\theta^{\wedge})$, $\mu(N\theta^{\wedge} / N_1\theta^{\wedge})$ в предположении, что нам известны только вероятности $\mu(N_1\theta^{\wedge})$, $\mu(A_i\theta)$, $\mu(B\theta)$, $p = \mu(A_i\theta / B\theta^{\wedge})$.

Лемма 12. Если $\mu(N_1\theta^{\wedge}) > 0$ и $\mu(B\theta) > 0$, то

1) $\mu(N\theta^{\wedge}) < \mu(\neg B\theta^{\wedge}) + \min\{\mu(N_1\theta^{\wedge}), \mu(A\theta\&B\theta^{\wedge})\}$;

2) $\mu(N\theta^{\wedge}) > \mu(N_1\theta^{\wedge}) - (1-p)\mu(B\theta^{\wedge})$;

3) $\mu(N\theta^{\wedge} / N_1\theta^{\wedge}) < p / \mu(\mathbf{N}\theta^{\wedge} / B\theta^{\wedge})$;

4) $\mu(N\theta^{\wedge} / N_1\theta^{\wedge}) > 1 - (1 - p) / \mu(\mathbf{N}\theta^{\wedge} / B\theta^{\wedge})$

Доказательство. 1) $\mu(N\theta^{\wedge}) = \mu(N\theta^{\wedge}\&B\theta^{\wedge}) + \mu(N\theta^{\wedge}\&\neg B\theta^{\wedge}) \leq \mu(\neg B\theta^{\wedge}) + \mu(N\theta^{\wedge}\&B\theta^{\wedge}) \leq \mu(\neg B\theta^{\wedge}) + \min\{\mu(N_1\theta^{\wedge}), \mu(A\theta\&B\theta^{\wedge})\}$;

3) $\mu(N\theta^{\wedge} / N_1\theta^{\wedge}) = \mu(N\theta^{\wedge}\&B\theta^{\wedge}) / \mu(N_1\theta^{\wedge}) \leq \mu(A\theta\&B\theta^{\wedge}) / \mu(N_1\theta^{\wedge}) = p*\mu(B\theta^{\wedge}) / \mu(N_1\theta^{\wedge}) = p / \mu(\mathbf{N}\theta^{\wedge} / B\theta^{\wedge})$;

2) $\mu(N\theta^{\wedge}) \geq \mu(N\theta^{\wedge}\&B\theta^{\wedge}) \geq \mu(N\theta^{\wedge}\&B\theta^{\wedge}) - \mu(\neg\mathbf{N}\theta^{\wedge}\&\neg A\theta^{\wedge}\&B\theta^{\wedge})$. Выражение из правой части п. 2 утверждения леммы равно этому же выражению: $\mu(N_1\theta^{\wedge}) - (1-p)\mu(B\theta^{\wedge}) = \mu(N_1\theta^{\wedge}) + \mu(A\theta\&B\theta^{\wedge}) - \mu(B\theta^{\wedge}) = \mu(N_1\theta^{\wedge}\&A\theta) + \mu(N_1\theta^{\wedge}\&\neg A\theta) + \mu(A\theta\&B\theta^{\wedge}\&\mathbf{N}\theta^{\wedge}) + \mu(A\theta\&B\theta^{\wedge}\&\neg\mathbf{N}\theta^{\wedge}) - \mu(B\theta^{\wedge}) = \mu(B\theta^{\wedge}\&\mathbf{N}\theta^{\wedge}\&A\theta) + \mu(B\theta^{\wedge}\&\mathbf{N}\theta^{\wedge}\&\neg A\theta) + \mu(B\theta^{\wedge}\&A\theta\&\mathbf{N}\theta^{\wedge}) + \mu(B\theta^{\wedge}\&A\theta\&\neg\mathbf{N}\theta^{\wedge}) - \mu(B\theta^{\wedge}) = \mu(B\theta^{\wedge}\&\mathbf{N}\theta^{\wedge}\&A\theta) - \mu(B\theta^{\wedge}\&\neg\mathbf{N}\theta^{\wedge}\&\neg A\theta) = \mu(N\theta^{\wedge}\&B\theta^{\wedge}) - \mu(\neg\mathbf{N}\theta^{\wedge}\&\neg A\theta\&B\theta^{\wedge})$;

4. $\mu(N\theta^{\wedge} / N_1\theta^{\wedge}) = \mu(N\theta^{\wedge}\&B\theta^{\wedge}) / \mu(N_1\theta^{\wedge}) \geq (\mu(N_1\theta^{\wedge}) - (1-p)\mu(B\theta^{\wedge})) / \mu(N_1\theta^{\wedge}) = 1 - (1-p) / \mu(\mathbf{N}\theta^{\wedge} / B\theta^{\wedge})$ (см. доказательство п. 2.) ■

Следствие 4. Если $\mu(N_1\theta^{\wedge}) > 0$, $\mu(B\theta^{\wedge}) > 0$ и $p = 1$, то:

1) $\mu(N_1\theta^{\wedge}) \leq \mu(N\theta^{\wedge}) \leq \min\{1, \mu(\neg B\theta^{\wedge}) + \mu(N_1\theta^{\wedge})\}$;

2) $\mu(N\theta^{\wedge} / N_1\theta^{\wedge}) = 1$.

Доказательство. Подставим в предыдущую лемму значение $p = 1$. Второе из неравенств 1 следует из того, что величина $\min\{\mu(N_1\theta^{\wedge}), \mu(A\theta\&B\theta^{\wedge})\}$ равна либо $\mu(N_1\theta^{\wedge})$, либо $\mu(B\theta^{\wedge})$. Во втором случае $\mu(\neg B\theta^{\wedge}) + \mu(B\theta^{\wedge}) = 1$ ■

Следствие 5. Если $\mu(N_1\theta^{\wedge}) > 0$ и правило является фактом $(A \leftarrow \text{true})\theta$, то:

1) $\mu(N\theta^{\wedge}) \leq \min\{\mu(N_1\theta^{\wedge}), \mu(A\theta)\}$;

2) $\mu(N\theta^{\wedge}) \geq \mu(N_1\theta^{\wedge}) + \mu(A\theta) - 1$;

3) $\mu(N\theta^{\wedge} / N_1\theta^{\wedge}) \leq \mu(A\theta) / \mu(N_1\theta^{\wedge})$;

4) $\mu(N\theta^{\wedge} / N_1\theta^{\wedge}) \geq 1 - (1 - \mu(A\theta)) / \mu(N_1\theta^{\wedge})$.

Доказательство. Следует из предыдущей леммы и равенств $p = \mu(A\theta)$, $\mu(N\theta^{\wedge}) = \mu(N_1\theta^{\wedge})$ ■

Следствие 6. Если $\mu(B\theta^{\wedge}) > 0$, то:

1) $\mu(N\theta^{\wedge}\&B\theta^{\wedge}) \leq \min\{\mu(N_1\theta^{\wedge}), \mu(A\theta\&B\theta^{\wedge})\}$;

2) $\mu(N\theta^{\wedge}\&B\theta^{\wedge}) \geq \mu(N_1\theta^{\wedge}) - (1-p)\mu(B\theta^{\wedge})$.

Доказательство. Следует из доказательств пп. 1, 2 леммы ■

Рассмотрим SLDF-вывод $N\theta, N_1\theta, ..., N_k$ запроса $N\theta$ посредством последовательности правил $C_i\theta = (A \leftarrow B^i_1, ..., B^i_{li})\theta$, $i = 0, 1, ..., k-1$ и пустых унификаций. Положим $B^i\theta = (B^i_1\& ... \&B^i_{li})\theta$, $p_i = \mu(C_i\theta)$.

Теорема 11. Если $\mu(B^i\theta) > 0$, $i = 0, 1, ..., k-1$, то:

$$\mu(N\theta^{\wedge}\&A^0\theta\&A^1\theta\& ... \&A^{k-1}\theta) \geq 1 - \sum_{i=0}^{k-1}(1-p_i)\,\mu(B^i\theta)$$

Доказательство. Используем оценку 2 следствия, примененную к последнему шагу вывода от $N_{k-1}\theta^{\wedge}$ к N_k. Получим $\mu(N_{k-1}\theta^{\wedge}\&B^{k-1}\theta) \geq \mu(N_k^{\wedge}) - (1 - p_{k-1})\mu(B^{k-1}\theta)$, где $\mu(N_k^{\wedge}) = \mu(true) = 1$, так как все атомы выделены. Рассмотрим вывод запроса $N_{k-1}\theta^{\wedge}\&B^{k-1}\theta$ из запроса $N_{k-2}\theta^{\wedge}\&B^{k-1}\theta$ посредством правила $C_{k-2}\theta$. Снова применим оценку 2 следствия. Получим: $\mu(N_{k-2}\theta^{\wedge}\&B^{k-1}\theta\&B^{k-2}\theta) \geq \mu(N_{k-1}{}^{\wedge}\&B^{k-1}\theta) - (1-p_{k-2})\mu(B^{k-2}\theta)$. Рассмотрим вывод запроса $N_{k-2}\theta^{\wedge}\&B^{k-1}\theta\&B^{k-2}\theta$ из запроса $N_{k-3}\theta^{\wedge}\&B^{k-1}\theta\&B^{k-2}\theta$ посредством правила $C_{k-3}\theta$ и т. д. Получим $\mu(N\theta^{\wedge}\&B^0\theta\&B^1\theta\&…\&B^{k-1}\theta) \geq \mu(N_1\theta^{\wedge}\&B^1\theta\&…\&B^{k-1}\theta) - (1 - p_0)\mu(B^0\theta)$. Подставляя левые части неравенств в их правые части, получаем оценку

$$\mu(N\theta^{\wedge}\&B^0\theta\&B^1\theta\& … \&B^{k-1}\theta) \geq 1 - \sum_{i=0}^{k-1}(1-p_i)\,\mu(B^i\theta).$$

Покажем, что если из конъюнкции $\mu(N\theta^{\wedge}\&B^0\theta\&B^1\theta\& … \&B^{k-1}\theta)$ удалить все константы true, то получим конъюнкцию $\mu(N\theta^{\wedge}\&A^0\theta\&A^1\theta\&…\&A^{k-1}\theta)$. Заметим, что каждый атом конъюнкции $B^i\theta$ (true – не атом) в процессе вывода обязательно унифицируется с левой частью одного из правил. Следовательно, каждый атом конъюнкции $B^0\theta\&B^1\theta\& … \&B^{k-1}\theta$ содержится в конъюнкции $A^0\theta\&A^1\theta\&…\&A^{k-1}\theta$. С другой стороны, каждый атом $A^i\theta$, $i = 0, 1, ..., k-1$ содержится либо в $N\theta^{\wedge}$, либо в правой части одного из правил $C_i\theta$, $i = 0, 1, ..., k-1$ ■

Следствие 7. Если $\mu(B^i\theta) > 0$, $i = 0, 1, ..., k-1$, то:

$$\mu(N\theta^{\wedge}) \geq 1 - \sum_{i=0}^{k-1}(1 - p_i)\,\mu(B^i\theta).$$

Доказательство. Следует из $\mu(N\theta^{\wedge}) > \mu(N\theta^{\wedge}\&A^0\theta\& \ldots \&A^{k-1}\theta)$ и теоремы 4.1 ■

Для каждого успешного SLDF-вывода $N\theta = N_0\theta, N_1\theta, \ldots, N_k$ существует успешный SLDF'-вывод $N\theta = N_0\theta, N'_1\theta, \ldots, N'_i\theta, \ldots, N_k$, в котором факты применяются последними и до запроса $N'_i\theta$ применяются правила C_j с длиной $l_j \geq 1$; $j = 0, \ldots, i-1$. Тогда запрос $N'_i\theta$ будет иметь вид $\leftarrow A_1, \ldots, A_m$, а запрос N_k – вид $\leftarrow \mathbf{A}_1, \ldots, \mathbf{A}_m$. Такой SLDF' - вывод будем называть **нормализованным**.

Теорема 12. Если $\mu(B^j\theta) > 0$, $j = 0,1, \ldots, i-1$, и $\mu(N_kF^{\wedge}) > 0$, то

$$\mu(N\theta^{\wedge} / N_kF^{\wedge}) \geq 1 - \sum_{j=1}^{i-1}(1 - p_j)\,\mu(B^j\theta) / \mu(N_kF^{\wedge}),$$

где p_j – условные вероятности, а $B^j\theta$ – условия правил C_j, $j = 1, \ldots, i-1$.

Доказательство: Проводится аналогично доказательству предыдущей теоремы, но для нормализованного вывода и начинается с запроса i. Первое неравенство имеет вид $\mu(N_{i-1}\theta^{\wedge} \&B^{i-1}\theta) \geq \mu(N_i\theta^{\wedge}) - (1-p_{i-1})\mu(B^{i-1}\theta)$, где $\mu(N_i\theta^{\wedge}) = \mu(N_kF^{\wedge})$. Далее, рассуждая как в теореме 4.1, получаем неравенство $\mu(N\theta^{\wedge}\&B^0\theta\& \ldots \&B^{i-1}\theta) \geq \mu(N_kF^{\wedge}) - \sum_{j=1}^{i-1}(1 - p_j)\,\mu(B^j\theta)$. Так как $\mu(N\theta^{\wedge}\& B^0\theta\& \ldots \&B^{i-1}\theta) \leq \mu(N\theta^{\wedge}\&N_kF^{\wedge})$, то $\mu(N\theta^{\wedge} / N_kF^{\wedge}) = \mu(N\theta^{\wedge}\&N_kF^{\wedge}) / \mu(N_kF^{\wedge}) \geq (\mu(N_kF^{\wedge}) - \sum_{j=1}^{i-1}(1 - p_j)\,\mu(B^j\theta)) / \mu(N_kF^{\wedge})$ ■

§ 37. Вероятностные оценки запросов

Определим вероятностные оценки $\nu(N)$, $\eta(N)$ запросов для пространства вычислений программы Pr по правилу R. Рассмотрим SLDF-дерево некоторого запроса N пространства вычислений. Если SLDF-дерево не успешно, то оценки $\nu(N)$, $\eta(N)$ не определены. Для успешного SLDF-дерева рассмотрим множество $\{SLDF'_1, \ldots, SLDF'_m\}$ всех успешных нормализованных SLDF'-выводов целей $N\theta_1, \ldots, N\theta_m$ у которых конечные запросы $N^1_{k1}, \ldots, N^m_{km}$ не содержат переменных. Если это множество пусто, то оценки $\nu(N)$, $\eta(N)$ не определены.

Вычислим оценки $\nu_1, \ldots, \nu_m$, равные правой части неравенств следствия 4.4, для вероятностей $\mu(N\theta^{\wedge}_1) \geq \nu_1, \ldots, \mu(N\theta^{\wedge}_m) \geq \nu_m$ запросов $N\theta_1, \ldots, N\theta_m$.

Вычислим также оценки $\eta_1, \ldots, \eta_m$, равные правой части неравенств теоремы 4.2 для условных вероятностей $\mu(N\theta^{\wedge}_1 / N^1_{k1}F^{\wedge}) > \eta_1, \ldots, \mu(N\theta^{\wedge}_m / N^m_{km}F^{\wedge}) > \eta_m$ запросов $N\theta_1, \ldots, N\theta_m$. Положим $\nu(N) = \sup\{\nu_1, \ldots, \nu_m\}$, $\eta(N) = \sup\{\eta_1, \ldots, \eta_m\}$. Выбор операции sup не регламентируется чисто логическими соображениями. В данном случае автор исходит из желания объединить такие понятия как логический вывод (с вероятностными оценками) и предсказание.

Если один из выводов $SLDF'_1, \ldots, SLDF'_m$ состоит только в применении фактов, то, как следует из теоремы, он будет иметь оценку $\eta(N) = 1$. Назовем такой SLDF-вывод проверкой истинности запроса N (по аналогии с семантическим программированием [104]). *Предсказанием* запроса N будем называть такой SLDF-вывод запроса $N\theta$, на котором достигается оценка $\eta(N)$. Оценкой предсказания запроса N будем называть величину $\eta(N)$. Если предсказание не определено, то оценка предсказания $\eta(N)$ не определена.

Пусть $M = \langle U, \mu \rangle$ – вероятностная Эрбранова модель, согласованная с классом G.

Определение 28. *Программа* Pr *истинна* на Эрбрановой модели N, $N \propto Pr$ тогда и только тогда, когда каждое правило истинно на N. *Правило истинно* на N тогда и только тогда, когда оно истинно на N при любых состояниях (при любых отображениях $\rho : X \to U$) [90].

Определение 29. Программа Pr истинна на классе моделей G тогда и только тогда, когда $N \propto Pr$, $N \in G$.

Распространим вероятность μ на множество формул со свободными переменными F0. Для $\varphi \in F_0 \backslash S$ положим $\mu(\varphi) = \inf\limits_{\theta \in \Theta G} \{\mu(\varphi\theta)\}$, где ΘG – множество всех подстановок основных термов вместо переменных. Для

$$\mu(C) = (A / B_1 \& \ldots \& B_k) = \inf_{\theta \in \Theta G} \{\mu(A\theta / (B_1 \& \ldots \& B_k)\theta)\},$$

правил $C = A \leftarrow B_1, \ldots, B_k$ $k \geq 0$, определим условную вероятность равенством $\mu(C) = \mu(A) / \mu(B_1 \& \ldots \& B_k)$, если правило не содержит переменных, и равенствами

если правило содержит переменные. Если $\mu((B_1 \& \ldots \& B_k)\theta) = 0$ для некоторой подстановки $\theta \in \Theta G$ или $\mu(B_1 \& \ldots \& B_k) = 0$ для $B_1 \& \ldots \& B_k \in \Re$, то значение $\mu(C)$ не определено. При $k = 0$ правило $C = A \leftarrow$ рассматривается как правило $A \leftarrow$ true с вероятностью посылки $\mu(\text{true}) = 1$. Далее запись $\mu(C)$ всегда означает, что вероятность $\mu(C)$ определена. Обозначим через PR0, $PR0 \subset PR$ множество всех правил сигнатуры Σ, для которых вероятность μ определена.

Лемма 13. $\mu(\varphi\theta) > \mu(\varphi)$, $\varphi \in F_0$, θ – некоторая подстановка ■

Лемма 14. Если программа Pr истинна на классе моделей G, то $\mu(C) = 1, C \in Pr$.

Доказательство. Пусть $C = A \leftarrow B_1, ..., B_k$; $C \in Pr$, $k > 0$;

$$\mu(C) = \inf_{\theta \in \Theta G} \{\mu(A\theta / (B_1 \& ... \& B_k)\theta)\}.$$

Рассмотрим правило $C = A\theta \leftarrow (B_1, ..., B_k)\theta$, $\theta \in \Theta G$, и условную вероятность $\mu(A\theta / (B_1, ..., B_k)\theta)$. Каждая подстановка $\theta \in \Theta G$ однозначно определяет некоторое состояние $\rho : X \to U$. Так как программа Pr истинна на G, для любого состояния, то для любой подстановки $\theta \in \Theta G$ будем иметь $G(A\theta \leftarrow (B_1, ..., B_k)\theta) = G$. Так как мера μ согласована с классом моделей G, то из $G(\varphi_1) = G(\varphi_2)$ следует $\mu(\varphi_1) = \mu(\varphi_2)$ и, следовательно, $\mu(A\theta \leftarrow (B_1, ..., B_k)\theta) = 1$, откуда $\mu(A\theta / (B_1, ..., B_k)\theta) = 1$. Поэтому $\mu(C) = 1$, если $\mu(C)$ определена ■

§ 38. Детерминированные закономерности.

Определим на множестве PR отношение $\succ$ – «быть более общим». Обозначим множество всех подстановок не являющихся перестановками через Θt, (тождественная подстановка принадлежит Θt).

Определение 30. Отношение $C \succ C'$, $C = A \leftarrow B_1, ..., B_n$; $C' = A' \leftarrow B'_1, ..., B'_{n'}$, $n, n' \geq 0$ имеет место тогда и только тогда, когда существует подстановка $\theta \in \Theta t$ такая, что $A\theta = A'$, $\{B_1\theta, ..., B_n\theta\} \subset \{B'_1, ..., B'_{n'}\}$ и либо θ не тождественная подстановка, либо $n < n'$.

Лемма 15. Отношение $\succ$ – строгий частичный порядок на PR ■

Обозначим через $W(G) \subset PR$ множество всех правил, истинных на G.

Следствие 8. Если $C \in W(G)$ и $C \succ C'$, то $C' \in W(G)$ ■

Пусть $W'(G)$, $W'(G) \subset W(G)$ – множество всех максимальных по отношению $\succ$ правил из W(G). Правила из W'(G) нельзя обобщить, сохраняя их истинность на G. Среди правил W'(G) могут быть такие, которые истинны на G только потому, что посылка правила всегда ложна.

Определение 31. Детерминированной закономерностью или *D-правилом* будем называть такое правило $(A \leftarrow B_1, ..., B_n) \in W'(G)$, для которого утверждение $\exists x(B_1 \& ... \& B_n)$ истинно хотя бы на одной модели из G.

§ 39. Вероятностные закономерности.

Определение 32. *Отношением вероятностной выводимости* назовем отношение $C \sqsubset C' \Leftrightarrow (C \succ C') \& (\mu(C) < \mu(C'))$.

Определение 33. *Вероятностной закономерностью (Р-правилом)* будем называть правило $C \in PR0$, такое, что из $C' \succ C$, $C' \in PR0$ следует $C' \sqsubset C$.

Если детерминированные закономерности нельзя обобщить, сохраняя их истинность на классе моделей G, то вероятностные закономерности нельзя обобщить, не уменьшая их условную вероятность. Обозначим множество всех Р-правил через PR(M).

Лемма 16. Если существует C', $C' \succ C$, $\mu(C') \geq \mu(C)$, то $C \notin PR(M)$ ■

Лемма 17. Если для правила $C \in W(G)\backslash W'(G)$, $C \in PR0$ существует правило $C' \in W(G)$, $C' \sqsupset C$, $C' \in PR0$, то $C \notin PR(M)$ ■

Лемма 18. D-правило C, $C \in PR0$ является Р-правилом, если из $C' \succ C$, $C' \in PR0$ следует $\mu(\{\mathfrak{M}|\mathfrak{M} \in G, \mathfrak{M} \vDash \neg C'\}) > 0$.

Доказательство. В силу леммы $\mu(C) = 1$. Докажем, что из $C' \sqsupset C$, $C' \in PR0$ следует $\mu(C') < \mu(C) = 1$. По условию $\mu(\{\mathfrak{M}|\mathfrak{M} \in G, \mathfrak{M} \vDash \neg C'\}) > 0$. Отсюда следует, что $\mu(B'\&A') < m(A')$ и $m(C') < 1$, $C' = B' \leftarrow A'$ ■

§ 40. Предсказание и индуктивный синтез логических программ

Полный набор фактов для класса моделей G составляет совокупность множеств $F(N) = \{A \leftarrow| A$ – atom, $N \vDash A$ для любого состояния атома $A\}$, $N \in G$. Любую конечную совокупность D конечных подмножеств $D(N) \subset F(N)$, $N \in G$ будем называть данными. Вероятностную Эрбранову модель M, согласованную с классом G, будем называть *вероятностной моделью данных* D.

Как следует использовать правила $C = A \leftarrow B_1, ..., B_k$, $k \geq 1$ для предсказания? Если посылка правила $(B_1\& ... \&B_k)\theta$ истинна на некоторой случайно выбранной из G в соответствии с мерой μ модели N (при некоторой подстановке $\theta \in \Theta$: $\{B_1\theta, ..., B_k\theta\} \subset F(N)$), то заключение $A\theta$ истинно на N с вероятностью $\mu(A\theta / (B_1\& ... \&B_k)\theta) \geq \mu(A / B_1\& ... \&B_k) = \mu(C)$. Вероятность $\mu(C)$, определенная в параграфе 5 для правил со свободными переменными, дает нам нижнюю границу вероятностей предсказания атома $A\theta$. Заметим, что предсказание нужно делать по данным D(N) какой-то одной случайно выбранной из G модели N. Обозначим множество всех Р-правил с посылкой, содержащей хотя бы один атом, через $P(M) \subset PR(M)$.

Определение 34. Для атома A сигнатуры Ω и некоторых данных D(N) правило $C = A' \leftarrow B_1, ..., B_l$; $l \geq 1$, $C \in PR0$, не содержащее одинаковых переменных с атомом A, будем называть *наилучшим для предсказания* атома A *правилом* по данным D(N) в вероятностной модели M, если:

1) существует подстановка $\theta \in \Theta G$ такая, что $\{B_1\theta, ..., B_l\theta\} \subset D(N)$,

$A\theta = A'\theta$; $\mu(C) > \mu(A\theta)$;

2) на правиле достигается максимум условной вероятности среди правил, удовлетворяющих условию 1 и сравнимых по условию $\{B_1\theta, ..., B_l\theta\}$(это подмножество должно включаться в подмножества других правил);

3) правило C максимально по отношению $\succ$ среди правил, удовлетворяющих условиям 1, 2.

Теорема 13. *Все наилучшие для предсказания* какого-либо атома A сигнатуры Ω (по некоторым данным D(N), $N \in G$ в вероятностной модели данных M) *правила являются вероятностными закономерностями* с непустой посылкой, т. е. принадлежат множеству P(M).

Доказательство: Пусть правило $C = A' \leftarrow B_1, ..., B_k$; $k \geq 1$; $C \in PR0$ является наилучшим для предсказания атома A по данным D(N), и для некоторой подстановки $\theta' \in \Theta G$ выполняются соотношения $\{B_1\theta', ..., B_k\theta'\} \subset D(N)$, $A\theta' = A'\theta'$, $\mu(C) > \mu(A'\theta')$. Предположим противное, что $C \notin P(M)$ и значит $C \notin PR(M)$. Отсюда следует, что существует правило $C' \succ C$, $C' \in PR0$, $C' = A'' \leftarrow B'_1, ..., B'_l$ и подстановка θ'', $A''\theta'' = A'$, $\{B'_1\theta'', ..., B'_l\theta''\} \subset \{B_1, ..., B_k\}$, такие, что $\mu(C') \geq \mu(C) > \mu(A'\theta') \geq \mu(A')$. Так как $A''\theta'' = A'$, то $\mu(A') \geq \mu(A'')$ и, следовательно, $\mu(C') > \mu(A'')$. Отсюда следует, что посылка правила C' не пуста и l > 1. Покажем, что правило C' лучше правила C для предсказания атома A, что противоречит условию. Включение $\{B'_1\theta''\theta', ..., B'_l\theta''\theta'\} \subset \{B_1\theta', ..., B_k\theta'\} \subset D(N)$, равенство $A\theta' = A''\theta''\theta'$ и неравенство $\mu(C') \geq \mu(C) > \mu(A'\theta')$ говорит о выполнении условия 1. Соотношения $\mu(C') > \mu(C)$, $C' \succ C$ противоречат выполнению условий 2, 3 для правила C ■

Определение 35. ПРОЛОГ-программой индуктивно синтезированной по данным D и вероятностной модели данных M будем называть множество правил $PR(M, N) = P(M) \cup D(N)$, где $D(N) \in D$, N – некоторая модель, случайно выбранная из G в соответствии с вероятностной моделью данных M.

§ 41. Вероятностный семантический вывод

Определение 36. *Семантическим вероятностным выводом* (*P-выводом*) произвольного атома A сигнатуры Ω будем называть максимальную последовательность правил $C_1 \sqsubset C_2 \sqsubset ...$; $C_1, C_2, ... \in P(M)$; $C_i = A_i \leftarrow B^i_1, ..., B^i_{l_i}$, $i = 1, 2, ...$ такую, что атом A унифицируем с атомами $A_1, A_2, ...$. Если такой последовательности не существует, то P-вывод пуст.

2. Каждому Р-выводу соответствует последовательность подстановок $\theta_1, \theta_2, \ldots$ определения 6.1 отношения $\succ$. Подстановку $\theta = \theta_1\theta_2 \ldots$ будем называть результатом вероятностного вывода.

Последнее правило в конечном Р-выводе будем называть результирующим.

Лемма 19. D-правило в Р-выводе может быть только результирующим.

Р-деревом семантического вероятностного вывода атома А будем называть совокупность всех Р-выводов (возможно пустую) цели А.

Определение 37. *Р-предсказанием* некоторого атома А сигнатуры Ω программой $PR(M, N) = P(M) \cup D(N)$ будем называть такой Р-вывод $C_1 \sqsubset C_2 \sqsubset \ldots \sqsubset C_i \sqsubset \ldots$; $C_1, C_2, \ldots, C_i, \ldots \in P(M)$ цели А, в котором:

1) существует правило $C_i = A_i \leftarrow B^i{}_1, \ldots, B^i{}_{li}$ и подстановка θ, такие что $\{B^i{}_1\theta, \ldots, B^i{}_{li}\theta\} \subset D(N)$; $A\theta = A_i\theta$; $\mu(A_i\theta) < \mu(C_i)$;

2) на правиле C_i достигается максимум условной вероятности $\mu(C_i)$ среди всех правил, удовлетворяющих условию 1, всех Р-выводов цели А;

3) если Р-дерево вывода цели А пусто или требуемой подстановки не существует, то Р-предсказание не определено;

4) результатом Р-предсказания будем называть подстановку $\theta_p = \theta_1\theta_2\ldots\theta_{i-1}\theta$, где $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{i-1}$ – подстановки Р-вывода $C_1 \sqsubset C_2 \sqsubset \ldots \sqsubset C_i$;

5) оценкой Р-предсказания будем называть величину $\eta_p(A) = \mu(C_i)$. Если Р-предсказание не определено, то оценка $\eta_p(A)$ не определена.

Теорема 14. Р-предсказание атома А сигнатуры Ω программой $PR(M, N) = P(M) \cup D(N)$ определено тогда и только тогда, когда существует наилучшее для предсказания атома А правило С по данным D(N) в вероятностной модели данных M. Если Р-предсказание атома А программой PR(M, N) определено, то оно осуществляется Р-выводом, содержащим наилучшее для предсказания атома А правило С. Оценкой Р-предсказания является величина $\eta_p = \mu(C)$.

Доказательство: Пусть С – наилучшее для предсказания атома А правило $C = A' \leftarrow B_1, \ldots, B_l$. Тогда, по теореме, $C \in P(M) \subset PR(M, N)$. В силу свойства 1 (определение 34) атом А унифицируем с атомом А'. Отсюда следует, что существует Р-вывод, содержащий правило С. Из свойства 1 (определение 34) следует свойство 1 (определение 37). Следовательно, Р-предсказание атома А определено.

Если Р-предсказание определено, то существует, по крайней мере, одно правило $C = A' \leftarrow B_1, \ldots, B_l$, $l \geq 1$, $C \in PR0$ (так как $C \in PR(M, N)$) и подстановка θ такие, что $A\theta = A'\theta$, $\{B_1\theta, \ldots, B_l\theta\} \subset D(N)$, $\mu(C) > \mu(A'\theta)$. Таким образом, необходимые условия наилучшего для предсказания правила вы-

полнены и, следовательно, наилучшее для предсказания правило существует.

Докажем вторую часть теоремы. Из первой части доказательства следует, что существует Р-вывод, содержащий наилучшее для предсказания атома А правило С. В силу свойства 2 (определение 34) на этом правиле достигается максимум условной вероятности среди правил, удовлетворяющих условию 1 (определение 34) Но как показано в первой части доказательства, условию 1 (определение 34) удовлетворяют все правила Р-дерева вывода цели А, которые могут использоваться для предсказания (удовлетворяют условию 1 (определение 37)). Отсюда следует свойство 2 (определение 37) Р-предсказания ■

§ 42. Взаимосвязь вероятностного и логического выводов

Пусть Pr – некоторая логическая программа, факты которой содержатся среди фактов D(N) программы $PR(M, N) = P(M) \cup D(N)$.

Теорема 15. Если атом А предсказывается программой Pr с оценкой $\eta(A) > \mu(A\theta)$, для любой подстановки $\theta \in \Theta G$, то он Р-предсказывается программой PR(M, N) с оценкой Р-предсказания $\eta_p(A) > \eta(A)$.

Доказательство. По условию существует успешный SLDF-вывод $A\theta, N_1\theta, ..., N_k, N_kF^{\wedge} \in \Re$ цели $A\theta$ в пространстве вычислений программы Pr такой, что $\mu(A\theta / N_kF^{\wedge}) \geq \eta(A) > \mu(A\theta)$, $\mu(N_kF^{\wedge}) > 0$, $N_k = \leftarrow \mathbf{B}_1, ..., \mathbf{B}_l$; $\{B_1 \leftarrow, ..., B_l \leftarrow\} \subset Pr$, $l > 1$.

Рассмотрим правило $C = A\theta \leftarrow B_1, ..., B_l$. Из условия $\eta(A) > \mu(A\theta) \geq 0$, следует что $l \geq 1$. Так как $\mu(N_kF^{\wedge}) > 0$, то $C \in PR0$. Кроме того, $\mu(C) \geq \eta(A) > \mu(A\theta)$ и, следовательно, выполнено условие 1 (определение 34) наилучшего для предсказания атома А правила. Отсюда следует, что существует наилучшее для предсказания атома А правило СВ и по теореме Р-предсказание атома А определено и $\eta_p(A) = \mu(CB)$. Так как правило, С удовлетворяет условию 1 (определение 34), то $\eta_p(A) = \mu(CB) \geq \mu(C)$ по условию 2 этого же определения ■

Рассмотрим Р-предсказание $C_1 \sqsubset ... \sqsubset C_i \sqsubset ...$ цели А программой $PR(M, N) = P(M) \cup D(N)$ по наилучшему для предсказания атома А правилу $C_i = A_i \leftarrow B^i_1, ..., B^i_{li}$ и подстановке θ, $\{B^i_1\theta, ..., B^i_{li}\theta\} \subset D(N)$, $A\theta = A_i\theta$, $\mu(A_i) < \mu(C_i)$. Этому Р-предсказанию поставим в соответствие нормализованный SLDF-вывод, который будем обозначать как SLDP(A)-вывод, $\leftarrow A\theta;\ \leftarrow B^i_1\theta, ..., B^i_{li}\theta;\ ...\ ;\ \leftarrow \mathbf{B}^i_1\theta, ..., \mathbf{B}^i_{li}\theta$ цели $A\theta$ по правилам C_i, $B^i_1\theta \leftarrow, ..., B^i_{li}\theta \leftarrow$. По теореме 4.2 найдем оценку η полученного SLDP(A)-вывода: $\mu(A\theta / N_kF^{\wedge}) \geq \eta = 1 - (1 - p)\mu(B^i_1\theta \& ... \& B^i_{li}\theta) / \mu(N_kF^{\wedge}) = 1 - (1 - p) = p$, где $p = \mu(C_i)$.

Таким образом, $\eta(A) \geq \eta = \mu(C_i) = \eta_p(A)$. SLDP(A)-вывод цели A состоит в использовании наилучшего для предсказания атома A правила C_i и фактов D(N) программы.

Теорема 16. Если атом A предсказывается программой PR(M, N) с оценкой $\eta(A) > \mu(A\theta)$, $\theta \in \Theta G$ и P-предсказывается этой же программой с оценкой $\eta_p(A)$, то $\eta(A) = \eta_p(A)$.

Доказательство. Выше, при введении понятия SLDP(A)-вывода, было доказано, если P-предсказание атома A определено, то существует SLDP(A)-вывод атома A такой, что $\eta(A) \geq \eta_p(A)$. Обратное неравенство $\eta_p(A) \geq \eta(A)$ следует из теоремы, если в качестве программы Pr взять программу PR(M, N) ■

Теорема 17. Если атом A предсказывается некоторой программой Pr с оценкой $\eta(A) > \mu(A\theta)$, $\theta \in \Theta G$, то он предсказывается программой PR(M, N) с оценкой $\eta'(A)$, $\eta'(A) \geq \eta(A)$.

Доказательство. В силу теоремы, атом A P-предсказывается программой PR(M, N) с оценкой $\eta_p(A) \geq \eta(A)$. Из предыдущих рассуждений следует, что в этом случае существует SLDP(A)-вывод атома A программой PR(M, N) с оценкой $\eta = \eta_p(A) \geq \eta(A) > \mu(A\theta)$, $\theta \in \Theta G$. Отсюда следует, что предсказание атома A программой PR(M, N) определено и для оценки предсказания $\eta'(A)$ имеет место соотношение $\eta'(A) \geq \eta = \eta_p(A)$ ■

Процесс организации вычислений запросов $\leftarrow A_1, ..., A_k$, $k \geq 2$ можно охватить, обобщив понятие вероятностной закономерности на утверждения $A_1 \& ... \& A_k \leftarrow B_1, ..., B_l$.

ГЛАВА 4. РЕЛЯЦИОННЫЙ ПОДХОД К ИЗВЛЕЧЕНИЮ ЗНАНИЙ ИЗ ДАННЫХ

§ 43. Логический анализ методов извлечения знаний

В данном параграфе проводится логический анализ методов *Machine Learning* и *KDD&DM*. Показывается, что если методы не основаны на теории измерений, то для них возникает проблема адекватности – доказательство инвариантности метода относительно допустимых преобразований шкал. В противном случае метод может давать различные результаты в зависимости от того в каких единицах измерения представлены данные. Вводится определение инвариантности метода относительно выбора числовых представлений для данных. Выделяется логическая составляющая данных. Показывается, как для любого метода Machine Learning и KDD&DM можно получить его логический аналог, для которого не возникает проблема инвариантности.

В результате проведенного анализа показывается, как для каждого Machine Learning и KDD&DM можно выделить:

- тип данных с которыми работает KDD&DM-метод в виде многосортной эмпирической системы;
- онтологию метода в виде множества отношений и операций, в которых записаны данные и представлены гипотезы метода;
- тип знаний метода как класс правил, которые проверяет метод.

Дадим определение инвариантности метода. Для этого представим числовые методы, как это показано на рис 8 :

- W = {w} – обучающая выборка;
- X(w) = (x1, …, xn) – набор значений из n признаков для каждого объекта обучения;
- Y(w) – целевое значение признака для каждого объекта обучения w;

KDD&DM метод M в результате обучения на обучающей выборке {X(w)}, $w \in W$, порождает решающее правило

$$J = M(\{X(w)\}),$$

которое предсказывает целевые значения признака Y(w). Например, рассмотрим объект w с неизвестным значением Y(w), но известными значениями признаков X(w), тогда

$$J(X(w)) \sim Y(w),$$

где J(X(w)) является значением сгенерированным правилом J, и ~ приблизительное равенство. Решающее правило J может быть алгебраическим или логическим выражением, решающим деревом, нейронной сетью или гибридным алгоритмом.

Для признаков $(x_1, \ldots, x_n, Y)$ существуют эмпирические системы $A_1, \ldots, A_n, B$, имеющие соответствующие группы преобразований $g_1, \ldots, g_n, g$. Группа преобразований для всех признаков определяется как группа $G = g_1 \times \ldots \times g_n \times g$.

Инвариантность KDD&DM-метода M относительно группы преобразований G определяется так, что для любого преобразования $g \in G$ решающее правило обнаруживаемое методом M должно быть одним и тем же в том смысле, что принимаемые на объектах $w \in W$ решения совпадают, т.е. решающие правила $J = M(\{\langle X(w), Y(w)\rangle\})$ и $J_g = M(\{\langle gX(w), gY(w)\rangle\})$, полученные методом M по преобразованной $\{\langle gX(w), gY(w)\rangle\}$ и не преобразованной $\{\langle X(w), Y(w)\rangle\}$ выборке должны давать одни и те же решения для любых объектов $w \in W$

$$J_g(g(X(w))) = g(J(X(w))),$$
$$J = M(\{\langle X(w), Y(w)\rangle\}),\ J_g = M(\{\langle gX(w), gY(w)\rangle\}).$$

Если метод не инвариантен, то получаемые методом решения зависят от выбора единиц измерения.

Инвариантность метода тесно связана с интерпретируемостью его результатов. Если метод не инвариантен, то его результаты не могут быть полностью интерпретируемы. Интерпретируемость результатов означает их интерпретируемость в системе понятий предметной области.

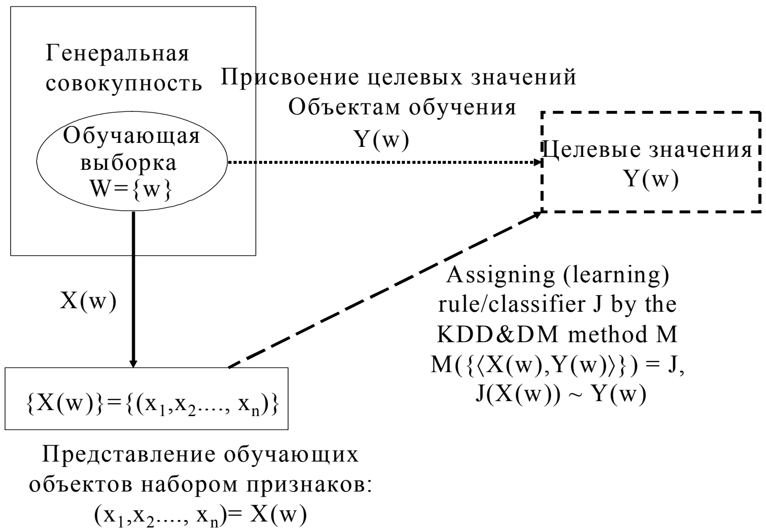


Рис 8.

Эмпирические системы $A_1, \dots, A_n$, B признаков, по определению, интерпретируемы в системе понятий предметной области. Методы KDD&DM очевидно инвариантны, если они используют в своей работе только интерпретируемую информацию эмпирических систем $A_1, \dots, A_n$, B и обнаруживают решающие правила J, являющиеся логическими выражениями в терминах эмпирических систем.

Покажем, как из любого метода KDD&DM можно извлечь инвариантный метод $M : \{X(w)\} \to J$. Проанализируем метод M с точки зрения ограничений KDD&DM-методов 1–3. Определим многосортную эмпирическую систему A(W) как произведение эмпирических систем $A_1, \dots, A_n$, B. Эмпирическая система A(W) содержит всю интерпретируемую информацию относительно обучающей выборки W. Обозначим через $W \to A(W)$ преобразование выборки в многосортную эмпирическую систему A(W), извлекающую всю интерпретируемую информацию из данных в соответствии с теорией измерений. Преобразование

$$W \to \{\langle X(w), Y(w)\rangle\}$$

заменим на преобразование

$$W \to A(W) \to \{\langle X(w), Y(w)\rangle\}.$$

Метод

$$M : \{\langle X(w), Y(w)\rangle\} \to J$$

преобразуем в метод

$$ML : A(W) \to J$$

таким образом, чтобы метод ML делал все то же самое, что и метод M, только вместо выборки W использовал соответствующую ей эмпирическую систему A(W) и все действия, которые осуществляет метод M переводил бы в действия над эмпирической системой. Точнее, если числовые представления признаков $(x_1, \dots, x_n, Y)$ получены сильными гоморфизмами

$$\varphi_i : A_i \to Re^{ni}, \ \varphi : B \to Re^n,$$

то комплексное преобразование

$$(\varphi_1, \dots, \varphi_n, \varphi) : A(W) \to \{\langle X(w), Y(w)\rangle\}$$

переводит многосортную эмпирическую систему в числовое представление выборки. Отсюда получаем

$$J = M(\{\langle X(w), Y(w)\rangle\}) = M((\varphi_1, \dots, \varphi_n, \varphi)(A(W))) = ML(A(W)).$$

Извлечем из правила J некоторое правило JL, содержащее всю интерпретируемую правила J. Для этого преобразуем правило

$$J(X(w)) = J((\varphi_1, \dots, \varphi_n)A(w)) = JL(A(w)) \sim Y(w).$$

На основании метода ML и правила JL можно определить инвариантный метод

$$MLogic: A(W) \to JL$$

следующим образом:

MLogic(A(W)) = ML(A(W)) = J(X(w)) = JL(A(w)).

Метод MLogic очевидно инвариантен. Если мы рассмотрим все возможные выборки для метода M и получим все правила JL методом MLogic, то мы получим класс гипотез {JL} (тип знаний) метода M.

В результате проведенного анализа мы получили:

1) тип данных, с которыми работает KDD&DM-метод M в виде многосортной эмпирической системы A(W);
2) онтологию метода в виде множества отношений и операций, в которых записаны данные и представлены гипотезы;
3) тип знаний метода M как класс правил {JL}.

В отличие от конкретного KDD&DM-метода разработанная в рамках реляционного подхода система *Discovery* не имеет ограничений ни в типе данных, ни в онтологии, ни в классе обнаруживаемых знаний.

§ 44. Реляционный подход к извлечению знаний

В реляционном подходе к извлечению знаний следующим образом снимаются все ограничения с существующих ML, KDD&DM-методов:

1) ограничения с используемых типов данных за счет использования теории измерений и многосортных эмпирических систем;
2) использование теории измерений позволяет извлекать всю информацию из данных, что не делают другие методы;
3) ограничения в использовании априорного знания путем представления априорного знания в логике первого порядка;
4) ограничения с классов проверяемых гипотез за счет введения типа обнаруживаемых знаний Rule Type в языке первого порядка;
5) разработана система Discovery, которая обнаруживает все перечисленные ниже виды множеств:

a) множество законов L на эмпирической системе M;
b) множество МСЗ максимально специфических правил;
c) множество правил с максимальными оценками условной вероятности.

В реляционном подходе система обнаруживаемых знаний, которые могут составить базу знаний, полна в двух смыслах:

– в смысле полноты извлечения информации из данных за счет использования теории измерений;
– полноты обнаруживаемых множеств правил *a-c*;

§ 45. Программная система извлечения знаний «*Discovery*»

Программная система *Discovery* реализует семантический вероятностный вывод и обнаруживает перечисленные в предыдущем параграфе в п.5 *a–c* множества законов, вероятностных законов, сильнейших вероятно-

стных законов и максимально специфических правил на данных. Естественно, что на данных нам не известны вероятности и их необходимо оценивать по данным. Способ оценки и используемый статистический критерий приведены далее в § 46.

Система *Discovery* позволяет реализовать стратегию направленного и все более детального анализа эмпирического содержания данных, задавая последовательно уточняющиеся параметрические семейства формул (1) [18–19; 30–31; 36; 127; 131]. Эта стратегия согласуется с теорией измерений, показывающей, что шкалы величин упорядочены в соответствии с богатством информации, содержащейся в значениях величин – от шкалы наименований и шкалы порядка к шкале интервалов, отношений и абсолютной шкале.

В соответствии с этой стратегией сначала следует провести грубую обработку данных в шкале наименований. Имеющиеся числовые значения следует разбить на интервалы, которые можно задавать параметрами. Затем следует найти все закономерности в шкале порядка и наименований. После такой обработки все признаковое пространство разобьется на области, выделяемые именами или интервалами, внутри которых будет иметь место монотонная зависимость в шкале порядка между некоторыми признаками.

Более точный анализ вида зависимости должен проводиться за счет информации, содержащейся в более сильных шкалах, используя соответствующие этим шкалам отношения и операции. Для этого следует проверить выполнимость известных систем аксиом теории измерений на обнаруженных участках монотонности. Это можно сделать системой *Discovery*, проверяя выполнимость заложенных в ней систем аксиом теории измерений. Если какая-либо система аксиом выполнена, то это позволяет определить вид функциональной зависимости и адекватные решаемой задаче шкалы величин.

§ 46. Метод обнаружения вероятностных законов

Понятие вероятностного закона требует проверки некоторых вероятностных неравенств. Проверить выполнимость этих вероятностных неравенств на выборке из серии экспериментов можно с помощью определенных статистических критериев. Предположим, что случайно и независимо в соответствии с вероятностной мерой μ проведена серия экспериментов и получена выборка экспериментов $\mathrm{Samp} \subset \mathrm{Exp}$.

Для статистической проверки любой аксиомы из Σ нам достаточно иметь статистику – число повторений каждого события из высказывания. Получение этой статистики упрощается тем, что нам достаточно знать только статистику для всех атомов, входящих в высказывание. Статистика

любого события является суммой статистик тех атомов, из которых состоит событие. Статистику для атомов можно представить в виде специального массива.

Определим массив M объема $2^{к+1}$ в соответствии с числом атомарных формул $P_0, P_1, P_2, ..., P_к$ в правиле (1). Значения истинности каждой атомарной формулы зададим числами 1, 0 (1 – «истина» и 0 – «ложь»). Каждый элемент массива $M[i_1, ..., i_{к+1}]$, $i_1, ..., i_{к+1} \in \{0, 1\}$ равен числу сочетаний значений истинности $i_1, ..., i_{к+1}$ атомарных формул $P_0, P_1, P_2, ..., P_к$ в экспериментах Samp (после фиксации интерпретации, подстановки объектов вместо переменных и определения значений истинности атомарных формул). В дальнейшем мы будем предполагать, что статистика (число случаев) любого события D булевой алгебры событий B порожденной атомарными формулами $P_0, P_1, P_2, ..., P_к$ нам известна и будем обозначать ее через $к(D)$.

Проверим сначала для некоторого правила $C = (A_1\& ... \&A_к \Rightarrow A_0)$ вида (1), что выполнено первое условие вероятностной закономерности: что условная вероятность определена и $\eta(A_1\& ... \&A_к) > 0$. Для этого достаточно проверить, что $к[A_1\& ... \&A_к] > 0$. Из определения вероятности (определение 13) следует, что если $к[A_1\& ... \&A_к] > 0$, то вероятность не равна 0. На этом проверка первого условия заканчивается.

Перейдем к проверке второго условия. Рассмотрим сначала правила вида $P^{\varepsilon 1}{}_1 \Rightarrow P^{\varepsilon 0}{}_0$. Так как в посылке стоит только один предикатный символ $P^{\varepsilon 1}{}_1$, который можно удалить в процессе обобщения, то по определению вероятностного закона (определение 17) вероятность правила $C = (\Rightarrow P^{\varepsilon 0})$ с пустой посылкой должна быть строго меньше условной вероятности правила $P^{\varepsilon 1}{}_1 \Rightarrow P^{\varepsilon 0}{}_0$, т. е.

$$\eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / P^{\varepsilon 1}{}_1) > \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0).$$

Последнее неравенство можно переписать в виде

$$\eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&P^{\varepsilon 1}{}_1) > \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0)^*\ \eta(P^{\varepsilon 1}{}_1).$$

Для проверки этого неравенства сформулируем гипотезу H_0 о независимости предикатных символов $P^{\varepsilon 1}{}_1$ и $P^{\varepsilon 0}{}_0$:

$$H_0 : \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&P^{\varepsilon 1}{}_1) = \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0)^*\ \eta(P^{\varepsilon 1}{}_1),$$

против альтернатив:

$$H_1 : \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&P^{\varepsilon 1}{}_1) \neq \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0)^*\ \eta(P^{\varepsilon 1}{}_1).$$

Эта гипотеза является сложной с одним ограничением и двумя степенями свободы [51]. Если гипотеза H_0 верна, то предикатные символы $P^{\varepsilon 1}{}_1$ и $P^{\varepsilon 0}{}_0$ независимы и неравенство для условной вероятности не выполнено. Тогда формула $P^{\varepsilon 1}{}_1 \Rightarrow P^{\varepsilon 0}{}_0$ не является вероятностной закономерностью. Если гипотеза H_0 неверна, то верна одна из альтернативных гипотез H_1 и тогда значения $P^{\varepsilon 1}{}_1$ и $P^{\varepsilon 0}{}_0$ зависимы между собой.

Гипотезу H_0 можно переформулировать также следующим образом. Пусть числа $\kappa(P^{\varepsilon 1}{}_1)$ и $\kappa(P^{(1-\varepsilon 1)}{}_1)$ фиксированы, а числа $\kappa(P^{\varepsilon 1}{}_1\&P^{\varepsilon 0}{}_0)$ и $\kappa(P^{(1-\varepsilon 1)}{}_1\&P^{\varepsilon 0}{}_0)$ являются независимыми случайными величинами. Тогда гипотеза H_0 является гипотезой о равенстве вероятностей в двух совокупностях [51]:

$$H_0 : \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&P^{\varepsilon 1}{}_1) = \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0)^* \eta(P^{\varepsilon 1}{}_1),$$

против альтернатив:

$$H_1 : \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&P^{\varepsilon 1}{}_1) \neq \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0)^* \eta(P^{\varepsilon 1}{}_1).$$

Если гипотеза H_0 неверна, то верна одна из гипотез H_1, и либо $\eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / P^{\varepsilon 1}{}_1) > \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0)$, либо $\eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / P^{\varepsilon 1}{}_1) < \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0)$.

Если верно первое неравенство, то тестируемая формула

$$P^{\varepsilon 1}{}_1 \Rightarrow P^{\varepsilon 0}{}_0$$

является вероятностной закономерностью, если второе, то не является.

По соотношениям

$$\kappa(P^{\varepsilon 0}{}_0\&P^{\varepsilon 1}{}_1) > (\kappa(P^{\varepsilon 0}{}_0)^* \kappa(P^{\varepsilon 1}{}_1)) / N,$$
$$\kappa(P^{\varepsilon 0}{}_0\&P^{\varepsilon 1}{}_1) < (\kappa(P^{\varepsilon 0}{}_0)^*\kappa(P^{\varepsilon 1}{}_1)) / N,$$

где N – общее количество экспериментов, можно определить, какое из неравенств первое или второе имеет место.

Чтобы проверить гипотезу H_0 против альтернатив H_1 воспользуемся точным критерием независимости Фишера [Там же; с. 739]. Этот критерий является равномерно наиболее мощным, несмещенным критерием как в случае проверки гипотезы о двумерной независимости, так и в случае проверки гипотезы о равенстве вероятностей в двух совокупностях [Там же; с. 742]. Применив этот критерий с некоторым доверительным уровнем α, мы получим, что,либо гипотеза H_0 верна и, следовательно, значения истинности предикатных символов $P^{\varepsilon 1}{}_1$ и $P^{\varepsilon 0}{}_0$ независимы и, значит, нет никакой закономерности, либо H_0 не верна и мы принимаем одну из гипотез H_1. Если гипотеза H_1 означает, что $\eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&P^{\varepsilon 1}{}_1) > \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0)^* \eta(P^{\varepsilon 1}{}_1)$, то тестируемая формула является вероятностной закономерностью с доверительным уровнем α.

Рассмотрим в общем случае произвольную аксиому $C = (P^{\varepsilon 1}{}_1\& \ldots \&P^{\varepsilon n}{}_n \Rightarrow P^{\varepsilon 0}{}_0) \in S$. Сведем этот случай к предыдущему. Введем обозначения $DC = \{P^{\varepsilon 1}{}_1, \ldots, P^{\varepsilon n}{}_n\}$, $D \subset DC$ (включение строгое), $DC^\& = P^{\varepsilon 1}{}_1\& \ldots \&P^{\varepsilon n}{}_n$, $D^\&$ – конъюнкция литер из D.

Для проверки является ли аксиома C вероятностной закономерностью, надо проверить, выполняется ли для любого подмножества D (включая $\varnothing$) соотношение

$$\eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / DC^\&) > \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / D^\&).$$

Будем рассматривать конъюнкцию $D^{\&}$ как одну формулу R_1 из $\Re(\Sigma)$, а конъюнкцию литер из $DC \setminus D$ как другую формулу R_2 из $\Re(\Sigma)$. В случае, когда $D = \varnothing$, R_1 = true, а $\eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / D^{\&}) = \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0)$. Тогда получим неравенство

$$\eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / R_1\&R_2) > \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / R_1).$$

Так как

$$\eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / R_1\&R_2) = \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&R_1\&R_2) / \eta(R_1\&R_2) = \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&R_2 / R_1) / \eta(R_2 / R_1),$$

то предыдущее неравенство перейдет в неравенство

$$\eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&R_2 / R_1) > \eta(R_2 / R_1)^* \ \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / R_1).$$

Так как $\kappa[A_1\& \ldots \&A_n] > 0$, то $\eta(DC\&) > 0$; $\eta(R_1) > 0$; $\eta(R_2) > 0$ в силу включений $D \subset DC$ и $DC \setminus D \subset DC$. Отсюда следует, что все проделанные преобразования корректны, так как ни одна вероятность в знаменателе не равна 0.

Для проверки последнего неравенства также сформулируем гипотезу о независимости

$$H_0 : \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&R_2 / R_1) = \eta(R_2 / R_1)^* \ \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / R_1)$$

против альтернатив:

$$H_1 : \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0\&R_2 / R_1) \neq \eta(R_2 / R_1)^* \ \eta(P^{\varepsilon 0}{}_0 / R_1).$$

Ограничимся рассмотрением только тех событий, для которых формула R_1 истинна. Для этого определим подалгебру $\Re(\Sigma)(R_1)$ булевой алгебры $\Re(\Sigma)$, рассматривая только события на которых R_1 истинна. На этих событиях определим вероятностную меру $\eta'(E) = \eta(E\&R_1) / \eta(R_1)$. Тогда гипотезы H_0 и H_1 примут вид:

$$H_0: \eta'(P^{\varepsilon 0}{}_0\&R_2) = \eta'(R_2)^* \ \eta'(P^{\varepsilon 0}{}_0),$$
$$H_1: \eta'(P^{\varepsilon 0}{}_0\&R_2) \neq \eta'(R_2)^* \ \eta'(P^{\varepsilon 0}{}_0).$$

Гипотеза H_0 проверяется также с помощью критерия Фишера с некоторым доверительным уровнем α.

Правило C будем вероятностным законом с доверительным уровнем α, если гипотеза H_0 отвергается с уровнем α для любого подмножества $D \subset DC$ и принимается гипотеза H_1 с неравенством >.

Если аксиома C не является вероятным законом, то необходимо проверить не является ли какая-нибудь более общая часть аксиомы C вероятностным законом. Для этого в качестве DC надо брать последовательно все возможные подмножества $D \subset DC$ условий посылки правила и для каждого $D' \subset D \subset DC$ снова проверять все гипотезы и неравенства с целью определить является ли правило с посылкой D вероятностным законом.

ГЛАВА 5. ПРИЛОЖЕНИЯ РЕЛЯЦИОННОГО ПОДХОДА В ФИНАНСАХ

§ 47. Применение реляционного подхода в финансовом прогнозировании

Последующие параграфы посвящены вопросам обнаружения закономерностей в финансовых временных рядах [120; 128; 159]. Обнаруживаемые закономерности использовалась для предсказания целевой переменной, представляющей собой относительную разность в процентах, между текущей ценой на момент закрытия биржи и ценой на пять дней вперед. Ниже мы приведем типы найденных закономерностей и полученных статистических характеристик этих закономерностей и проценты ошибок первого и второго рода на контрольных данных. На данных обучения 1985–1994 было обнаружено более 130 закономерностей. Лучшая из закономерностей дает 75 % правильных прогнозов на контрольных данных 1995–1996. Целевая переменная (специальных биржевых данных, предоставленных «Journal of Computational Intelligence in Finance») была предсказана, используя отдельно SP500C (цену закрытия S&P500) и собственную историю целевой переменной. Активная торговая стратегия, основанная на обнаруженных правилах, превосходит стратегию buy-and-hold и стратегии, основанные на нескольких других моделях торговой игры для 1995–1998. Отдельный вычислительный эксперимент проводился для сравнения предсказаний SP&500 с другими методами.

На сколько нам известно, это первое финансовое применение реляционного подхода к извлечению знаний и, в частности, для анализа SP500C и других данных фондовой биржи. В следующем параграфе эти результаты сравниваются с результатами других методов: ARIMA, FOIL, нейронных сетей с обратным распространением ошибки, решающими деревьями, линейными адаптивными методами и стратегией buy-and-hold.

Большинство этих методов, исключая FOIL, являются методами извлечения знаний на основе признакового пространства. Эти методы относительно просты, эффективны и могут обрабатывать данные с шумами. Однако эти методы:

- ограничены в форме представления априорного знания;
- ограничены в возможности представления отношений.

Методы ILP не имеют этих ограничений, но в настоящее время есть у них есть трудность в обработке числовых данных и больших массивов данных и [98–99; 133–136].

Система *Discovery* справляется с различными числовыми данными и, в частности, с такими данными как относительная разность в проценте, ме-

жду сегодняшней ценой на момент закрытия биржи и ценой на пять дней вперед. Переменная SP500C (The Standard and Poor's 500 close) также использовалась как прямая целевая переменная вместе с следующими дополнительными свойствами:

– день недели (понедельник, вторник, среда, четверг, пятница) для каждого значения рассматриваемых переменных;

– первые и вторые разности переменных (цены, SP500C и индекса DJIA) для различных дней недели, которые подобны первым и вторым производным.

Вся эта информация была преобразована в логическое представление с вероятностями, как описано ниже.

Традиционно индуктивное логическое программирование (Inductive Logic Programming) используется для задач распознавания и включает:

– представление положительных и отрицательных примеров;
– априорное знание в виде предикатов.

Задача предсказания числовых значений финансового временного ряда не является задачей классификации, поэтому в терминах предикатов, она должно быть описана по-другому. Это требует разработки хорошего представления для временного ряда в терминах предикатов, вместе с априорным знанием. Это требует введения предикатов и гипотез в терминах этих предикатов. Эти предикаты и гипотезы разработаны для финансового ряда и описаны в следующих параграфах.

В следующем параграфе все гипотезы записываются в терминах предиката

$$P(x, y) \Leftrightarrow t(x) \geq t(y),$$

где t(x) и t(y) – значения временного ряда, или их абсолютные или относительные разности для значений x и y. Множество таких гипотез проверялось на свойства вероятностного закона в проведенных вычислительных экспериментах.

§ 48. Преобразование числовых данных в отношения

Переменные. Два временных ряда TR (обучающееся множество) и CT (контрольное множество) использовались для обучения и контроля алгоритма прогноза, где

TR = $\{a_1, \ldots, a_{tr}\}$ – данные за десять лет (1985–1994, 2 528 торговых дней) и

CT = $\{a_1, \ldots, a_{ct}\}$ – данные двух лет (1995–1996, 506 торговых дней).

Пять последовательных дней используются как единица (объект) рассмотрения

$$\mathbf{a}_t = (a_t^1, a_t^2, a_t^3, a_t^4, a_t^5),$$

где a^j_t – j-й день пятидневного объекта $\mathbf{a_t}$. Мы также будем использовать другое обозначение

$$a_t = (a_t, a_{t+1}, a_{t+2}, a_{t+3}, a_{t+4}), \text{ где } a_{(t-1)+j}, = a_t^j, \ j = 1, ..., 5.$$

Фактически, индекс $\boldsymbol{t}$ указывает первый день пятидневного объекта. День недели (a_t) имеет пять значений: 1, 2, 3, 4, 5, где день недели (a_t) = 1 указывает, что a_t – понедельник, а день недели (a_t) = 5 указывает, что a_t – пятница. Например, в правиле «ЕСЛИ a_t = «3 марта 1998», ТО день недели (a_t) = 2», т.е. вторник. Мы не рассматриваем субботы, воскресенья и праздники, потому что фондовая биржа закрыта в эти дни.

Несколько множеств переменных были определены через SP500C.

Множество 1. Первая разность**:**

$$\Delta_{ij}(a_t) = (SP500C(a_t^j) - SP500C(a_t^i)) \big/ SP500C(a_t^i),\ i < j,\ i, j = 1,...,5\ .$$

Эта переменная представляет собой разность между SP500C для i-х и j-х дней, нормализованных относительно SP500C для i-го дня.

Пример. Пусть $i = 1, j = 2$, t = «3 марта 1998», тогда $\boldsymbol{a_t} = \langle$3 Марта, 1998, 4 Марта, 1998, 5 Марта, 1998, 6 Марта, 1998, 9 Марта, 1998$\rangle$,

где

$a_t = a_t^1$ = «3 марта, 1998», $a_{t+1} = a_t^2$ =«4 марта, 1998»,

$a_{t+2} = a_t^3$ = «5 марта,1998», $a_{t+3} = a_t^4$ = «*6* марта, 1998»,

$a_{t+4} = a_t^5$ = «*9* марта, 1998».

Поэтому

$$\Delta_{12}(a_t) = (SP500C(a_t^2) - SP500C(a_t^1)) \big/ SP500C(a_t^1)$$
$$= \frac{(SP500C(\ 4Марта,1998) - SP500C(3Марта,1998)}{SP500C(3Марта,1998)}.$$

Множество 2. Разность между двумя относительными разностями:

$$\Delta_{ijk}(\boldsymbol{a_t}) = \Delta_{jk}(\boldsymbol{a_t}) - \Delta_{ij}(\boldsymbol{a_t}).$$

Эта разность основана на предыдущих относительных разностях.

Пример. Пусть $k = 3$, тогда $\Delta_{ijk}(\boldsymbol{a_t}) = \Delta_{jk}(\boldsymbol{a_t}) - \Delta_{ij}(\boldsymbol{a_t})$ может быть написано, как

$$\Delta_{123}(a_t) = \frac{(SP500C(5Марта,1998) - SP500C(4Марта,1998)}{SP500C(4Марта,1998)}$$
$$- \frac{(SP500C(4Марта,1998) - SP500C(3Марта,1998)}{SP500C(3Марта,1998)}.$$

Множество 3. Циклические перестановки π длины 5 для объекта $\boldsymbol{a}$ и функции wd*(**a**)*. Функция wd*(**a**)* отображает пять календарных дней пяти дней недели. Например,

$$\text{wd}(\boldsymbol{a}) = \langle 1, 2, 3, 4, 5\rangle$$

означает, что $\boldsymbol{a}$ представляет собой пять последовательных дней недели с понедельника по пятницу, и

$wd(\boldsymbol{b}) = \langle d_1, ..., d_5\rangle = \langle 2, 3, 4, 5, 1\rangle = \langle \text{Tue, Wed, Thu, Fri, Mon}\rangle$

означает, что пятидневный объект $\boldsymbol{b}$ начинается со вторника и кончается понедельником следующей недели. Используя перестановку π мы можем преобразовать последовательности дней. Например: π (Mon, Tue, Wed, Thu, Fri) = (Tue, Wed, Thu, Fri, Mon) = $\langle d_1, d_2, d_3, d_4, d_5\rangle$.

Таким образом, π – циклическая перестановка, которая изменяет множество рассматриваемых дней недели $\langle d_1,d_2,d_3,d_4,d_5\rangle$ при анализе пар $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$. Формально, вектор-функция $wd(\boldsymbol{b}) = \langle d_1, ..., d_5\rangle$ эквивалентна выражению: (день недели $(b^1) = d_1$) и (день недели $(b^2) = d_2$) & ... & (день недели $(b^5) = d_5$).

В экспериментах, приводимых ниже, мы использовали переменные типов 1–3 для SP500C, их аналоги для целевой переменной и для DJIA.

Первые две переменные обладают свойствами, подобными первым и вторым производным временного ряда. Цель данного исследования состоит в том, чтобы прежде всего показать применимость метода и его возможностей как инструмента извлечения знания из финансовых временных рядов.

§ 49. Гипотезы и вероятностные законы

Следующий шаг состоит в формулировке гипотез, которые будут проверяться на свойство быть вероятностными законами. Определим общий вид отношений, опуская индексы, которые будут применяться для любых пятидневных объектов **a** и **b**:

$$(\Delta(\boldsymbol{a}) \le \Delta(\boldsymbol{b}))^{\varepsilon}$$

и является любым из неравенств, например таким как

$$(\Delta_{ij}(\mathbf{a}) \le \Delta_{ij}(\mathbf{b}))^{\varepsilon},\ (\Delta_{ijk}(\mathbf{a}) \le \Delta_{ijk}(\mathbf{b})),\ i < j < k;\ i, j, k = 1, .., 5.$$

Следующие множества гипотез H1–H4 использовались для обнаружения вероятностных законов.

Множество Гипотез H1:

$(wd(\mathbf{a}) = wd(\mathbf{b}) = \langle d_1, ..., d_5\rangle)\&(\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b}))^{\varepsilon 1} \Rightarrow ((\text{цель}(\mathbf{a}^5) \le \text{цель}(\mathbf{b}^5))^{\varepsilon 0}$;

Пример. Пусть **a** и **b** – два пятидневных объекта с марта 1998г.:

a = ⟨3 марта; 4 марта, 5 марта, 6 марта, 9 марта⟩,

b = ⟨10 марта, 11 марта, 12 марта, 13 марта, 16 марта⟩.

Пусть также

$\Delta(\mathbf{a}) = \Delta_{12}(\mathbf{a_t}),\ \Delta(\mathbf{b}) = \Delta_{12}(\mathbf{b_t}),\ \ \langle d_1, ..., d_5\rangle = \langle$ Tue, Wed, Thu, Fri, Mon $\rangle$, с 3 марта 1998. Мы используем подобный образец для других дней.

Поэтому проверяемое правило / гипотеза в этом примере

[wd(3.3.98, 3.4.98, 3.5.98, 3.6.98, 3.9.98) =

wd(3.10.98, 3.11.98, 3.12.98, 3.13.98, 3.16.98) =

$\langle$Tue, Wed, Thu, Fri, Mon$\rangle$] & $(\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b})) \Rightarrow$ цель($\mathbf{a}^5$) > цель($\mathbf{b}^5$).

Это означает, что нужно проверять все пятидневные объекты, начинающиеся во вторник. Проверяемое утверждение:

ЕСЛИ для любых пятидневных объектов **a** и **b**, начинающихся со вторника, разность SP500C $\Delta_{12}(\mathbf{a}_t)$ меньше, чем $\Delta_{12}(\mathbf{b}_t)$,

ТО целевой признак последнего дня **a** больше чем целевой признак последнего дня **b**.

Множество гипотез H2

$$[\mathrm{wd}(\mathbf{a}) = \mathrm{wd}(\mathbf{b}) = \langle d_1, ..., d_5\rangle] \ \& \ [\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 1} \& [\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 2} \Rightarrow [\text{цель}(\mathbf{a}^5) \le \text{цель}(\mathbf{b}^5)]^{\varepsilon 0};$$

Это множество гипотез имеет схожую интерпретацию. Единственное различие от гипотез H1 в том, что теперь мы рассматриваем две разности в правилах. Например, одним из проверенных утверждений было утверждение:

ЕСЛИ для любых пятидневных объектов **a** и **b** с днями недели $\langle d_1, ..., d_5\rangle$, разность SP500C $\Delta_{12}(a_t)$ меньше, чем $\Delta_{12}(b_t)$

И разность SP500C $\Delta_{23}(a_t)$ больше, чем $\Delta_{23}(b_t)$,

ТО целевой признак последнего дня **a** больше чем целевой признак последнего дня **b**.

Множество Гипотез H3

$$[\mathrm{wd}(\mathbf{a}) = \mathrm{wd}(\mathbf{b}) = \langle d_1, ..., d_5\rangle] \& [\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 1} \& [\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 2} \& [\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 3} \Rightarrow [\text{цель}(a^5) \le \text{цель}(b^5)]^{\varepsilon 0}.$$

Эти гипотезы имеют подобную интерпретацию. Единственное различие от H2 в том, что теперь мы рассматриваем три разности в правилах. Например, одно из проверенных утверждений было:

ЕСЛИ для каких-нибудь пятидневных объектов **a** и **b** с днями недели $\langle d_1, ..., d_5\rangle$, разность SP500C $\Delta_{12}(\mathbf{a}_t)$ меньше, чем $\Delta_{12}(\mathbf{b}_t)$

И разность SP500C $\Delta_{23}(\mathbf{a}_t)$ больше, чем $\Delta_{23}(\mathbf{b}_t)$

И разность SP500C $\Delta_{123}(\mathbf{a}_t)$ больше, чем $\Delta_{123}(\mathbf{b}_t)$

ТО целевой признак последнего дня **a** больше чем целевой признак последнего дня **b**.

Множество гипотез H4

$$[\mathrm{wd}(\mathbf{a}) = \mathrm{wd}(\mathbf{b}) = \langle d_1, ..., d_5\rangle] \& [\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon 1} \& \ ... \ \& [(\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b})]^{\varepsilon k} \Rightarrow [\text{цель}(\mathbf{a}^5) \le \text{цель}(\mathbf{b}^5)]^{\varepsilon 0}.$$

Эти гипотезы позволяют нам задавать гипотезы с больше чем тремя отношениями, включающими $\Delta_{ijk}(\mathbf{a}_t)$.

Пример обнаруженного правила сформулированного в финансовых терминах:

ЕСЛИ конец текущей пятидневки – понедельник, и есть некоторая другая пятидневка в истории 1984–1996 торгов, которая также заканчивалась в понедельник **И** относительная разность SP500C между вторником и четвергом для старых пяти дней не больше чем между вторником и четвергом для текущих пяти дней **И** относительная разность SP500C между вторником и понедельником для старых пяти дней больше чем между вторником и понедельником для текущих пяти дней **И** относительная разность между SP500C разностями для вторника, среды и для среды и четверга, для старых пяти дней не больше чем для аналогичных пар дней текущих пяти дней **И** ⟨мы опускаем лингвистическое описание ($\Delta_{245}(\mathbf{a}) > \Delta_{245}(\mathbf{b})$), которое является подобным предыдущему⟩ **ТО** значение целевого признака для понедельника текущих 5-ти дней должно быть не больше чем значение целевого признака для понедельника из пяти дней предыстории, то есть, мы предсказываем, что биржевая цена за пять дней вперед от текущего понедельника станет не больше чем эта же цена на пять дней вперед относительно понедельника в предыстории.	(27)

§ 50. Марковские цепи как «вероятностные законы» в финансах

Существуют некоторые методы прогнозирования ценных бумаг, могут быть написаны в терминах, подобных H1–H4. Марковские цепи, использующие условные вероятности (вероятности перехода), являются примерами таких методов. Две простых финансовых Марковских цепи представляют собой правила, проиллюстрированные на рис. 9:

ЕСЛИ цена акции увеличилась вчера,

ТО цена акции увеличится сегодня с вероятностью 0.7.

Точно так же другая Марковская цепь представима в виде правила:

ЕСЛИ цена акции увеличивается сегодня и уменьшалась вчера,

ТО цена акции увеличится завтра с вероятностью 0.6.

Далее мы покажем, как данный тип моделей может быть представлен логическими правилами в языке первого порядка и может быть обнаружен системой *Discovery*. Гипотезы H1–H4 были оценены на обучении и контроле, используя условные вероятности. Шестидневки использовались нами вместо пятидневок:

$\langle d_1, ..., d_5, d_6\rangle = \langle \text{Mon, Tue, Wed, Thu, Fri, Mon}\rangle$, $(wd(\mathbf{a}) = wd(\mathbf{b}) =$
$$\langle d_1, ..., d_5, d_6\rangle, \mathbf{a = a_t}\ , \mathbf{a^6{}_t = \ a^1{}_{t+1} = b^1{}_t}\ ,$$
т.е. **a –** это некоторые шесть дней и **b** – следующие шесть дней, исключая субботу и воскресенье перекрывая конец **a** и начало **b.** Затем первая отно-

сительная разность той же самой целевой величины (S) была вычислена:

$$\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) = (S(\mathbf{a^j_t})\text{-}S(\mathbf{a^i_t})) / S(\mathbf{a^i_t}).$$

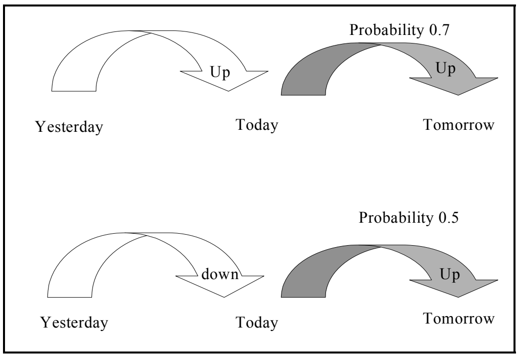


Рис. 9.

Эта переменная равна цели($\mathbf{a_t}$) пятью днями ранее. Цель($\mathbf{a_t}$) представляет собой пятидневный прогноз в отличие от $\Delta_{ij}(\mathbf{a_t})$, представляющей текущую динамику цены.

Пример. Предположим, что следующие условные вероятности вычислены на обучающем множестве TR:

0.31 для *Правила1*: $(\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) < \Delta_{ij}(\mathbf{a_{t+1}}) \Rightarrow$ (цель($\mathbf{a^6_t}$) < цель($\mathbf{a^6_{t+1}}$),

0.69 для *Правила2*: $(\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) < \Delta_{ij}(\mathbf{a_{t+1}}) \Rightarrow \neg$ (цель($\mathbf{a^6_t}$) < цель($\mathbf{a^6_{t+1}}$)),

0.65 для *Правила3*: $\neg (\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) < \Delta_{ij}(\mathbf{a_{t+1}}) \Rightarrow$ (цель($\mathbf{a^6_t}$) < цель($\mathbf{a^6_{t+1}}$)),

0.35 для *Правила4*: $\neg (\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) < \Delta_{ij}(\mathbf{a_{t+1}}) \Rightarrow \neg$ (цель($\mathbf{a^6_t}$) < цель($\mathbf{a^6_{t+1}}$)).

Символ « $\neg$ » используется для отрицания. Эти правила могут быть представлены матрицей переходных вероятностей, используемых в Марковских цепях:

		Цель	
Δ		0	1
	0	0.31	0.69
	1	0.65	0.35

Здесь, 1 обозначает «верх» для цели и дельты (Δ), т. е.,

$(\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) < \Delta_{ij}(\mathbf{a_{t+1}})$, (цель($\mathbf{a^6_t}$) < цель($\mathbf{a^6_{t+1}}$)),

соответственно. Точно так же 0 обозначает «вниз» для цели и Δ, то есть,

$(\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) > \Delta_{ij}(\mathbf{a_{t+1}})$ and (target($\mathbf{a^6_t}$) > target($\mathbf{a^6_{t+1}}$)).

Для простоты мы игнорируем случаи $\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) = \Delta_{ij}(\mathbf{a_{t+1}})$ и цель$(\mathbf{a^6_t}) =$ цель$(\mathbf{a^6_{t+1}})$. Чтобы представить это, потребуется дополнительное состояние и большая таблица с тремя строками и тремя столбцами. Таким образом, могут быть обнаружены улучшенные вероятностные правила:

ЕСЛИ $\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) = \Delta_{ij}(\mathbf{a_{t+1}})$, **ТО** (цель$(\mathbf{a^6_t})$ < цель $(\mathbf{a^6_{t+1}})$) с вероятностью 0.65.
ЕСЛИ $\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) = \Delta_{ij}(\mathbf{a_{t+1}})$, **ТО** (цель $(\mathbf{a^6_t})$ > цель $(\mathbf{a^6_{t+1}})$) с вероятностью 0.30.
ЕСЛИ $\Delta_{ij}(\mathbf{a_t}) = \Delta_{ij}(\mathbf{a_{t+1}})$, **ТО** (цель $(\mathbf{a^6_t})$ = цель $(\mathbf{a^6_{t+1}})$) с вероятностью 0.05.

Правило 2 может быть описано на обычном языке как:
ЕСЛИ дельта повышается, **ТО** цель понижается с вероятностью 0.69.

Несколько таких выражений использовалось для изучения горизонта прогноза в течение последовательных дней и недель изменением $\langle d_1, ..., d_k\rangle$, i, j – дней, где $\langle d_1, ..., d_k\rangle$ расширен от 5 дней до 12 недель.

§ 51. Процедура обучения

Множества гипотез H1–H4 протестированы системой *Discovery* на обучающем множестве TR = $\{a_1, ..., a_{tr}\}$ путем случайного выбора пар объектов **a**, **b** из TR. Результатом обучения являлось множество Law всех возможных вероятностных законов, найденных на TR. Для каждого из этих вероятностных законов была посчитана его условной вероятностью на TR.

Чтобы проверить устойчивость закона при переходе к контролю оценивалась его условная вероятность на контрольном множестве CT. Тем не менее, мы не использовали эти условные вероятности для определения предпочтения закона при прогнозе.

Примеры обнаруженных законов. Рассмотрим три примера законов с относительно высокими условными вероятностями на обучающем TR и контрольном множестве CT:

Пример 1.

$$[\mathrm{wd}(\mathbf{a}) = \mathrm{wd}(\mathbf{b}) = \langle 2, 3, 4, 5, 1\rangle)\&(\Delta_{13}(\mathbf{a}) \le \Delta_{13}(\mathbf{b})]\&$$
$$[\Delta_{15}(\mathbf{a}) > \Delta_{15}(\mathbf{b})]\ \&\ [\Delta_{234}(\mathbf{a}) \le \Delta_{234}(\mathbf{b})]\ \&\ [\Delta_{245}(\mathbf{a}) > \Delta_{245}(\mathbf{b})] \Rightarrow$$
$$\text{цель}(\mathbf{a^5}) \le \text{цель}(\mathbf{b^5}).$$

Для этого правила, частота на обучении TR была равна 0.64, а на контроле CT 0.76. Этот «закон» может быть сформулирован на финансовом языке (27). Это утверждение верно только статистически. Оно означает, что приблизительно для 70 % тех случаев, мы нашли верхнюю границу для целевого значения, которое равно целевому значению понедельника из предыстории.

Мы опускаем лингвистическое описание последующих двух примеров.

Пример 2. $\mathrm{wd}(\mathbf{a}) = \mathrm{wd}(\mathbf{b}) = \langle 2, 3, 4, 5, 1\rangle)\&(\Delta_{24}(\mathbf{a}) \le \Delta_{24}(\mathbf{b}))\&(\Delta_{145}(\mathbf{a}) \le \Delta_{145}(\mathbf{b}))\&\ (\Delta_{234}(\mathbf{a}) > \Delta_{234}(\mathbf{b}))\&(\Delta_{235}(\mathbf{a}) \le \Delta_{235}(\mathbf{b})) \Rightarrow (\text{цель}(\mathbf{a^5}) > \text{цель}(\mathbf{b^5}))$;

Это правило имеет частоту 0.63 на TR и 0.66 на CT.

Пример 3. $(\mathrm{wd}(\mathbf{a}) = \mathrm{wd}(\mathbf{b}) = \langle 2, 3, 4, 5, 1\rangle)\&(\Delta_{25}(\mathbf{a}) \le \Delta_{25}(\mathbf{b}))\&$
$(\Delta_{45}(\mathbf{a}) > \Delta_{45}(\mathbf{b}))\&(\Delta_{124}(\mathbf{a}) > \Delta_{124}(\mathbf{b})) \Rightarrow (\text{цель}(\mathbf{a}^5) > \text{цель}(\mathbf{b}^5))$;

В общей сложности было обнаружено 134 законов, позволяющие предсказывать целевое значение по индексу SP500C.

Процесс обнаружения правил заканчивается, когда нет уже правил с более высокой условной вероятностью и статистической значимостью. Это ограничение основано на объеме имеющихся данных и приемлемом уровне условной вероятности и значимости.

Среднее значение условных вероятностей закономерностей на обучении равна 0.5813, а значение условных вероятностей закономерностей на контроле CT равно 0.5759. Все условные вероятности оценивались как относительные частоты на TR, и CT соответственно как это принято в машинном обучении.

На первый взгляд, 58 % является обескураживающим. Однако, эта точность статистически значима. Можно достигнуть намного большей условной вероятности, но она будет статистически незначимой и даст очень низкие значения на контрольных данных. Это называется переобучением, что является известной проблемой для нейронных сетей, часто получающих незначимую, но высокую оценку.

В нашем случае условная вероятность достаточно устойчива при переходе от обучающих к контрольным данным. Полученная разность равна 0.0054 = 0.5813-0.5759, т. е., **0.54 %.** Однако, это различие имеет вариации. Типичное различие не больше чем ±3 % (53 закономерности, 40 %). Но есть закономерности со значительно более высокими различиями. Это указывает на то, что некоторые закономерности стали сильнее, а некоторые слабее в финансовых временных рядах за последние два года. Иногда частоты, снижаются до 50 %. Это может означать изменение состояния рынка, деловой стратегии интересующей компании, поведения акционеров или даже то, что закономерности стали известны, и люди использовали их. Таким образом, есть три типа закономерностей:

1) закономерности / правила со схожим поведением на обучении и контроле. Диапазон в различии частот ±3 % (53 закономерности, 40 %) с 0.14 % средним уменьшением частот;

2) закономерности / правила с увеличивающимся качеством на контрольных данных. Частота увеличилась в 38 закономерностях (28 %) с 5.8 % средним увеличением частот;

3) закономерности / правила с уменьшающимся качеством на контрольных данных. Частота уменьшилась в 43 закономерностях (32 %) с 6.6 % средним уменьшением частот.

Эти данные показывают, что большая часть закономерностей (40 % + 22 % = 68 %) из 134 ведет себя на контрольных данных так же или лучше,

чем большинство закономерностей на обучающих данных. Поэтому, прогноз может базироваться только на закономерностях с максимальным качеством на TR. Другие правила могут игнорироваться.

§ 52. Метод прогноза

Мы можем использовать закономерности из множества законов Law для предсказаний, только если нам известна правая часть (цель (**a5**)) или левая часть (цель (**b5**)) неравенства

$$(\text{цель}(\mathbf{a}^5) \le \text{цель}(\mathbf{b}^5))^{\varepsilon 0},$$

которая является заключением найденной закономерности. Например, если цель $(\mathbf{b}^5) = 45$ и $\varepsilon 0 = 0$ (мы предсказываем отрицание неравенства, то есть отношение >), то мы можем предсказать что цель $(\mathbf{a}^5) > 45$. Если мы берем оба объекта **a** и **b** из CT, то прогноз невозможен, потому что оба целевых значения – неизвестны. Но если взять, например, объекта **a** из TR, а объект **b** из CT то мы будем иметь нижнюю границу для неизвестной величины цель($\mathbf{b}^5$), если $\varepsilon 0 = 1$, и верхнюю границу, если $\varepsilon 0 = 0$, потому что значение цели($\mathbf{a}^5$) известно. Если взять объект **a** из CT, а объект **b** из TR, то мы будем иметь верхнюю границу, если $\varepsilon 0 = 1$ и нижнюю границу, если $\varepsilon 0 = 0$ для неизвестного значения цель**(**$\mathbf{a}^5$**)**. В **ЕСЛИ** части правила в примере 1 предыдущего паранрафа

$$(\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b}))^{\varepsilon 1} \& \ldots \& (\Delta(\mathbf{a}) \le \Delta(\mathbf{b}))^{\varepsilon k}$$

значения всех неравенств для объектов **a** и **b** определены в $TR \cup CT$, объединение TR и CT в этой части правила – выражение, которое связывает обучающиеся и контрольные объекты. Это выражение показывает подобие объектов **a** и **b**.

Целевое значение для объекта **a** из CT предсказывается путем применения всех закономерностей из множества Law к двум множествам пар объектов

$$\{\langle a, b\rangle | b \in TR\} \text{ and } \{\langle b, a\rangle | b \in TR\}.$$

Для каждого правила, первое из этих множеств дает верхние границы

$$\text{Up1}(\mathbf{a}^5) = \{\text{цель}(\mathbf{b}^5)\},$$

если $\varepsilon 0 = 1$, и нижние границы $\text{Low1}(\mathbf{a}^5) = \{\text{target}(\mathbf{b}^5)\}$, если $\varepsilon 0 = 0$ для неизвестного значения цели($\mathbf{a}^5$). Точно так же вторые из этих множеств $\{\langle \mathbf{b},\mathbf{a}\rangle | \mathbf{b} \in TR\}$ дают нижние границы

$$\text{Low2}(\mathbf{a}^5) = \{\text{target}(\mathbf{b}^5)\},$$

если $\varepsilon 0 = 1$, и верхние границы $\text{Up2}(\mathbf{a}^5) = \{\text{target}(\mathbf{b}^5)\}$, если $\varepsilon 0 = 0$ для неизвестного значения цели**(**$\mathbf{a}^5$**)**. Таким образом, мы получили множества верхних и нижних границ

$$\text{Up1}(\mathbf{a}^5), \text{Up2}(\mathbf{a}^5), \text{Low1}(\mathbf{a}^5), \text{Low2}(\mathbf{a}^5)$$

для цели($\mathbf{a}^5$) путем объединения границ для всех закономерностей.

Рассмотренные закономерности дают прогноз для последнего дня пятидневного цикла (не обязательно в пятницу) используя данные предыдущих дней, которые могли быть праздником. В этом случае прогноз не может быть вычислен. Поэтому прогноз был сделан в течение 442 дней из 506 на СТ. Это не истинное ограничение метода. Закономерности могут обнаруживаться и по недостающим дням, но это займет больше времени выполнения. Анализ найденных закономерностей показал, что закономерности без указания дня недели имеют значительно меньшую силу предсказания.

Затем порядковая статистика с определенным уровнем доверия была использована для определения интервалов предсказания – их верхних и нижних границ. Проблема состояла в том, что множества границ $Up1(\mathbf{a}^5)$, $Up2(\mathbf{a}^5)$, $Low1(\mathbf{a}^5)$, $Low2(\mathbf{a}^5)$ перекрываются и не могут прямо использоваться как прогнозные интервалы в таком виде.

Мы вычисляем p-квинтиль (p = 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90) для верхней границы цели($\mathbf{a}^5$) и (1-p)-квантиль для нижней границы цели($\mathbf{a}^5$). Для каждой величины p-квинтиля (p = 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90) есть верхняя граница $Up_p(\mathbf{a}^5)$ и нижняя граница $Low_p(\mathbf{a}^5)$ для значения цели($\mathbf{a}^5$), взятые соответственно из

$$Up1(\mathbf{a}^5)\cup Up2(\mathbf{a}^5), \quad Low1(\mathbf{a}^5)\cup Low2(\mathbf{a}^5).$$

По умолчанию $Low_p(\mathbf{a}^5) = -\infty$ для больших значений p (например, 0.80, 0.90, 0.95), если (1 - p)-квантиль меньше чем наименьшее значение нижней границы для цели($\mathbf{a}^5$). Точно так же $Up_p(\mathbf{a}^5) = +\infty$ для больших значений p (например, 0.80, 0.90, 0.95), если p-квинтиль больше чем наибольшее значение соответствующей верхней границы. Нет никакого прогноза, если нижняя граница $Low_p(\mathbf{a}^5)$ больше чем верхняя граница $Up_p(\mathbf{a}^5)$. Это иногда имело место для небольшого p (например, 0.55, 0.60, 0.65). Также прогноз не может быть вычислен, если получен p-интервал - $[-\infty, +\infty]$. Заметим, что p-интервалы

$$[Low_p(\mathbf{a}^5), Up_p(\mathbf{a}^5)]$$

для неизвестного значения цели($\mathbf{a}^5$) вложены для возрастающих значений p, т. е.

$$Low_{p1}(\mathbf{a}^5) \le Low_{p2}(\mathbf{a}^5),\ Up_{p1}(\mathbf{a}^5) \ge Up_{p2}(\mathbf{a}^5),\ \text{если } p1 > p2.$$

§ 53. Эксперимент 1

Прогнозирование для гипотез H1–H4.

Мы оценивали качество прогноза для каждого p-квинтиля на всех объектах из СТ, используя шесть параметров:

1) процент отказов;
2) процент ошибок;
3) процент правильных предсказаний;

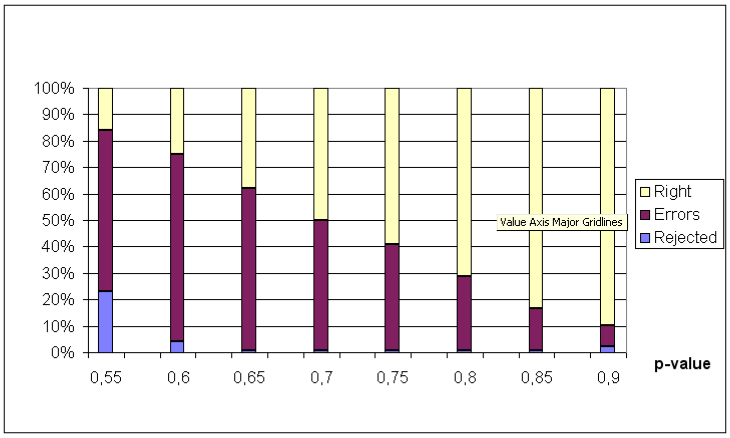


Рис. 11

4) средняя длина p-интервалов для всех прогнозов (ML);

5) средняя длина p-интервалов для всех правильных прогнозов (MLR);

6) ограниченный средний квадрат ошибки прогноза (bound forecast mean square error BF MSE), т. е. средний квадрат разности между прогнозом и ближайшей границей p-интервала для прогнозов, которые находятся вне p-интервала.

Для случаев, когда одна из границ не определена («хорошая» закономерность не была найдена для этой границы), мы брали удвоенное расстояние от цели($\mathbf{a}^5$), полученной прогнозом, и известной нижней границей 2*(цель($\mathbf{a}^5$) – Low_p($\mathbf{a}^5$)), если нижняя граница найдена. Если верхняя граница известна, то используется 2*(Up_p($\mathbf{a}^5$) - цель($\mathbf{a}^5$)).

Таблица 2 и рис. 11 показывают параметры прогноза для обучающегося

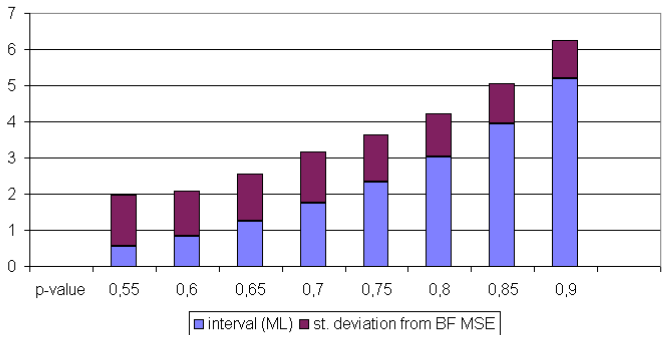


Рис. 10

множества СТ. Рис. 11 графически представляет первые четыре столбца табл. 1. Он показывает, что с ростом *p* процент правильных предсказаний растет. Рис. 10 дает обобщенную информацию о последних трех столбцах таблицы. Он показывает интервалы прогноза и их стандартное отклонение для разных *p* и найденной закономерности.

Таблица 2

Выполнение метрики для ряда закономерностей

p-value	Rejections	Errors	Right Forecast	ML	MLR	BF MSE
0.55	102 (23 %)	268 (61 %)	72 (16 %)	0.54	1.21	2.01
0.60	17 (4 %)	315 (71 %)	110 (25 %)	0.82	1.33	1.59
0.65	4 (0.9 %)	279 (61 %)	168 (38 %)	1.24	1.57	1.75
0.70	4 (0.9 %)	215 (49 %)	223 (50 %)	1.76	2.01	1.99
0.75	3 (0.7 %)	176 (40 %)	263 (59 %)	2.33	2.58	1.72
0.80	3 (0.7 %)	125 (28 %)	314 (71 %)	3.03	3.24	1.38
0.85	3 (0.7 %)	71 (16 %)	368 (83 %)	3.94	4.09	1.22
0.90	10 (2.2 %)	35 (7.9 %)	397 (90 %)	5.19	5.25	1.10

Таблица 3 содержит прогноз для первых 15 испытательных объектов. Предсказанные интервалы представлены как два последовательных числа, например, 0.38 0.73. Используется следующая система обозначений: « - » означает, что предсказанный интервал не покрывает фактическое целевое значение, « + » означает, что предсказанный интервал покрывает фактическое целевое значение. « R » – означает отказ от предсказания. Если предсказанные нижние и верхние границы не могут сформировать интервал (например, мы имеем пару 0.50, 0.49), тогда, мы отказываемся от прогноза для этого случая.

Рассмотрим первый столбец. Нет прогноза для объекта (пятидневки) № 1 при $p = 0.55$ из-за противоречивых границ [0.50, 0.49]. Здесь нижняя граница больше чем верхняя граница. Кроме того, прогноз неправилен при $p = 0.6$, $p = 0.65$, $p = 0.70$, $p = 0.75$, потому что фактическое значение 1.86 не содержится в интервалах. Прогнозы правильны при $p = 0.85$ и $p = 0.9$, т. е. находятся в интервалах [-1.36, 2.53] и [-1.80, 2.87]. Это естественный результат. Для больших значений p мы имеем более широкий интервал.

Таблица 3.

Прогноз выполнения для первых 15-ти объектов

N #	p= 0.55		p= 0.60		p= 0.65		p= 0.70		p= 0.75		p= 0.80		p= 0.85		p= 0.90		fact
1	0.50		0.38		0.09		-0.05		-0.38		-0.73		-1.36		-1.80		1.86
	0.49	R	0.73	-	0.93	-	1.24	-	1.57	-	2.08	+	2.53	+	2.87	+	
2	0.40		0.34		0.15		-0.17		-0.41		-0.77		-1.12		-1.63		1.81
	0.52	-	0.69	-	0.95	-	1.11	-	1.30	-	1.47	-	1.85	+	2.52	+	
3	0.06		-0.02		-0.25		-0.25		-0.42		-0.93		-1.24		-3.21		1.74
	0.67	-	0.84	-	0.99	-	1.20	-	1.44	-	1.54	-	1.73	-	2.75	+	
4	0.32		0.04		-0.07		-0.26		-0.43		-0.65		-1.14		-1.92		1.15
	0.22	R	0.38	-	0.97	-	1.27	+	1.77	+	2.22	+	3.06	+	4.64	+	
5	0.39-		0.25-		0.04		-0.26		-0.62		-2.11		-2.11		-3.16		-0.26
	0.22	R	0.00	R	0.32	-	0.62	+	0.74	+	1.07	+	1.50	+	2.23	+	
6	0.22		0.08		-0.05		-0.32		-0.72		-1.07		-1.69		-2.16		-0.76
	0.42	-	0.73	-	1.07	-	1.30	-	1.85	-	2.31	+	2.84	+	3.17	+	
7	0.38		0.31		0.07		-0.39		-0.63		-0.81		-1.44		-1.69		-0.89
	0.52	-	0.79	-	1.05	-	1.13	-	1.42	-	1.64	-	1.80	+	2.57	+	
8	0.17		0.03		-0.34		-0.43		-0.88		-1.04		-1.36		-1.97		-0.49
	0.26	-	0.40	-	1.20	-	1.38	-	2.63	+	2.77	+	2.77	+	2.77	+	
9	0.06		-0.26		-0.26		-0.43		-0.65		-1.13		-2.68		-3.58		0.29
	0.51	+	0.87	+	0.97	+	1.27	+	1.77	+	2.38	+	2.59	+	3.59	+	
10	0.04		-0.21		-0.36		-0.56		-1.35		-1.72		-2.29		-3.17		1.21
	0.75	-	0.77	-	2.43	+	2.43	+	2.43	+	2.43	+	3.55	+	---	+	
11	0.20		0.08		-0.06		-0.35		-0.73		-1.19		-1.69		-2.15		0.58
	0.57	-	0.82	+	1.18	+	1.37	+	1.76	+	2.23	+	2.54	+	2.94	+	
12	0.54		0.38		0.19		0.15		-0.13		-0.39		-0.65		-1.48		0.98
	0.52	R	0.79		1.01	+	1.13	+	1.41	+	1.72	+	2.07	+	2.66	+	
13	0.06		0.06		0.06		0.06		0.06		-0.25		-1.24		-1.24		0.63
	0.62	-	0.84	+	1.08	+	1.42	+	1.51	+	1.73	+	2.25	+	2.77	+	
14	0.04		-0.09		-0.43		-0.56		-0.77		-1.39		-1.85		-2.32		0.95
	1.18	+	1.18	+	1.62	+	1.77	+	1.77	+	2.15	+	2.41	+	3.76	+	
15	0.56		-2.11		-2.11		-2.11		-2.11		---		---		---		1.76
	0.58	-	0.73	-	0.92	-	1.07	-	1.30	-	1.85	+	2.17	+	2.38	+	

Нет никакого естественного способа измерить качество среднего квадрата ошибки (MSE) в этой ситуации**.** Интервальный прогноз не дает нам конкретного предсказанного значения.

Нет смысла для величины расстояния от фактического значения до предсказанного. Мы предсказываем интервал возможных целевых значений. Поэтому, оценено расстояние к самой близкой интервальной границе. Расстояния от 1.86 до самой близкой границы (2.53) для $p = 0.85$ рав-

но 0.67, и для p = 0.9 это расстояние – 1.01, т. е. приблизительно 1 %. Эти данные обобщены в таблице (таблица 4) для всех контрольных объектов (множество CT). Для p = 0.85 мы имеем 0.7 % отклонений от прогноза, 16 % ошибок и 83 %-х правильных интервальных прогнозов.

§ 54. Качество предсказания для конкретной закономерности

Закономерность из примера 1 § 51 была обнаружена на 440 объектах обучения TR. Есть также 89 пятидневных последовательностей, в контрольном множестве CT, для тестирования этой закономерности. Мы рассматривали различные p-значения и нашли те объекты из 89 объектов, которые связаны со специфическим p-значением. Например, p = 0.55 дает нам 58 объектов и 28 из них предсказаны правильно (в относительно узком интервале прогноза, таблица 4). Увеличение p позволило нам дойти до 100 % правильности прогноза, но с более широким интервалом прогноза и меньшим числом объектов (рис. 12; см. таблица 4). Это означает, что для практического прогноза должен быть выбран некоторый приемлемый уровень *p*. Рис. 12 показывает приблизительно равное число правильных и неправильных прогнозов а также отклонений для *p* = 0.55 и рост отклонений и увеличение числа правильных прогнозов с ростом *p*.

Таблица 4

Качество прогноза для закономерности из примера 1

p-Value	Right forecast	ML	MLR	BFMSE
0.55	28 from 58 (48,3 %)	2.806	0.269	2.640
0.60	36 from 62 (58.1 %)	3.111	0.925	3.347
0.65	34 from 56 (60.7 %)	3.471	1.386	2.146
0.70	30 from 46 (65.2 %)	4.081	2.119	1.989
0.75	26 from 37 (70.3 %)	5.059	3.172	0.604
0.80	24 from 29 (82.8 %)	4.962	4.013	0.114
0.85	16 from 18 (88.9 %)	6.129	5.411	0.029
0.90	8 from 8 (100 %)	6.221	6.221	0.000

Этот выбор зависит от индивидуальных целей инвестора, приемлемого уровня риска и ситуации. Поэтому она должна быть частью торговой стра-

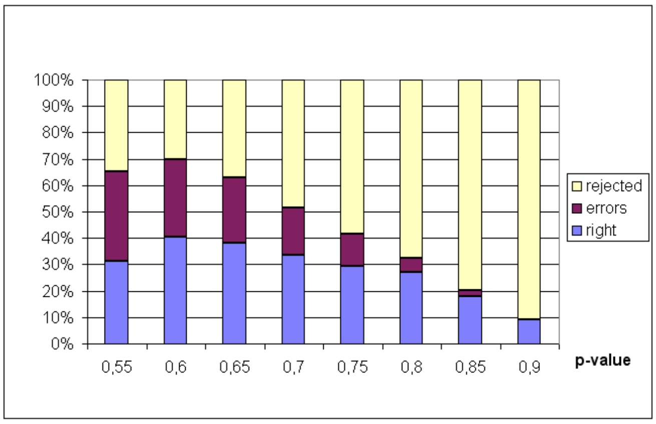


Рис. 12

тегии, которая требует специального исследования, вероятно подобного выбору портфеля с рискованными ценными бумагами. Мы оставляем систематическое исследование этой проблемы вне рамок работы. Без этого анализа мы предполагаем, что разумный уровень *p*-величины для данных (см. таблица 4) мог бы быть [0.65, 0.75].

Рассмотрим преимущество предсказания цели по конкретной закономерности типа H1–H4. Если мы эксплуатируем все 134 найденные закономерности, цель может быть предсказана фактически для всех объектов, но для некоторых из них, интервал прогноза может быть очень большим и бесполезным. При использовании конкретной закономерности из H1–H4 цель может быть предсказана только для некоторых определенных объектов, но намного точнее. Определенные объекты, отобранные для проверки условия Q закономерности (ЕСЛИ Q тогда T). Только если утверждение Q верно для этих объектов, то предсказание T будет применено. Это означает, что данная закономерность отказывается принять решение по прогнозу для объектов, где для этого недостаточно информации. Этот подход кажется более рациональным чем другие подходы, которые поставляют прогнозы, всегда используя одну «универсальную» формулу для всех объектов.

§ 55. Эксперимент 2

Этот эксперимент использует ежедневные данные SP500 в течение десяти лет для обучения 1984–1994 гг. и ежедневные данные за четыре года 1995–1998гг. для контроля. Контрольные данные были разделены на два отдельных множества 1995–1996гг. и 1997–1998гг. На этих данных тестировались структурные гипотезы рис. 13. Структурная гипотеза 1 означает:

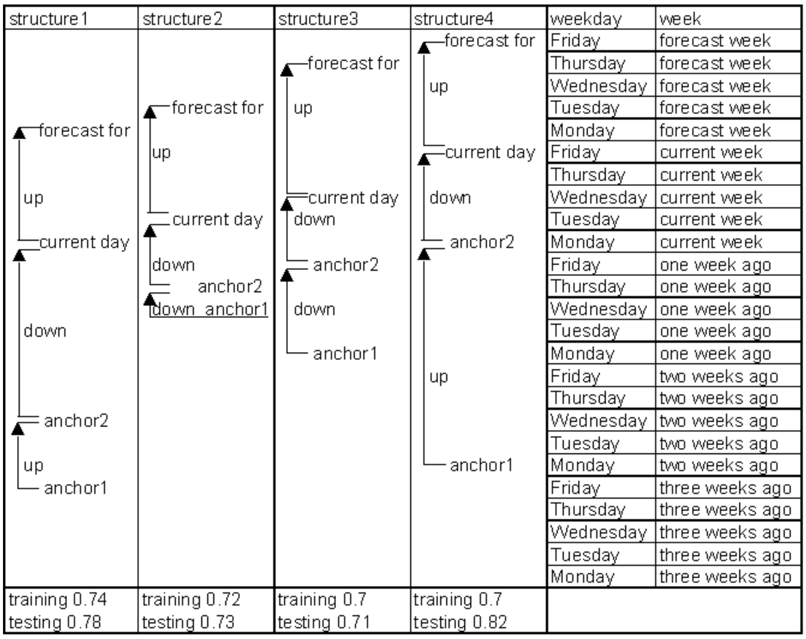


Рис. 13

ЕСЛИ индекс SP500C повысился с пятницы три недели назад к среде две недели назад

И понизился со среды две недели назад до понедельника текущей недели,

ТО индекс SP500C повысится в следующий понедельник.

Структуры 2, 3 и 4 имеют подобное описание. Структура 1 была обнаружена в обучающихся данных 1985–1994 гг. и была подтверждена на контрольных данных 1995–1996 гг. в 78 % случаев. Эти оценки представлены на рис. 13 для остальных правил. Термин анкор используется на рис. 13, для показа точек структурного отношения, которое было обнаружено.

Используя эти правила, система *Discovery* выиграла у свободных от риска инвестиций в течение контрольных периодов 1995–1996 и 1997–1998 годов. Моделируемый ежегодный выигрыш составлял 143.83 % в 1997–1998гг. и 126,69 % в 1995–1996гг. по отношению к начальным инвестициям в отличие от 103.05 % для свободных от риска инвестицияй.

§ 56. Сравнение качества системы *Discovery* с другими методами

В этом параграфе мы сравним качество системы *Discovery* с нейронными сетями, системой авторегрессии и скользящего среднего ARIMA, де-

ревьями решений и линейными адаптивными методами. Наряду с этими методами будут опробованы различные активные торговые стратегии для моделирования торговой выгоды / потери. Пассивные стратегии не предполагают регулярную торговлю. Пассивные стратегии, такие как buy-and-hold и свободные от риска инвестиции с 3 %-м ростом, рассматриваются как точки отсчета. Методы сравнивались на тех же самых данных, что использовались в экспериментах 1, 2.

Адаптивный линейный прогноз. Простой адаптивный линейный прогноз определяется следующим образом: $y_{i+1} = y_i + \varepsilon$, где y_{i+1}, является предсказанным курсом акций, $\varepsilon = y_i - y_{i-1}$ $(i > 1)$, а y_i, и y_{i-1} – курсы акций в течение последовательных дней, используемых для того, чтобы предсказать y_{i+1}. Эта стратегия означает, что прогноз $y_{i+1} = y_i + \varepsilon$ в течение следующего дня $(i + 1)$ вычислен, с использованием текущего значения акции y_i и текущего изменения цены ε как разницы между ценой предыдущего дня и текущего дня $\varepsilon = y_i - y_{i-1}$.

Эта простая стратегия привлекательна в вычислительном отношении. Она не требует никаких сложных вычислительных средств. Несмотря на простоту, эта стратегия дала приблизительно 120 % ежегодной прибыли.

В том же самом эксперименте система *Discovery* превзошла свободные от риска инвестиции в обоих периодах 1995–1996 и 1997–1998. Моделируемая ежегодная прибыль составляла 143.83 % в 1997–1998гг. и 126.69 % в 1995–1996гг. по отношению к начальным инвестициям в отличие от 3.05 % в свободных от риска инвестициях.

Сопоставимый результат. Результаты различных методов не являются унифицированными, но такая унификация является первым требованием для сравнения качества различных методов. Например, закономерности вида H1–H3 дают интервальные прогнозы. Бывают также «точечные» прогнозы, предсказывающие конкретное значение акций. Это не тривиальная задача – измерить, какое из значений ближе к фактическому значению акций. Например, точечный прогноз, предсказал значение 56.4 вместо 57.2 с разницей 0.8 между этими числами. Интервальный прогноз предсказал правильный, но широкий интервал [56.9, 58.5] с разностью 0.3 от нижнего предела и с разностью 1.3 от верхнего предела. Среднее расстояние (0.8) от фактического значения 57.2 до границ 56.9 и 58.5 дает то же значение разницы, что и у точечного прогноза. Аналогичная проблема возникает при сравнении интервального и точечного прогнозов с пороговым прогнозом. Например, пороговый прогноз может предсказать *StockPrice* $(t + 1) > 57.1$ с разницей в пределах от 0.1 до максимального возможного различия, например 10.0.

Стратегия игры. К счастью, различные прогнозы можно сравнить, используя различные стратегии игры. Прогноз, получивший больший выиг-

рыш, очевидно, имеет преимущество. Таким образом, предсказание тестируется одновременно с торговой стратегией. Однако определение качества прогноза стратегии игры имеет недостаток. Прогноз может быть неправильным или неэффективным так же как и торговая стратегия. Поэтому это сравнение не может быть заключительным сравнением методов прогноза, но дает полезный результат о практическом значении метода прогноза.

В эксперименте 1 определенная стратегия игры в период 1995–1996 использовалась для закономерности вида H4.

В эксперименте 2 прогноз дает ежедневные цены закрытия для SP500. Тогда стратегия игры дает определенный выигрыш / проигрыш за период 1995–1998 гг.

Торговые стратегии. Формула, приведенная ниже, дает сигналы торговой стратегии, основанные на линейном прогнозе y_i :

$$y_i' = \begin{cases} \text{купить в день i, если } y_{i+1} > y_i \\ \text{продать в день i, если } y_i > y_{i+1} \end{cases} \qquad (28)$$

Здесь, чтобы упростить рассмотрение, мы опустили случай с равными курсами акций $y_i = y_i + 1$. Формула (28) означает, что можно получить прибыль при покупке акции сегодня (дата i), если ее цена будет выше завтра (дата i + 1) согласно прогнозу. Точно так же продавать акции сегодня, если предсказанная цена за завтра меньше чем цена сегодня. Можно использовать альтернативную стратегию:

− продайте все ценные бумаги из отсортированного списка, предсказанная лишняя прибыль которой меньше чем 6 %, добавляя плату за транзакцию 0.5 % при каждой торговле (из-за ценового наклона);

− купите все ценные бумаги из отсортированного списка, предсказанная лишняя прибыль которой больше чем 6 %, добавляя плату за транзакцию 0.5 % при каждой торговле.

Последняя стратегия работает с числовыми «точечными» прогнозами, но не работает для подъема / падениея прогнозов без специальной предварительной обработки, которая изменяет целевую переменную. Например, в предварительной обработке, целевая переменная T(t) может быть произведена от курса акции S(t), используя формулу

$$T(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } ((S(t)\text{-}S(t\text{-}1))/S(t\text{-}1) \geq 0.06 \text{ (купить)} \\ 0, & \text{если } ((S(t)\text{-}S(t\text{-}1))/S(t\text{-}1) < 0.06 \text{ (держать)} \\ -1, & \text{если } ((S(t)\text{-}S(t\text{-}1))/S(t\text{-}1) \geq \text{-}0.06 \text{ (продать)} \end{cases}$$

Интервальный прогноз может быть ассоциирован с несколькими торговыми стратегиями, такими как

$$y_i' = \begin{cases} \text{купить в день i, если середина интервала} > y_i \text{ (подъем)} \\ \text{продать в день i, если } y_i > \text{середина интервала (падение).} \end{cases}$$

Подобные стратегии могут быть получены при использовании нижних и верхних границ интервала. Стратегии могут также отличаться по использованию прибыли:

– инвестор продает акцию и затем выкупает ее по более низкой цене;

– инвестор берет деньги полученные от продажи акций и помещает их в сберегательную кассу или вкладывает в другие инвестиции;

– инвестор хочет долго держать акций (пассивная стратегия buy-and-hold).

Качество этих стратегий зависит от цен, затрат и дивидендов.

Меры качества. Есть несколько мер качества стратегий игры [96]. *Sharpe Ratio* включает компонент изменчивости или риска как стандартное отклонение фактических прибылей. Стандартное отклонение вычислено посредством 20-дневного скользящего окна (торговый месяц) прибыли. *Sharpe Ratio* вычитает от полученной прибыли (за определенный период, например, 20 дней) ту прибыль, которая была получена из соответствующих надежных инвестиций. Надежные инвестиции получены назначением ежегодной прибыли в 3.0 %. Также учитывается стоимость транзакций в размере 0.1 % от цены [Там же].

Sharpe Ratio улавливает много важных особенностей торговых стратегий и методов прогноза, но он не так понятен для инвесторов как ежегодная выигрыш / проигрыш (G). Общий выигрыш / проигрыш (ВП) определяется как процент от начальных инвестиций

ВП = 100*(финальный капитал – начальный капитал) / (начальный капитал).

§ 57. Сравнение со стратегией buy-and-hold

В этом разделе, мы протестируем стратегию игры, основанную на обнаруженных закономерностях на контрольных данных 1995–1996 гг. Стратегия игры для цели (T) была протестирована на результатах испытания 1995–1996 гг. Цель определялась по формуле T’ = 10*(T+5) для получения более удобных больших значений. Это изменение не изменяет игру. В качестве игры была взята активная торговая стратегия, которая сравнивалась со стратегией buy-and-hold для 1995–1996 гг. (таблица 5, рис. 14). Стратегия buy-and-hold означает купить *n* акций в первый торговый день 1995 г. и продать их в последний торговый день 1996 г. Таким образом, 48 акций было куплено за 55.6$ каждая (полные инвестиции 2668.7$) 3 января 1995 г. и продано за 60.36$ 31 декабря 1996 г. с доходом в 228.44$ (8.56 % от начального капитала buy-and-hold).

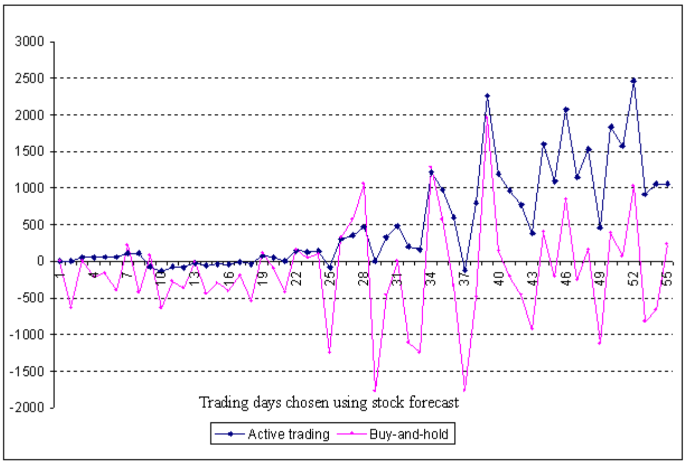


Рис. 14

Таблица 5.

Сравнительное качество методов, использующих игровые стратегии 1995–1996г.

Характеристики	Активная торговая стратегия	Buy-and-hold
Средние инвестиции за 1995–1996 гг.	994.53	2668.7
Общее число акций	48	48
Прибыли за 1995–1996 гг.	1059.87	228.44
Прибыль (% к полученному капиталу)	52.92 %	7.88 %
Прибыль (% к средним торговым инвестициям)	106.57 %	Не применимо
Прибыль (% к начальным buy-and-hold инвестициям)	Не применимо	8.56 %

Активная торговля по стратегии игры, основанной на обнаруженных закономерностях, дала прибыль 1059.87$ (для 48 акций) в отличие от 228.37$ в стратегии buy-and-hold для тех же самых 48 акций (см. таблица 5). Для упрощения анализа все налоги игнорируются. Начальные инвестиции, используемые в активной стратегии, намного меньше (169.68) с общими инвестициями более чем за два года, равные 994.53 в отличие от 2668.7 в стратегии buy-and-hold. Это означает, что активная стратегия не требует «замораживания» средств 2 668.7$ в акциях в течение двух лет.

Выйгрыш составил 52.92 % к конечному капиталу для активной стратегии по отношению к прибыли 7.88 % к конечному капиталу для стратегии buy-and-hold (см. таблица 5). Поэтому, активная стратегия выиграла у стратегии buy-and-hold. Рис. 14 показывает динамику выгоды / потери в течение 1995–1996 гг. Рис. 14 показывает, как активная стратегия выиграла у стратегии buy-and-hold. Кроме того, он показывает качество работы обеих стратегий. Торговые дни пронумерованы на этих рисунках от 1 до 55. Эти дни были выбраны в период 1995–1996 обнаруженными закономерностями для прогноза**.** Используемые правила были применимы только к этим дням 1995–1996.

§ 58. Результаты сравнения с другими методами

Таблица 6 показывает сравнение качества прогноза системы *Discovery* с другими методами. Данные для этого эксперимента описаны в § 55. Из таблицы видно, что система *Discovery* по проценту правильного прогноза превосходит другие методы.

Данные 1998 г. использованы от 01.01.98 до 10.31.98.

Таблица 6

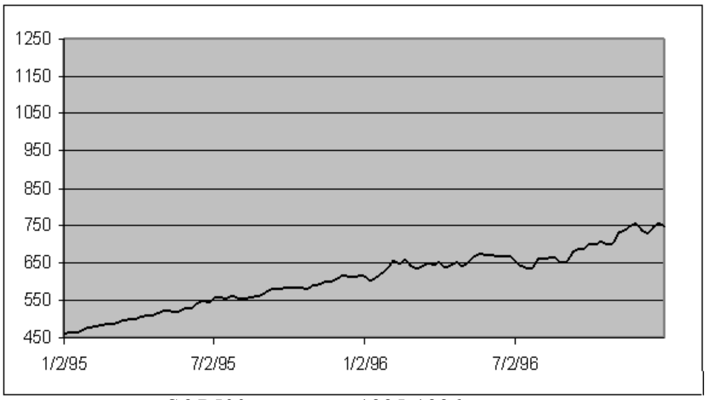
Качество прогноза полученного различными методами

Метод	**Процент правильного прогноза SP500C**		
	1995–1996	1997–1998*	1995–1998
Свободный от риска (3 %)	N/A	N/A	
Нейронная сеть	68 %	57	62.5 %
Правила, извлеченные из NN (косвенная оценка)	≤ 68 %	≤ 57 %	≤ 62.5 %
Дерево решений (Sipina)	67 %	60 %	64 %
Discovery	78 %	85 %	81.5 %
FOIL	50.50 %	45.40 %	47.95 %

Таблица 7.

Сравнение различных стратегий игры за год для SP500

Метод	**Годовая прибыль в торговой игре (% от инвестиций)**		
	1995–1996 гг.	**1997–1998 гг.**	**Среднее 1995–1998 гг.**
Adaptive Linear	21.9	18.28	20.09
Discovery	26.69	43.83	35.26
Buy-and-Hold	30.39	20.56	25.47
Risk-Free	3.05	3.05	3.05
Neural Network	18.94	16.07	17.5



S&P500 за период 1995-1996 гг.

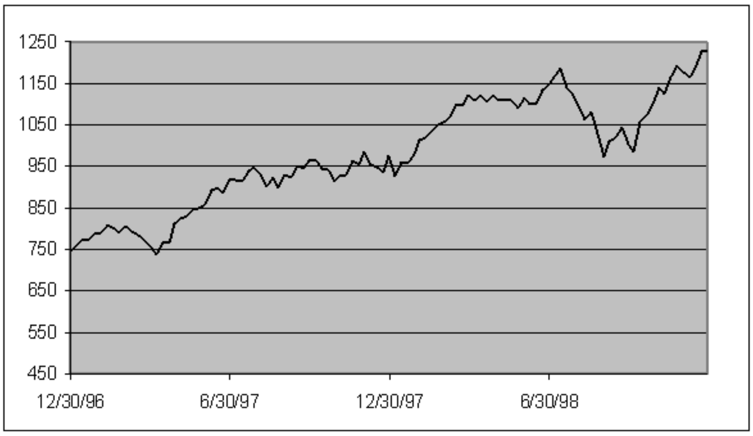
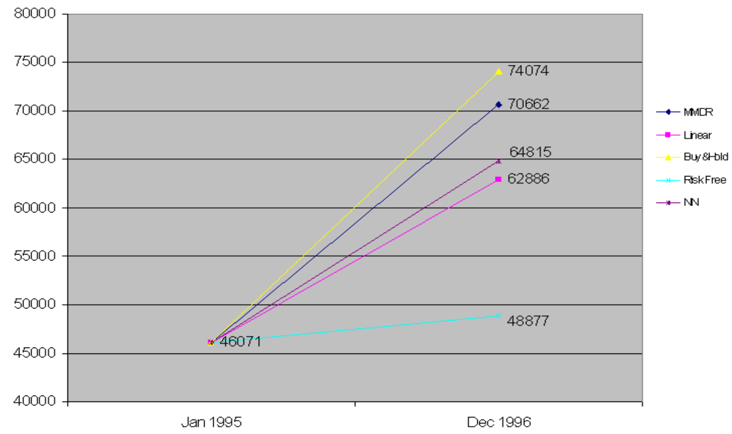


Рис. 15

Наиболее интересно сравнение системы *Discovery* со стратегией Buy-and-Hold (B&H). Стратегия B&H немного выиграла у *Discovery* в 1995–1996 гг. (30.39 % для B&H и 26.69 % для *Discovery*, таблица 7). С другой стороны, *Discovery* значительно выиграл Buy-and-Hold за 1997–1998 гг. (43.83 % для *Discovery* и 20.56 % для B&H, см. таблица 7)

Рассмотрим причины различия в прибыли за 1995–1996 гг. и 1997–1998 гг. периоды. Рис. 15 показывают динамику SP500. В течение 1995–1996 гг. SP500 имел почти линейную тенденцию роста, но для 1997–1998 гг. все обстояло иначе. Легко показать, что B&H почти оптима-



Сравнение различных стратегий игры для SP500 (1995–1996 гг.)

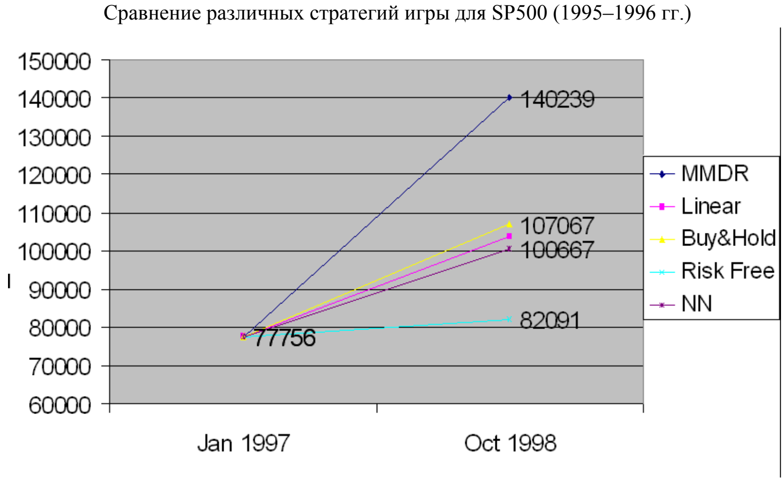


Рис. 16

лен для таких данных. Поэтому получение прибыли, близкой к той, что получена B&H, означает: *Discovery* также близка к лучшей прибыли (26.69 % прибыли *Discovery* и 30.39 % для B&H).

Для 1997–1998 гг. ситуация значительно отличается. Индекс SP500 имел намного больше изменчивости для 1997–1998 гг., чем для 1995–1996 гг.

Эти данные составляют намного более твердый тест на стратегию buy-and-hold. Очевидно, buy-and-hold не дает максимальную прибыль для таких данных. Buy-and-hold не имеет механизма, чтобы приспособиться к новой тенденции, но *Discovery* имеет эти способности. Поэтому *Discovery* по текущей информации эффективно применяет обнаруженные правила. Фактически, эти способности привели к значительной выгоде (43.83 % ежегодно).

§ 59. Выводы из финансовых приложений

Реляционный подход к извлечению данных имеет несколько важных преимуществ, полученных теоретически в предыдущих главах. Вычислительные эксперименты, представленные в этой главе показали эти преимущества на реальных финансовых данных.

Реляционный подхода к извлечению знаний и метод *Discovery* в состоянии обнаруживать закономерности в таких сильно зашумленных данных, как финансовые ряды, и прогнозировать такие сложные данные, как курсы акций и индексов.

В течение многих лет методы логики первого порядка применялась, в основном, других областях, например, экологии, медицины, фармакологии [101; 132; 142–143]. Эксперименты, представленные в этой главе показывают, что логические методы извлечения знаний в языке первого порядка в состоянии обнаружить закономерность в финансовом временном ряду. Эти финансовые задачи представляют серьезный вызов для всех методов KDD&DM.

Методы реляционного подхода к извлечению знаний имеют неограниченные возможности к объединенному использованию индикаторов, которые необходимы для реальных торговых систем. Кроме того, реляционные методы обеспечивают практически неограниченные возможности в формулировании и проверке различных гипотез, которые не могут быть сформулированы другими методами. Класс гипотез H4 уже показал преимущества перед гипотезами, проверенными в других методах. Однако этот класс гипотез представляет только самый первый шаг в изобретении финансовых гипотез.

ГЛАВА 6. ПРИЛОЖЕНИЯ РЕЛЯЦИОННОГО ПОДХОДА В МЕДИЦИНЕ.

§ 60. Диагностика рака груди. Постановка задачи

Это исследование описывает метод, который может обнаружить совместное множество логичных диагностических правил для диагностики рака груди. Эти правила могут служить в качестве ядра компьютерной диагностической системы. Цель компьютерной диагностической системы состоит в том, чтобы обеспечить второе диагностическое мнение, часто требуемое в медицинской диагностике. Совместность диагностических правил означает, что нет никаких противоречий между правилами компьютерной диагностической системы, правилами, используемыми опытным радиологом, и базой данных патологически подтвержденных случаев. Мы развили метод обнаружения совместного множества диагностических правил [117–119; 123; 125–126]. Преимущества метода показаны на примере разработанной компьютерной диагностической системы для рака груди.

Есть несколько современных подходов для извлечения знаний в медицине, некоторые из которых произошли из области искусственного интеллекта. Рассмотрим возможности применения этих методов для медицинского диагноза, учитывая особенности маммограмм. В США рак груди – наиболее часто встречаемый женский рак [162]. Наиболее эффективный

Рис. 17

метод в борьбе против рака груди – скрининг маммограмм. Однако было обнаружено, что есть значительная интра- и интернаблюдателя вариабельность маммографической интерпретации (до 25 %). Дополнительно, несколько ретроспективных исследований нашли, что ошибка варьируется в пределах от 20 до 43 %. Эти данные ясно демонстрируют потребность улучшить надежность маммографической интерпретации.

Рассмотрим проблему идентификации случаев, подозрительных на рак молочной железы, используя маммографическую информацию о сгруппированных кальцинозах. Примеры маммографических изображений со сгруппированными кальцинозами показаны на рис. 17–19. Кальцинозы замечены в большинстве маммограмм и обычно указывают на наличие доброкачественного кистозно-фиброзного изменения. Однако определенные особенности могут указать на наличие злокачественного развития. Представленные снимки демонстрируют широкий спектр проявлений, которые могут быть представлены в маммограммах, напимер, рис. 17 показывает кальцинозы, которые необычны по размеру и форме. Они являются доказанной биопсией злокачественного типа кальцинозы. Кальцинозы показывают нерегулярные контуры и изменяются по размеру и форме.

Рис. 18 представляет группу кальцинозов в пределах малой плотности

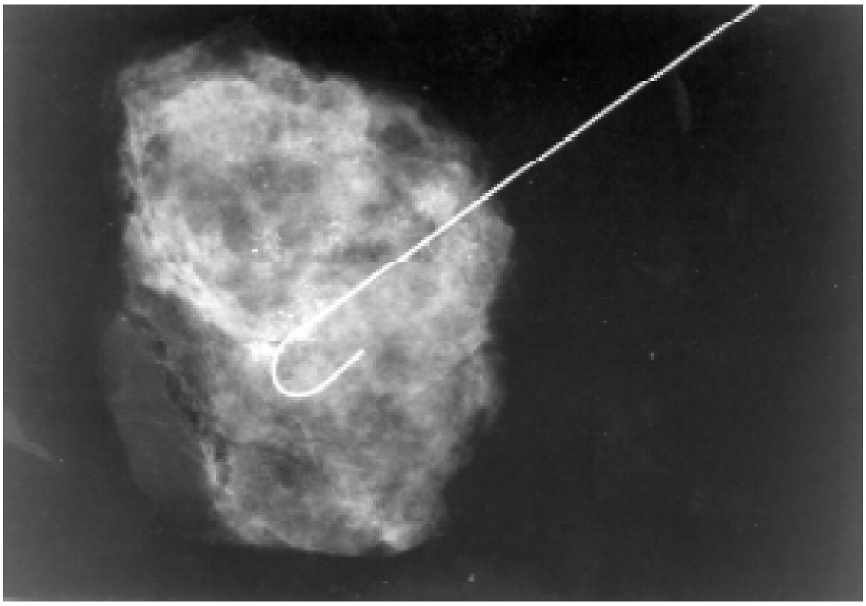


Рис. 18. Низкая плотность, плохо определенная масса и связанные

неточно указанной массы. Снова, эти кальцинозы изменяются по размеру, форме и плотности, предлагая, что их причиной является рак.

Наконец, рис. 19 пример карциномы, которая произвела высокоплотный узел с нерегулярными игольчатыми краями.

В то время как в области рака присутствуют кальцинозы, почти все они сферические по форме и похожи по плотности. Эта высокая степень закономерности предполагает доброкачественное происхождение. В биопсии, узелок оказался раковой опухолью, в то время как кальцинозы были связаны с доброкачественным кистозно-фиброзным изменением.

Существуют компьютерные диагностические исследования, которые стремятся улучшить ситуацию [97; 142–143; 152–153].

Обычно извлечение знаний в медицинской диагностике включает два основных шага:

(S1) извлечение диагностических признаков;

(S2) извлечение диагностических правил, основанных на этих признаках.

Типичное извлечение знаний в диагнозе рака груди включает:

(C1) несколько сотен единиц данных,

(C2) приблизительно дюжину диагностических признаков, данных ли-

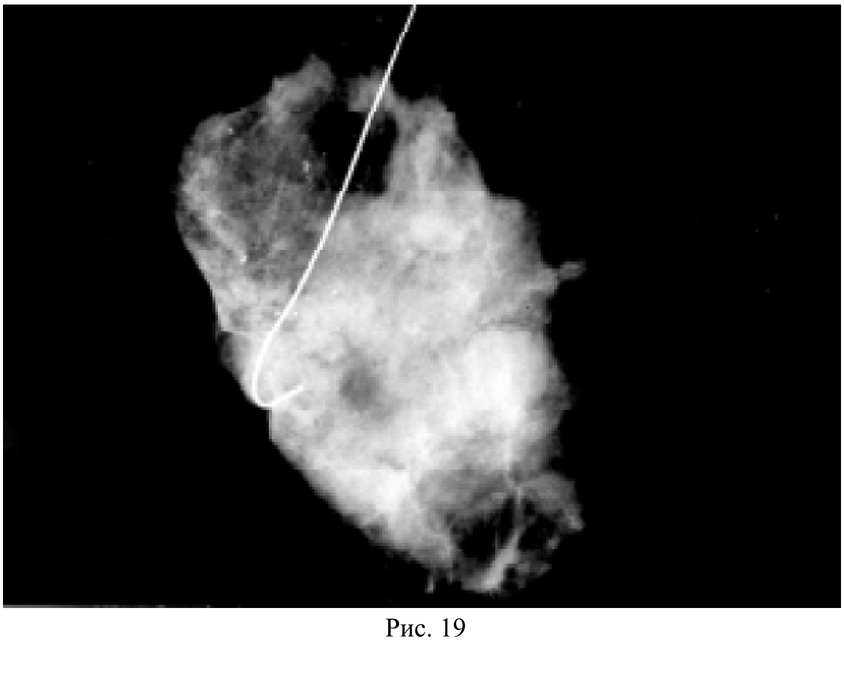


Рис. 19

бо извлеченных из изображений,

(C3) процесс извлечение знаний.

Нейронные сети, методы ближайшего соседа, дискриминантный анализ, кластерный анализ, линейное программирование и генетические алгоритмы – это наиболее известные методы извлечения знаний. Анализ данных в других областях имеет тенденцию использовать большие базы данных и обнаруживать большие наборы правил, используя эти методы. В то же самое время архивы маммографии в больницах во всем мире содержат миллионы результатов биопсии и маммограмм. В настоящее время Американский Колледж Рентгенологии (ACR) поддерживает национальную базу данных маммографии, проект (http://www.eskimo.com/~ briteoo/nmd) с объединенным набором признаков [92]. Несколько университетов и больниц создали базы данных изображений маммографии, которые являются доступными в Интернете. Такие усилия обеспечивают возможность масштабного анализа данных и извлечения знаний в диагностике рака груди. Анализ данных в бизнес приложениях применениях показал, что большая база данных может быть источником полезных правил, но полезные правила могут сопровождаться большим набором несоответствующих или неправильных правил. Много времени необходимоэксперту для отбора только нетривиальных правил. Мы предлагаем метод извлечения правил совместимых с экспертным мнением.

Традиционные экспертные системы опираются на диагностические правила, извлеченные из эксперта. Системы, основанные на методах *Machine Learning*, опираются на имеющиеся базы данных для того, чтобы обнаружить диагностические правила. Эти два множества правил могут противоречить друг другу. Радиолог, возможно, не доверяет правилам, поскольку они могут противоречить его / ее правилам и опыту. Также радиолог может иметь сомнительные или неправильные правила, в то время как базы данных и снимков могут иметь сомнительные или неправильные отчеты. Это делает проект автоматизированной диагностической системы чрезвычайно сложным.

В нем можно выделить две задачи:

(T1) идентифицировать противоречия между диагностическими правилами и

(T2) устранить противоречия.

Если первая задача решена, ко второй можно приблизиться при помощи чистки записей в базе данных, добавлением признаков, использованием более сложных методов извлечения правил и проверкой компетентности медицинского эксперта.

В работе мы концентрируемся на извлечении правил из эксперта и из данных, а затем из идентификации противоречий. Если извлечение правил

выполнено не имея в виду эту цель, то трудно найти противоречия. Кроме того, правила, извлеченные из данных и из эксперта, могут быть неполными, поскольку охватывают только маленькую часть возможных комбинаций признаков. Это может сделать невозможным подтвердить совместимость правил с базой данных. Дополнительные новые случаи или признаки могут сделать эти противоречия видимыми. Поэтому главная проблема здесь – обнаружить достаточные, полные и сопоставимые наборы правил, извлеченных из данных и экспертных правил. Полнота является критической для сравнения. Например, предположим, что эксперт и правила, выводимые из данных, охватывают только 3 % возможных комбинаций признаков и предполагают, что нет никаких противоречий между этими правилами, тем не менее остается огромное место для противоречий на остающихся 97 % случаев.

Мы разработали методы обнаружения полных наборов экспертных и выводимых из данных правил. Эта цель приводит нас к экспоненциальной и сложной проблеме извлечения диагностических правил. Лобовой метод может потребовать задания тысяч вопросов эксперту. Это известная проблема при разработке экспертных систем. Например, для 11 бинарных диагностических признаков сгруппированных кальцинозов есть ($2^{11} = 2\,048$) комбинаций признаков, каждый из которых представляет новый случай. Лобовой метод потребовал бы опроса радиолога для каждой из этих 2 048 комбинаций.

Дополнительная проблема состоит в том, что в попытке проанализировать сложную систему, для экспертов может быть трудно или даже невозможно ясно и уверенно сформулировать большое количество взаимодействий между признаками. Обычно порядка 60–70 % времени при разработке системы, основанной на правилах, тратиться на извлечение знаний. Таким образом, инженерия знаний при извлечении сотен правил становится узким местом в этом процессе. Возможно самая важная причина для рассмотрения подхода, основанного на экспертных системах, состоит в том, что системы, основанные на правилах, стремятся вести себя как эксперт. Это показывает «чувство» эксперта по объяснению и оправданию заключения. Эксперт обдумывает альтернативные сценарии и, говорит: «Я думаю, что при обстоятельствах, X, наиболее вероятное заключение – Y, но если есть дополнительный факт, скажем F, то более вероятное заключение могло бы быть P». Если проблема «разложима», взаимодействия между переменными ограничено и эксперт может ясно сформулировать процесс принятия решений надежно, то подход, основанный на правилах, подходит для создания диагностической системы и она может хорошо себя показать.

Мы разработали эффективный механизм для декомпозиции знаний на основе свойства монотонности для решения этой проблемы.

Создание совместной базы знаний, основанной на правилах, включает следующие шаги:

1) обнаружение правил в данных, не обнаруженных в процессе опроса эксперта;

2) анализ данных правил экспертом медиком на основании доступных доказанных случаев. Список этих случаев от базы данных может быть представлен эксперту.

Эксперт может проверить:

2.1. Обнаружено ли новое правило из-за вводящих в заблуждение случаев. Правило может быть отклонено и обучающие данные должны быть расширены.

2.2. Подтверждает ли правило существующее экспертное знание? Возможно, правило недостаточно прозрачно для эксперта. Эксперт может найти, что правило совместимо с его / ее предыдущим опытом, но он / она хотел ли бы, чтобы оно было более очевидно. Правило может увеличить надежность его / ее практики.

2.3. Идентифицирует ли правило новые отношения, которые не были до этого известны эксперту? Эксперт может найти правило обещающим;

3) обнаружены правила, которые противоречат к его / ее знанию или пониманию. Правила выражают взаимосвязи признаков, представленных в обучающем материале. Это означает, что есть две возможности:

3.1. правило было обнаружено путем использования вводящих в заблуждение случаев. Правило должно быть отклонено и обучающиеся данные должны быть расширены.

3.2. Эксперт может признать, что его / ее знания не имеют под реального основания. Система улучшает опыт эксперта.

§ 61. Метод извлечения диагностических правил из эксперта.

Иерархический подход. Опрос радиолога с целью извлечения правил из эксперта основано на оригинальном методе восстановления Булевых функций с использованием свойства монотонности [124]. Можно попросить, чтобы радиолог оценил конкретный случай, когда множество признаков представлено набором значений. Типичный вопрос будет иметь следующий формат:

«Если признак 1 имеет значение V_1, признак 2, имеет значение V_2 ..., признак n имеет значение V_n, то нужно ли рекомендовать биопсию или нет? Соответствует ли упомянутый набор значений признаков случаю подозрительному к раку или нет? »

Каждый набор признаков (V_1, V_2, ..., V_n) представляет возможный клинический случай. Практически невозможно попросить радиолога произве-

сти диагноз для тысяч возможных случаев. Иерархический подход, основанный на свойстве монотонности, делает проблему приемлемой.

Мы строим иерархию медицински интерпретирумых признаков, начиная с обобщенного уровня до все менее обобщего уровня. Эта иерархия начинается с определения 11 медицинских бинарных признаков. Медик-эксперт определил, что первичные 11 бинарных признаков w_1, w_2, w_3, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, x_3, x_4, x_5 могут быть организованы в иерархию с добавлением двух новых обобщенных признаков x_1 и x_2:

Уровень 1 (5 признаков)		Уровень 2 (все 11 признаков)
x_1	–	w_1, w_2, w_3
x_2	–	y_1, y_2, y_3, y_4, y_5
x_3	–	x_3
x_4	–	x_4
x_5	–	x_5,

Мы рассматриваем пять бинарных признаков x_1, x_2, x_3, x_4, и x_5, на уровне 1.

Новый обобщенный признак:

x_1 – «Количество и объем кальцинозов» со стадиями (0 – «доброкачественный» и 1 – «рак») был введен на основании признаков:

w_1 – количество кальцинозов / см^3,

w_2 – объем кальциноза, см^3 и

w_3 – общее количество кальцинозов.

Мы рассматриваем признак x_1 как функцию $\nu(w_1, w_2, w_3)$, которую надо определить.

Аналогично, новый признак:

x_2 – «Форма и плотность кальциноза» со значениями: (1) как «отмеченного» и (0) как «минимального» или эквивалентно (1) – «рак» и (0) – «доброкачественная» является обобщением признаков:

y_1 – «Нерегулярность в форме индивидуальных кальцинозов»,

y_2 – «Изменение в форме кальцинозов»,

y_3 – «Изменение в размере кальцинозов»,

y_4 – «Изменение в плотности кальцинозов»,

y_5 – «Плотность кальцинозов».

Мы рассматриваем x_2 как функцию $x_2 = \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$, которая должна быть идентифицирована для диагностики рака.

В результате мы получили декомпозицию задачи $f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, представленую на рис. 20.

Подобная же структура была получена для диагноза $f_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, связанного с биопсией. У эксперта требовали рассмотреть обе структуры и ответить на вопросы: может ли функция ν считаться одинаковой для обеих проблем; может ли функция ψ считаться одинаковой для обеих проблем.

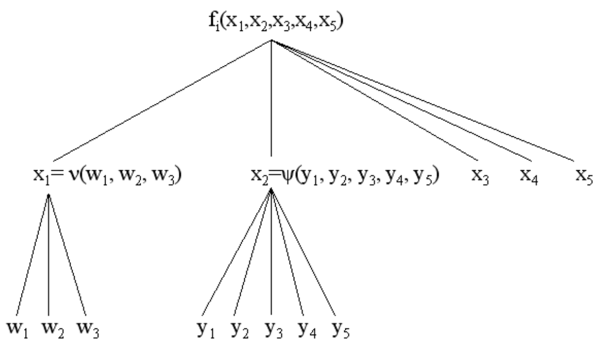


Рис. 20

Эксперт идентифицировал, что функции ν и ψ должны быть общими для обеих проблем:

(P1) рекомендовать биопсию;

(P2) диагноз рака.

Поэтому следующее отношение верно относительно f_i (для $i = 1, 2$) и для обеих функций ν, и ψ:

$f_i(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = f_i(\nu(w_1, w_2, w_3), \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5), x_3, x_4, x_5)$, $i = 1, 2$.

Дальнейшие уровни иерархии могут быть развиты для лучшего описания проблемы. Например, y_1 («нерегулярность в форме индивидуальных кальцинозов») может быть найдена в трех сортах: «мягкий» (или t_1), «умеренный» (или t_2) и «отмеченный» (или t_3).

Заметим, что возможно изменить (т. е., обобщить) операции, используемые в функции $\psi(y_1, y_2, ..., y_5)$. Например, мы можем представить функцию ψ в виде $\psi(y_1, y_2, ..., y_5) = y_1 \& y_2 \vee y_3 \& y_4 \& y_5$, где & и $\vee$ – бинарные, логичные операции для «И» и «ИЛИ» соответственно. Тогда, & и $\vee$ могут быть заменены одним из аналогов многозначной логики, например, $x \& y = \min(x, y)$ и $x \vee y = \max(x, y)$ как в нечеткой логике (см., например в работе [122]).

Будем предполагать, что:

x_1 – [количество и объем, занятый кальцинозами], с бинарным определением (0 – «доброкачественный», 1 – «рак»);

x_2 – [форма и плотность кальцинозов], со значениями 0 – «доброкачественная», 1 – «рак»;

x_3 – [ориентация протоков], со значениями 0 – «доброкачественная», 1 – «рак»;

x_4 – [сравнение с предыдущей экспертизой], со значениями 0 – «доброкачественная», 1 – «рак»;

x_5 – [ассоциированные результаты исследования],со значениями 0– «доброкачественная», 1 – «рак».

§ 62. Свойство монотонности

Чтобы понимать, как монотонность может быть использована в проблеме рака груди рассмотрим оценку кальцинозов в маммограмме. Используя данные выше определения, мы можем представить клинические случаи в терминах бинарных векторов с пятью обобщенными признаками: (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5). Затем рассмотрим два клинических случая, которые представлены двумя двоичными последовательностями: (10110) и (10100). Если радиолог правильно диагностировал набор (10100) как злокачественный, то, используя свойство монотонности, мы можем также заключить, что клинический случай (10110) должен также быть злокачественным.

Это заключение основано на систематическом кодировании всех признаков «подозрительных на рак» как 1. Заметим, что в (10100) мы имели два показания для рака:

$x_3 = 1$ (протоковая ориентация, имеющая значение 1; подозрительна на рак) и

$x_1 = 1$ (количество и объем кальцинозов со значением 1; указание на рак).

Во втором клиническом случае мы имеем эти два наблюдения для рака и также $x_4 = 1$ (сравнение с предыдущими экспертизами, подозрительными на рак). Аналогично, если мы знаем, что (01010) не подозрительно на рак, то и случай (00000) нельзя также считать подозрительным. Это верно, потому что во втором случае мы имеем меньше признаков, указывающих на наличие рака. Вышеупомянутые соображения – существо того, на чем основаны наши алгоритмы. Они могут скомбинировать логический анализ данных с монотонностью получить необходимое обобщение. Таким образом, можно избежать недостатком метода полного перебора.

Предполагается, что, если радиолог полагает, что случай является злокачественным, тогда он / она рекомендует биопсию. Более формально, эти две подпроблемы определены следующим образом.

Клиническая подпроблема лечения (P1) – один и только один из следующих двух результатов возможен:

1) «биопсия необходима»;

2) «биопсия не нужна».

Подпроблема диагноза (P2).

Так же как и выше, один и только один из двух следующих непересекающихся результатов возможен:

1) «подозрительный для злокачественного развития»;

2) «не подозрительный для злокачественного развития».

Наша цель состоит в том, чтобы извлечь способ которым должна оперировать система в случае двух дискриминантных Булевых функций f_2 и f_1:

– функция f_1 возвращает значение «истинна» (1), если решением является «биопсия необходима», и ложь (0) в противном случае;

– функция f2 возвращает значение «истинна» (1), если решением является «подозрительно на злокачественное развитие», и ложь (0) в противном случае.

Функция f_1 связана с первой подпроблемой, в то время как вторая функция f_2 связана со второй подпроблемой. Есть важное отношение между этими двумя подпроблемами P1 P2 и соответствующими им функциями $f_1(\alpha)$, $f_2(\alpha)$. Проблемы вложены, т. е. если случай является подозрительным на рак ($f_2(\alpha) = 1$), то биопсию нужно рекомендовать ($f_1(\alpha) = 1$), поэтому $f_2(\alpha) = 1 \Rightarrow f_1(\alpha) = 1$. Также, если биопсия не рекомендуется ($f_1(\alpha) = 0$), то случай не является подозрительным на рак ($f_2(\alpha) = 0$), поэтому $f_1(\alpha) = 0 \Rightarrow f_2(\alpha) = 0$. Последние два утверждения эквивалентны $f_2(\alpha) \geq f_1(\alpha)$ и $f_1(\alpha) \leq f_2(\alpha)$ для случая α. Пусть $E^+_{n,1}$ – множество последовательностей α из E_n такие, что $f_1(\alpha) = 1$ (положительные случаи биопсии). Точно так же $E^+_{n,2}$ – множество последовательностей α из E_n таких, что $f_2(\alpha) = 1$ (положительные случаи рака). Заметим, что связанное свойство формально означает, что $E^+_{n2} \subseteq E^+_{n1}$ (для всех случаев, подозрительных на рак, биопсию нужно рекомендовать) и $f_2(\alpha) \geq f_1(\alpha)$ для всех $\alpha \in E_n$.

Предыдущие две взаимосвязанные подпроблемы P1 и P2 могут быть сформулированы как проблема восстановления двух связанных монотонных Булевых функций f_1 и f_2.

Медику-эксперту представили идеи относительно монотонности и связанных функций как было определено выше, и ему понравилась идея использовать вложенные Булевы функции монотонности. Кроме того, диалог, который следовал, подтверждал законность этого предположения. Точно так же функция $x_2 = \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$ для x_2 («Форма и плотность кальциноза») была подтверждена как монотонная Булева функция.

Булева функция – компактное представление набора диагностических правил. Булева дискриминантная функция может быть представлена в форме множества ЕСЛИ–ТО-правил, но необязательно, чтобы эти правила означали дерево как в методе решающих деревьев. Булева функция может дать диагностическую дискриминантную функцию, которая не может быть получена методом решающих деревьев.

Например, подпроблема биопсии формулируется как

$$f_1(x) = x_2x_4 \vee x_1x_2 \vee x_1x_4 \vee x_3 \vee x_5 .$$

Эта формула читается следующим образом:
ЕСЛИ (x_2 И x_4) ИЛИ (x_1 И x_2) ИЛИ (x_1 И x_4) ИЛИ (x_3) ИЛИ (x_5)
ТО биопсия рекомендуется.

В медицинские термины это переводится так
ЕСЛИ (форма и плотность кальцинозов предполагает рак
И сравнение с предыдущей экспертизой предполагат рак)
ИЛИ (количество, и объем, занятый кальцинозами предполагает рак
И форму, и плотность кальцинозов предполагают рак)
ИЛИ (количество, и объем, занятый кальцинозами предлагает рак,
И сравнение с предыдущей экспертизой предлагает рак)
ИЛИ (протоковая ориентация предлагает рак)
ИЛИ (связанные результаты исследования предлагают рак),
ТО Биопсия рекомендуется.

Таким образом, основными шагами извлечения правил из медика-эксперта являются следующие:

– разработать иерархию понятий и представить их как ряд монотонных Булевых функций;

– восстановить каждую из этих функций с минимальной последовательностью вопросов эксперту;

– объединить обнаруженные функции в полную диагностическую функцию;

– представить полную функцию как традиционный набор простых диагностических правил вида: *Если A и B и … F ТО Z.*

Опишем шаг (2) – восстановления каждой монотонной Булевой функ-

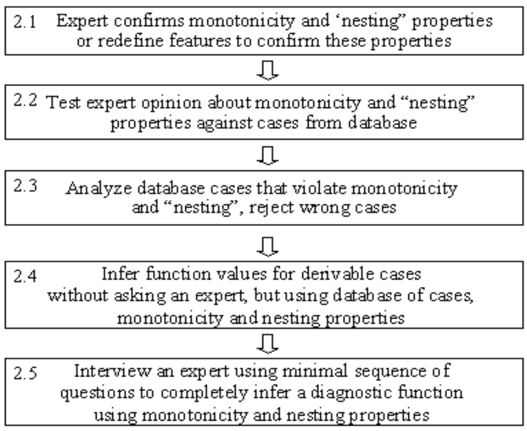


Рис. 21

ции с минимальной последовательностью вопросов для эксперта (рис. 21). Последний блок 2.5 предусматривает интервьюирование эксперта с минимальной динамической последовательностью вопросов. Эта последовательность основана на фундаментальной лемме Hansel [122 ;109]. Мы опускаем детальное описание определенных математических шагов. Они могут быть найдены в [Там же]. Общая идея дается на примере интерактивной процедуры в табл. 8. Минимальная последовательность вопросов означает, что мы достигаем минимума Шенноновской функции, т. е. минимальное количество вопросов обязано восстанавливать самую сложную Булевую функцию монотонности с n аргументами. Эта последовательность не написана заранее. Это зависит от предыдущих ответов эксперта, поэтому каждый последующий вопрос определен динамически. Табл. 8 иллюстрирует это. Столбцы 2, 3 и 4 представляют собой значения определенных выше функций f_1, f_2 и ψ. Мы опускаем восстановление функции $\nu(w_1, w_2, w_3)$, потому что нужно немного вопросов для восстановления этой функции, но общая схема – та же самая, что и для функций f_1, f_2 и ψ и начинается с рассмотрения всех бинарных наборов троек (010), (110).

В таблице первый вопрос: «Представляет ли последовательность (01100) случай, требующий биопсии?» Здесь, $x_1 = 0$ и $(01100) = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$. Если ответ «да» (1), то следующий вопрос будет о биопсии для случая (01010). Если ответ «нет» (0), то следующий вопрос будет о биопсии для (11100). Эта последовательность вопросов не случайна. Как было упомянуто выше, это выведено из леммы Hansel [Там же]. Все 32 возможных случая с пятью бинарными признаками $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ представлены в столбце 1 табл. 8. Они сгруппированы, и группы называют цепями Hansel [Там же]. Последовательность цепей начинается с самой короткой цепи *1 – (01100) и (11100). Эта цепь состоит из двух назначенных случаев, (01100) < (11100) для пяти двойных наборов признаков. Тогда наибольшая цепь *10 состоит из 6 назначенных случаев: (00000) < (00001) < (00011) < (00111) < (01111) < (11111). Аналогично случаи упорядочены как векторы в каждой цепи.

Чтобы строить цепи, представленные в табл. 8 (с пятью измерениями, например x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 или y_1, y_2, y_3, y_4, y_5), используется последовательный процесс. Сначала произведены все 1-мерные цепи (в E_1), затем они используются, чтобы произвести цепи более высоких измерений до измерения пять. Каждый шаг порождения цепи состоит в использовании текущей i–размерной цепи и построения (i + 1)-размерной цепи. Поколение цепей для следующего измерения (i + 1) появляется в результате следующего процесса.

- Мы клонируем i–пространственную цепь, например, имея 1-мерную цепь (0) < (1) мы производим ее копию: (0) < (01).

• После этого мы наращиваем эти цепи, добавляющие второе измерение.

Таблица 8.

Динамическая последовательность интервью с экспертом

Дело	**f_1 био-псия**	**f_2 Рак**	**ψ Форма и плотность кальцинозов**	**Монотонное удлинение**		**Цепь**	**Дело**
				1→ 1	0→ 0		
1	2	3	4	5	6	7	8
(01100)	1*	1*	1*	1.2;6.3;7.3	7.1;8.1	Цепь 1	1.1
(11100)	1	1	1	6.4;7.4	5.1;3.1		1.2
(01010)	1*	0*	1*	2.2;6.3;8.3	6.1;8.1	Цепь 2	2.1
(11010)	1	1*	1	6.4;8.4	3.1;6.1		2.2
(11000)	1*	1*	1*	3.2	8.1;9.1	Цепь 3	3.1
(11001)	1	1	1	7.4;8.4	8.2;9.2		3.2
(10010)	1*	0*	1*	4.2;9.3	6.1;9.1	Цепь 4	4.1
(10110)	1	1*	1	6.4;9.4	6.2;5.1		4.2
(10100)	1*	1*	1*	5.2	7.1;9.1	Цепь 5	5.1
(10101)	1	1	1	7.4;9.4	7.2;9.2		5.2
(00010)	0*	0	0*	6.2;10.3	10.1	Цепь 6	6.1
(00110)	1*	1*	0*	6.3;10.4	7.1		6.2
(01110)	1	1	1	6.4;10.5			6.3
(11110)	1	1	1	10.6			6.4
(00100)	1*	1*	0*	7.2;10.4	10.1	Цепь 7	7.1
(00101)	1	1	0*	7.3;10.4	10.2		7.2
(01101)	1	1	1*	7.4;10.5	8.2;10.2		7.3
(11101)	1	1	1	5.6			7.4
(01000)	0*	0	1*	8.2	10.1	Цепь 8	8.1
(01001)	1*	1*	1	8.3	10.2		8.2
(01011)	1	1	1	8.4	10.3		8.3
(11011)	1	1	1	10.6	9.3		8.4
(10000)	0*	0	1*	9.2	10.1	Цепь 9	9.1
(10001)	1*	1*	1	9.3	10.2		9.2
(10011)	1	1	1	9.4	10.3		9.3
(10111)	1	1	1	10.6	10.4		9.4
(00000)	0	0	0	10.2		Цепь 10	10.1
(00001)	1*	0*	0	10.3			10.2
(00011)	1	1*	0	10.4			10.3
(00111)	1	1	1	10.5			10.4
(01111)	1	1	1	10.6			10.5
(11111)	1	1	1				10.6
Вопросов	13	13	12				

- Цепь 1 : (00) < (01).
- Цепь 2 : (10) < (11).

Здесь 0 добавлен слева от обоих случаев в цепи 1, и 1 добавлена к обоим случаям в цепи 2.

- Затем мы отделяем главный случай (11) от цепи 2 и добавляем его в качестве головы к цепи 1, создавая две 2-мерные цепи:

  Новая цепь 1 – (00) < (01) < (11) и

  Новая цепь 2 – (10).

Этот процесс продолжается и останавливается в пятом измерении для $\langle x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\rangle$ и $\langle y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\rangle$. Табл. 8 представляет результат этого процесса. Цепи пронумерованы от 1 до 10, каждый случай имеет свой номер в цепи. Например, 1.2 означает второй случай в первой цепи. Знак « * » в столбцах 2, 3 и 4 маркируют ответы, полученные от эксперта. Например, 1* для случая (01100) в столбце 3 означает, что эксперт ответил «да». Остающиеся ответы для той же самой цепи в столбце 3 автоматически получены, используя монотонность. Признак $f_1(01100) = 1$ для случая 1.1 расширен для случаев 1.2, 6.3. и 7.3 таким путем. Аналогично вычисляются значения третьей монотонной Булевой функции ψ, используя таблицу 8. (Признаки в последовательности (10010) интерпретируются как y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 вместо x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 которые использовались для f_1 и f_2. Цепи Hansel те же самые, так как количество признаков то же самое).

В столбцах 5 и 6 выписаны случаи, расширяющие значения функций, без опроса эксперта. Столбец 5 предназначен для расширения значений функци с 1 до 1, столбец 6 для расширения значений с 0 до 0. Если эксперт дал противоположный ответ ($f_1(01100) = 0$) по сравнению с представленным в табл. 8 для функции f_1 и случая 1.1 (01100), то значения 0 могут быть расширены в столбце 2 для случаев 7.1 (00100) и 8.1 (01000). Эти случаи перечислены в столбце 6 для случая (01100). Тогда нет необходимости спрашивать эксперта о случаях 7.1 (00100) и 8.1 (01000). Монотонность обеспечивает ответ. Отрицательный ответ f_1 (01100) = 0 не может быть расширен для f_1 (11100). Эксперта надо спросить относительно f_1 (11100). Если его / ее ответ отрицательный $f_1(11100) = 0$, то эти значения могут быть расширены для случаев 5.1. и 3.1, перечисленных в столбце 6 для случая 1.2. Полагаясь на монотонность, значение f_1 для них также будет 0.

Общее количество случаев со знаком « * » в столбце 1 равно 13, для столбцов 3 и 4 они равны соответственно 13 и 12. Эти количества показывают, что 13 вопросов необходимы для восстановления каждой из функций f_1 и f_2 как функций от x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и 12 вопросов необходимы для восстановления функции от y_1, y_2, y_3, y_4, y_5. Это только 37.5 % из 32 воз-

можных вопросов и 60 % от возможного максимума гарантируемого леммой Hansel.

Полное восстановление любой из функций f_1 и f_2 с 11 аргументами без оптимизации процесса интервью потребовало бы до $2^{11} = 2048$ вопросов к медику-эксперту. Заметим, что фактически все исследования по созданию автоматизированных диагностических систем по раку молочной железы получают диагностические правила, использующие значительно меньше чем 1000 случаев. Однако согласно лемме Hansel и согласно предположению о монотонности оптимальный (т. е. минимальный) диалог для восстановления монотонной Булевой функции потребовал бы максимум следующего количества вопросов:

$$\binom{11}{5}+\binom{11}{6} = 2 \, x \, 462 = 924 \, ,$$

Это новое значение является в 2.36 раза меньше, чем предыдущий верхний предел в 2048 вопросов. Однако даже этот верхний предел 924 может быть уменьшен. Иерархия уменьшает максимальное количество вопросов для восстановления монотонных Булевых функций с 11 бинарными переменными к 72 вопросам (недетерминированный опрос) и к 46 используя лемму Hansel. Фактическое количество вопросов, которые были заданы, около 40, включая и связанные функции (рак и биопсию) т. е. приблизительно 20 вопросов в функцию.

§ 63. Обнаружение диагностических правил на данных

Следующая задача состояла в обнаружении правил на данных. Это исследование было выполнео с использованием расширенного набора признаков. Ряд признаков, перечисленных в § 61, был расширен двумя признаками: *тип Le Gal* и *плотность паренхимы* со следующими диагностическими классами: «злокачественный», «доброкачественный», «высокий риск злокачественного развития». Мы извлекали несколько дюжин диагностических правил, которые были статистически значительны при уровнях F-критерия 0.01, 0.05 и 0.1.

Правила были извлечены с использованием 156 случаев (73 злокачественный, 77 доброкачественный, 2 очень подозрительны и 4 со смешанным диагнозом). В скользящем контроле наши правила диагностировали 134 случая и отказались диагностировать 22 случая. Общая точность диагноза – 86%. Неправильные диагнозы были получены в 19 случаях (14 % диагностированных случаев). Ошибка первого рода была равна 5.2 % (7 злокачественных случаев были диагностированы как доброкачественные), и ошибка второго рода была 8.9 % (12 доброкачественных случаев были диагностированы как злокачественные). Некоторые из правил дает таблица 9.

Эта таблица дает примеры обнаруженных правил вместе с их статистическими оценками.

Таблица 9

Примеры извлеченных диагностических правил

Диагностическое правило	**F-критерий**		**Значение F-критерия**			**Точность диагноза на контроле**
			0.01	0.05	0.1	
IF NUMber of calcifications per cm^2 is between 10 and 20 AND VOLume > 5 cm^3 THEN Malignant	NUM VOL	0.0029 0.0040	+ +	+ +	+ +	93.3%
IF TOTal # of calcifications >30 AND VOLume > 5 cm^3 AND DENSITY of calcifications is moderate THEN Malignant	TOT VOL DEN	0.0229 0.0124 0.0325	- - -	+ + +	+ + +	100.0%
IF VARiation in shape of calcifications is marked AND NUMber of calcifications is between 10 and 20 AND IRRegularity in shape of calcifications is moderate THEN Malignant	VAR NUM IRR	0.0044 0.0039 0.0254	+ + -	+ + +	+ + +	100.0%
IF variation in SIZE of calcifications is moderate AND Variation in SHAPE of calcifications is mild AND IRRegularity in shape of calcifications is mild THEN Benign	SIZE SHAPE IRR	0.0150 0.0114 0.0878	- - -	+ + -	+ + +	92.86%

Рис. 22 представляет результаты другого критерия выбора: уровень условной вероятности. Мы рассмотрели три уровня 0.7, 0.85 и 0.95. Более высокий уровень условной вероятности уменьшает количество правил и диагностированных пациентов, но увеличивает точность диагноза. Их результаты отмечены как MMDR1, MMDR2 и MMDR3. Нами было обнаружено 44 статистически значительных диагностических правила при 0.05 уровне F-критерия с условной вероятностью, не меньшей, чем 0.75

(MMDR1). Было обнаружено 30 правил с условной вероятностью, не меньшей, чем 0.85 (MMDR2), и 18 правил с условной вероятностью, не меньшей, чем 0.95 (MMDR3). Общая точность диагноза – 82 %. Ошибка первого рода была 6.5 % (9 злокачественных случаев были диагностированы как доброкачественные); ошибка второго рода была 11.9 % (16 доброкачественных случаев были диагностированы как злокачественные).

Самые надежные 30 правил дали точность 90 %, 18 самых надежных правил, выполненных с точностью на 96.6 %, только с тремя ошибками второго рода (3.4 %).

Нейронная сеть *Brainmaker* дала 100 % точность на обучении, но на скользящем контроле точность упала до 66 %. Главная причина этой низкой точности в том, что нейронные сети (NN) не оценивают статистическую значимость своего распознавания (100 %) на обучении.

Слабые результаты (76 % на контрольных обучающихся данных) были получены линейным дискриминантным анализом (программное обеспечение SIGAMD). Решающие деревья (программное обеспечение SIPINA) дал точность 76–82 % на обучении. Этот результат хуже, чем результат метода MMDR с намного более трудным испытанием скользящим контролем. Очень важно, что ошибка первого рода была в 3–8 случаях (MMDR), в 8-9 случаях (решающие деревья), в 19 случаях (линейный дискриминантный анализ) и 26 случаев (NN). В этих экспериментах, методы основанные на правилах (MMDR и решающие деревья) выиграли у других методов.

Заметим также, что только MMDR и решающие деревья дают диагностические правила. Эти правила делают автоматизированный диагностический процесс решения видимым и прозрачным для радиолога. С этими

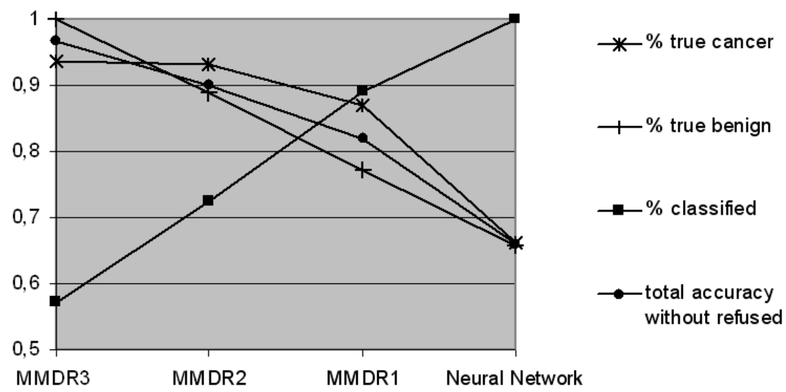


Рис. 22

методами радиолог может управлять и оценивать процесс принятия решений. Линейный дискриминантный анализ дает уравнение, которое отделяет доброкачественные и злокачественные классы, например $0.0670x_1$-$0.9653x_2$+…. Как можно было бы интерпретировать взвешенное количество кальцинозов на см^2 ($0.0670x_1$) плюс взвешенный объем (см^3), т.е. $0.9653x_2$? В этой арифметике нет никакого прямого медицинского смысла.

§ 64. Правила, извлеченные из эксперта

Примеры извлеченных диагностических правил извлеченных из эксперта.

Экспертное правило (ER1):

ЕСЛИ КОЛИЧЕСТВО кальцинозов в см2 (w1) большое
И ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО кальцинозов (w3) большое
И неисправность в ФОРМЕ индивидуальных кальцинозов отмечена,
ТО подозрение на злокачественное развитие.

Экспертное правило (ER2):

ЕСЛИ КОЛИЧЕСТВО кальцинозов в см^2 (w_1) большое
И ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО кальцинозов большое (w_3)
И изменение в РАЗМЕРЕ кальцинозов (y_3) отмечено
И ИЗМЕНЕНИЕ в Плотности кальцинозов (y_4) отмечено
И ПЛОТНОСТЬ кальциноза (y_5) отмечена,
ТО подозрение на злокачественное развитие.

Экспертное правило (ER3):

ЕСЛИ (ФОРМА и плотность кальцинозов положительны для рака
И Сравнение с предыдущей экспертизой положительно для рака),
ИЛИ (количество и ОБЪЕМ, занятый кальцинозами положительны для рака
И ФОРМА и плотность кальцинозов положительны для рака),
ИЛИ (количество и ОБЪЕМ, занятый кальцинозами положительны для рака,
И сравнение с предыдущей экспертизой положительно для рака),
ИЛИ ПРОТОКОВАЯ ориентация положительна для рака,
ИЛИ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ положительны для рака,
ТО биопсия рекомендуется.

Далее мы представляем некоторые другие извлеченные правила кратко и формально. «Мал» означает подозрительность на злокачественное развитие.

ЕСЛИ w2*y1 **ТО** Мал.

ЕСЛИ w2*y2 **ТО** Мал.
ЕСЛИ w2*y*3*y4*y5 **ТО** Мал.
ЕСЛИ w1*w3*y2 **ТО** Мал.
ЕСЛИ w1*w3*x5 **ТО** Мал.

§ 65. Извлечение правил используя монотонные Булевы функции

Мы получили Булево выражение для формы и плотности кальциноза $x_2 = \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$ из информации в столбцах 1 и 4, следуя следующим шагам:

i) найти все максимальные нижние единицы для всех цепей в виде элементарных конъюнкций;

ii) исключить избыточные термины (конъюнкции) из окончательной формулы (см. выражение (29) ниже).

Таким образом, из столбцов 2, 4 мы получим

$x_2 = \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$

$= y_1y_2y_2y_3 \vee y_2y_4 \vee y_1y_3 \vee y_1y_4 \vee y_2y_3y_4 \vee y_2y_3y_5 \vee y_2 \vee y_1 \vee y_3y_4y_5$

и затем упростим это до $y_2 \vee y_1 \vee y_3y_4y_5$.

Как и выше, из столбцов 2 и 3 мы получим начальные компоненты целевых функций от переменных x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 для подпроблемы биопсии следующим образом:

$$f_1(x) = x_2x_3 \vee x_2x_4 \vee x_1x_2 \vee x_1x_4 \vee x_1x_3 \vee x_3x_4 \vee x_3 \vee x_2x_5 \vee x_1x_5 \vee x_5,$$

и для подпроблемы рака как:

$$f_2(x) = x_2x_3 \vee x_1x_2x_4 \vee x_1x_2 \vee x_1x_3x_4 \vee x_1x_3 \vee x_3x_4 \vee x_3 \vee x_2x_5 \vee x_1x_5 \vee x_4x_5.$$

Упрощение этой дизъюнктивой нормальной формы (ДНФ) выражения позволило нам исключать некоторые избыточные конъюнкции. Например, в x_2 термин y_1y_4 не является необходимым, потому что y_1 покрывает их. Таким образом, правая сторона выражений даёт минимальные дизъюнктивные нормальные формы.

Используя эту методику мы извлекли 16 правил для диагностического класса «подозрительный на злокачественное развитие» и 13 правил для класса «биопсия» (формулы (32), (33)).

Все эти правила получены из формулы (33), представленной ниже.

Точно так же для второй подпроблемы (образец очень подозрительный на рак) мы нашли функцию

$$f_2(x) = x_1x_2 \vee x_3 \vee (x_2 \vee x_1 \vee x_4)x_5. \quad (29)$$

Относительно второго уровня иерархии (имеющую 11 двойных признаков) мы в интерактивном режиме построили следующие функции (интерпретация признаков представлена ниже):

$$x_1 = \nu(w_1, w_2, w_3) = w_2 \vee w_1w_3; \quad (30)$$

$$x_2 = \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) = y_1 \vee y_2 \vee y_3y_4y_5\,. \quad (31)$$

Объединяя функции, получим формулы всех 11 признаков биопсии

$$f_1(x)=(y_2 \vee y_1 \vee y_3y_4y_5)x_4 \vee(w_2 \vee w_1w_3)(y_2 \vee y_1 \vee y_3y_4y_5) \vee (w_2 \vee w_1w_3)x_4 \vee x_3\vee x_5 \quad (32)$$

и для подозрительности на рак

$$f_2(x) = x_1x_2\vee x_3\vee(x_2\vee x_1\vee x_4)x_5 = \quad (33)$$

$$(w_2\vee w_1w_3)(y_1\vee y_2\vee y_3y_4y_5)\vee x_3\vee(y_1\vee y_2\vee y_3y_4y_5)\vee(w_2\vee w_1w_3\vee x_4)x_5.$$

§ 66. Сравнение экспертных и извлеченных из данных правил

Далее мы сравним некоторые правила, извлеченные из 156 случаев системой *Discovery*, и через интервью, взятого у радиолога.

На данных было обнаружено правило DR1:

ЕСЛИ количество кальцинозов в см^2 (w_1) между 10 и 20 И объем (w_2) > 5 см^3 ,

ТО злокачественный.

Самое близкое экспертное правило – ER1:

ЕСЛИ количество кальцинозов в см^2 (w_1) большое

И общее количество кальцинозов (w_3) большое

И неисправность в ФОРМЕ индивидуальных кальцинозов (y_1) отмечена,

ТО злокачественный.

Среди экспертных правил нет правила DR1, но это правило статистически значимо (0.01, F-критерий). Правило DR1 должно быть проверено радиологом и включено в диагностическую базу знаний после его проверки. Та же самая процедура проверки должна быть сделана для ER1. Это правило должно быть проанализировано на реальных случаях в данных. Этот анализ может привести к заключению, что база данных не достаточна, и правило DR1 должно быть извлечено из расширенной базы данных. Кроме того, радиолог может заключить, что набор признаков не достаточен, чтобы включить правило DR1 в базу знаний. Такой анализ невозможен для линейного дискриминантного анализа или нейронных сетей.

Мы проверили надежность экспертного радиолога на 30 реальных случаях. Он классифицировал эти случаи в три категории:

1) «высокая вероятность рака, биопсия необходима» (РБ).
2) «низкая вероятность рака, вероятно доброкачественная, но биопсия через некторое время необходима» (или ДБ).
3) «доброкачественный, биопсия не необходима» (Д).

Эти случаи были взяты из отсканированных случаев для повторного анализа увеличения кальцинозов. Для РБ случаев и ДБ, сообщения о патологичности биопсий подтверждали диагноз, в то время как два года потребовалось для подтверждения доброкачественного статуса Д.

Диагноз эксперта был в полном согласии с его извлеченными диагностическими правилами для 18 случаев и для 12 случаев эксперт запросил больше информации, чем было дано в извлеченном правиле. Когда его спросили, он ответил, что он имел случаи с той же самой комбинацией 11 признаков, но с другим диагнозом. Это предполагает, что нам нужно расширить набор признаков и набор правил, чтобы адекватно охватить более сложные случаи. Восстановление монотонных Булевых функций позволило нам идентифицировать эту потребность. Это – одно из полезных использований этих функций.

Мы извлекли из базы данных следующее правило DR2:

ЕСЛИ изменения в размере кальцинозов умеренны

И изменения в форме кальцинозов умеренны

И нерегулярность в форме кальцинозов умеренна,

ТО доброкачественная.

Это правило подтверждено на 156 фактических случаях скользящим контролем. Мы извлекли из этой базы данных все случаи, к которым это правило применимо, т. е. случаи, где изменения в размере кальцинозов умеренны, изменения в форме кальцинозов умеренны и нерегулярность в форме кальцинозов умеренна. Для 92.86 % этих случаев правило точно. Эксперт также имеет правило с этой посылкой, но экспертное правило включает два дополнительных признака: протоковая ориентация не присутствует и нет сопутствующих результатов исследования (см. формулу (32)). Это говорит о том, что база данных должна быть расширена, чтобы определить, какое из правил является правильным.

Комментарии радиолога относительно правил, извлеченных из данных:

DB правило 1:

ЕСЛИ общее количество кальцинозов > 30

И объем > 5 см^3

И плотность кальцинозов умеренна,

ТО злокачественная.

F-критерий значим при уровне 0.05. Точность диагноза на контроле – 100 %. Комментарий радиолога – это правило обещающее, но я считаю это рискованным.

DB правило 2:

ЕСЛИ изменение в форме кальцинозов отмечено

И количество кальцинозов между 10 и 20

И неисправность в форме кальцинозов умеренна,

ТО – злокачественная.

F-критерий значим при уровне 0.05. Точность диагноза на контроле – 100 %. Комментарий радиолога – я доверял бы этому правилу.

DB правило 3:

ЕСЛИ изменение в размере кальцинозов умеренно
И изменение в форме кальцинозов умеренно
И неисправность в форме кальцинозов умеренна,
ТО – доброкачественная.

F-критерий значим при уровне 0.05. Точность диагноза на контроле – 92.86%. Комментарий радиолога – я доверял бы этому правилу.

§ 67. Обсуждение и заключение

Исследование продемонстрировало, как можно извлечь из данных и эксперта совместное множество знаний для медицинской диагностической системы рака груди. Согласованная база знаий лишена противоречий между правилами, полученными системой *Discovery*, правилами, используемыми опытным радиологом, и базой данных патологически подтвержденных случаев.

Мы применили две комплиментарные интеллектуальные технологии для извлечения правил и распознавания противоречий. Первая технология основана на обнаружении статистически значимых логических диагностических правил. Вторая – на восстановлении монотонной Булевой функции путем нахождения минимальной динамической последовательности вопросов медику-эксперту. Результаты этой взаимной проверки экспертных правил и правил, выводимых из данных, демонстрируют реализуемость подхода для создания совместных автоматизированных диагностических систем.

ГЛАВА 7. ПРИЛОЖЕНИЯ РЕЛЯЦИОННОГО ПОДХОДА В БИОИНФОРМАТИКЕ.

§ 68. Задача анализа регуляторных районов ДНК

Технологии извлечения знаний и *Knowledge Discovery* зарекомендовали себя действенными рабочими инструментами решения различных комплексных задач в биологии, включая исследование ДНК. Методики извлечения знаний, и других компьютерных подходов машинному обучению (*Machine Learning*) были активно использованы в биоинформатике [113; 130], для анализа баз данных. Системы извлечения знаний, основанные на логике первого порядка, – особый класс технологий извлечения знаний с большими выразительными возможностями для представления комплексных паттернов.

Данная работа показывает реализацию логических технологий в обнаружении закономерностей в таблицах контекстных характеристик последовательностей ДНК, вовлеченных в регуляцию транскрипции. Наша цель – найти закономерности, которые устанавливают взаимосвязь между нуклеотидными последовательностями и функциональным классом этих последовательностей. Поиск закономерностей выполнен в программной системой *Gene Discovery*, которая является адаптацией системы *Discovery* применительно к задачам анализа генетических последовательностей. Система Gene Discovery дает общий сценарий функциональной аннотации произвольной нуклеотидной последовательности. Эта система берет молекулярно-генетические данные из базы данных, используя SQL-запросы. Последовательности не гомологичных генных промотеров, выделенных из базы данных TRRD, были проанализированы с использованием этой системы. Были обнаружены закономерности, связывающие контекстные характеристики нуклеотидных последовательностей ДНК и их положение, соответствующее началу транскрипции, с функциональным классом. Наш подход, основанный на реляционном подходе к извлечению знаний, обнаруживает олигонуклеотидные паттерны, описывающие некоторый функциональный класс генов.

Как и с любой технологией, основанной на логических правилах, этот метод позволяет получать удобные для восприятия человеком правила прогноза, которые легко интерпретируются в биологическом языке. Обнаружение закономерностей имеет две стороны: 1) обнаружение правил и 2) обнаружение признаков промотерных районов и запись их как функциональную аннотацию генов. Биолог может оценить как правильность предсказаний при аннотации, так и сами правила. Мы применили систему *Gene Discovery* [32–33; 35; 38; 114; 119; 121; 155–156] для функциональной ан-

нотации регуляторных районов. Система обнаруживает статистически значимые правила в логике первого порядка для решения этой проблемы.

Анализ регуляционных районов генов очень важен для понимания молекулярных механизмов транскрипции. Регуляторные последовательности составляют небольшую долю, грубо говоря 95 % генома млекопитающих, которые не кодируют белки, но они определяют уровень, локализацию и хронологию экспрессии генов [110]. Вопреки важности этих некодирующих последовательностей в генной регуляции, наша возможность идентифицировать и предсказать функции для этой категории ДНК сильно ограничена.

Контроль экспрессии генов у эукариот первично определяется относительно короткими последовательностями (сигналами / мотивами) в области промотера гена. Эти последовательности варьируются в длине, позиции, обилии, ориентации в цепи ДНК. Промотеры эукариот характеризуются отсутствием точной локализации контекстных сигналов и их слабостью [105]. Разнообразие промотеров – основная сложность в разработке программ распознавания.

Существование консенсуса для многих известных транскрипционных факторов использовалась для построения базы данных, в которой могут быть найдены интересующие потенциальные транскрипционные факторы (transcription factor binding sites (TFBS)), скрепляющие участки в последовательностях ДНК [115–116; 161]. Тем не менее нужные участки данных были получены, хотя идентификация таких участков до сих пор представляет собой большие трудности. Мы ссылаемся на некоторое количество программ, прогнозирующих участки, как на первый шаг по извлечению знаний в структуре промотера [139; 140; 160; 161]. Вопреки факту, что некоторые транскрипционные факторы связываются с высокоспецифичными последовательностями ДНК, большинство имеют небольшое количество неизменных коровых последовательностей (около 4–6 bp), окруженных варьирующим количеством нуклеотидов.

Мы разрешаем эту проблему, используя несколько методов:

1) использованием специализированных баз данных, таких как TRRD и её секций [115–116];

2) комбинированием различных статистических программ прогнозирования;

3) оцениванием статистически определенных олигонуклеотидов, как потенциальных TFBS [160].

TFBS или потенциальные сайты служат входной таблицей характеристик с точки зрения методов извлечения знаний. Компьютерное обнаружение областей регуляции генов является значительным вкладом в дополнение к новым экспериментальным подходам.

Основой для использования программных систем является обучающая выборка нуклеотидных последовательностей промотеров. Трудно описать все эукариотичные последовательности промотера с помощью некоторого паттерна из-за огромной изменчивости различных TFBS. Чтобы преодолеть эту трудность, множества промотеров генов, выполняющих схожую функцию, были извлечены из базы данных TRRD. Однако даже такие функциональные наборы не имеют единственной олигонуклеотидной модели, описывающей все последовательности. Отличительная особенность алгоритма – использование специфических паттернов свойств, которые описывают подгруппу обучающего набора.

Наша задача состоит в том, чтобы развить новый подход прогнозирования промотеров относящийся к проблеме комбинаторного регулирования транскрипции, основанный на отобранных паттернах транскрипционных факторах.

Главная цель этого исследования состоит в том, чтобы осуществить функциональную аннотацию генов, используя ряд интегрированных методов распознавания регуляторных элементов и сайтов связывания транскрипционных факторов.

Анализ последовательности имеет несколько стадий:

1) осуществление компьютерного обнаружения потенциальных сайтов связывания транскрипционных факторов в интересующей последовательности и маркировка их местоположения;

2) определение является данная область гена регуляторной или структурной (например, промотер, 5'UTR, 3'UTR, кодирующая последовательность, энхансеры) на основании спрогнозированных сайтов связывания транскрипционных факторов;

3) сравнение спрогнозированных структурных или функциональных областей с подобными областями на других генах (используя информацию, накопленную в имеющихся базах данных);

4) осуществление функциональной аннотации генной последовательности.

Трудно описать все эукариотические последовательности промотера обычной моделью из-за разнообразия факторов транскрипции, связывающих участки. Чтобы уменьшать такое разнообразие, мы изучили корегулируемые последовательности. Однако даже эти функциональные множества не могли дать олигонуклеотидную модель общую для всех последовательностей. Система *Gene Discovery* имеет гибкость, чтобы искать структурные модели типичные для целого множества последовательностей и для подмножества последовательностей. Олигонуклеотидные паттерны включают различное количество олигонуклеотидов.

Для построения моделей регуляторных районов использовались различные отношения и операции. Например, алгоритм использует:

1) положение олигонуклеотидов относительно начала транскрипции;

2) взаимное расположение олигонуклеотидов в модели;

3) ориентация олигонуклеотидов в двойной спирали ДНК.

Несмотря на сложность моделей, та же самая модель может быть обнаружена в негативной нуклеотидной последовательности. Поэтому мы должны учесть вероятностную природу таких моделей. Чтобы решить эту задачу, были сформулированы специальные гипотезы в вероятностной логике первого порядка.

§ 69. *Gene Discovery* как технология извлечения знаний из ДНК

Программная система *Gene Discovery* была разработана для анализа структурной организации эукариотических промотеров. Эта система является адаптацией системы *Discovery* [9; 33; 121] применительно к задачам анализа генетических последовательностей. Дружественный графический пользовательский интерфейс помогает пользователю работать с этим программным обеспечением.

Система *Gene Discovery* состоит из трех главных модулей:

1) модуля представления в диалоговом режиме контекстных сигналов последовательностей ДНК в форме таблицы;

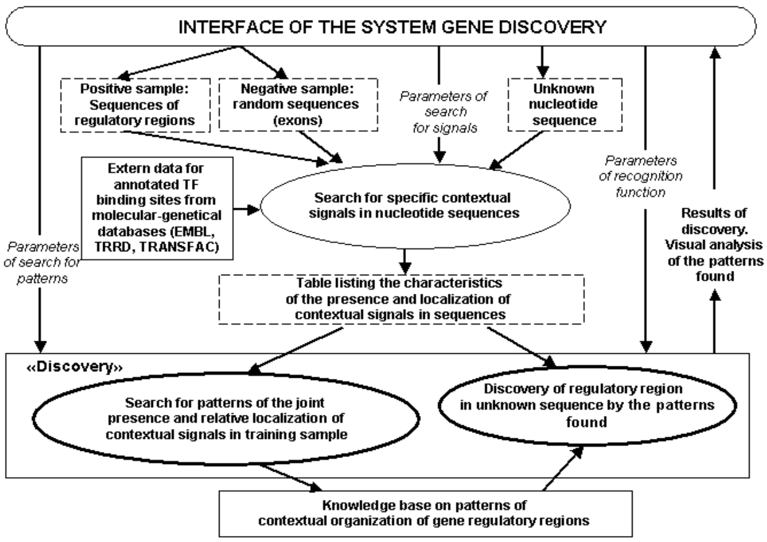


Рис. 23

2) модуль обнаружения закономерностей;

3) модуль распознавания классов последовательностей.

На рис. 23 показана схема системы *Gene Discovery*. Модуль извлечения знаний системы «*Discovery*» представлен блоком «Поиск паттернов совместного присутствия и относительной локализации контекстных сигналов (Search for patterns of the joint presence and relative localization of contextual signals)»

Модуль распознавания показан на рис. 23 как «Обнаружение регуляторного района в неизвестной последовательности использованием найденных паттернов (Discovery of a regulatory region in unknown sequence by using patterns found)». Другие модули системы служат для подготовки и интерпретации молекулярно-генетических данных.

Рассмотрим пример олигонуклеотидного мотива в 15-буквенном алфавите – CWGNRGCN. Этот мотив можно переписать в 4-буквенной записи как C(A / T)G(A / T / G / C)(A / G)GC(A / T / G / C). Этот мотив длины 8bp получен программой АРГО как специфический для рассматриваемого множества промотеров [91]. Комплексное правило, обнаруживаемое системой *Gene Discovery* использует несколько таких мотивов. Рассмотрим пример прогностического правила:

ЕСЛИ CWGNRGCN < NGSYMTAM < MAGKSHCN,

ТО: промотер.

Символ « < » означает, что позиции соответствующих олигонуклеотидов упорядочены относительно старта транскрипции.

Это правило означает: если мотивы, CWGNRGCN и NGSYMTAM, и MAGKSHCN присутствуют в анализируемой последовательности и их взаимное расположение соответствует порядку в правиле, то эта последовательность содержит промотор гена эндокринной системы.

Таким способом были обнаружены все статистически значимые комплексные олигонуклеотидные сигналы вида S_1 & S_2 & S_3 &…& S_k, где $k > 1$. Программа автоматически определяет сколько и каких сигналов надо включить в паттерн. Олигонуклеотидный паттерн S1 & S2 & S3 & Sk, расположенный относительно старта транскрипции, приведен вверху рис. 24. Ниже показано расположение анализируемых олигонуклеотидов в последовательностях позитивной и негативной выборки.

§ 70. Комплексные сигналы как олигонуклеотидные паттерны

Промоторы сорегулируемых (co-regulated) генов могли быть охарактеризованы группами олигонуклеотидных мотивов. Мы используем термин мотивы, чтобы подчеркнуть согласие таких олигонуклеотидов. Проблема состоит в том, чтобы изучить взаимное присутствие и местоположение этих мотивов.

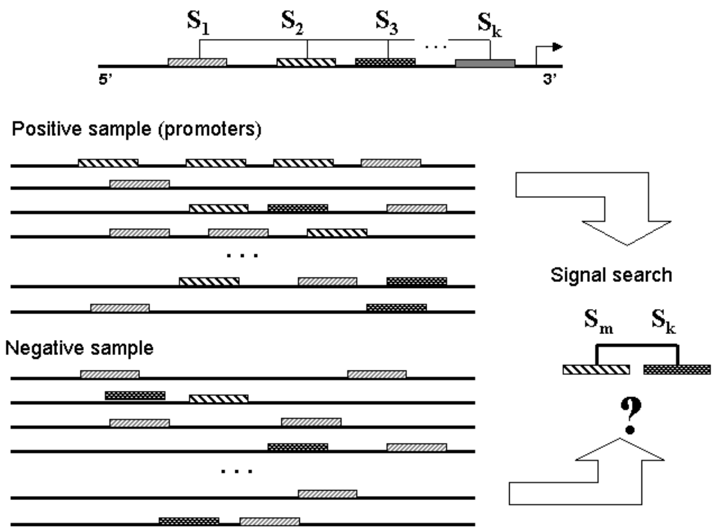


Рис. 24.

Ниже под комплексным сигналом будем понимать группу олигонуклеотидных мотивов, которые дают определенную модель относительного взаиморасположения в последовательностях промотера. Присутствие такого комплексного сигнала можно рассматривать как условие принадлежности последовательности к классу промотеров. Например, мы считаем группу двух олигонуклеотидных мотивов (S_1, S_2) комплексным сигналом, определенным следующим образом:

(S_1, S_2) = (Позиция (S_1) < Позиция (S_2)),

где S_1 и S_2 – олигонуклеотиды; Позиция (S_1), Позиция (S_2) – позиции олигонуклеотидов в последовательности относительно старта транскрипции.

Таким образом, мы можем считать условие A_1 в закономерности как комплексный сигнал (S_1, S_2), и проверять гипотезу $A_1 \Rightarrow A_0$ на последовательности ДНК, содержащей S_1 и S_2.

Комплексный сигнал (S_1, S_2) может включать в себя и дополнительные олигонуклеотиды

(S_1, S_2) = (Позиция(S_1) < Позиция(S_2) & (Sign(S_1) = z_1) & (Sign(S_2) = z_2)),

где позиция(S_1) и позиция(S_2) – позиции олигонуклеотидов в последовательности относительно начала транскрипции. Sign(S1) и Sign(S2) означают молекулярную цепочку в двойной спирали ДНК, где расположены сигналы; $z_1, z_2 \in \{+, -\}$, $z_1, z_2 \in \{+, -\}$ знак (+) означает прямую цепь ДНК, то есть от 5 '-концов до 3 '-концов, (-) означает обратную цепь ДНК.

Присутствие только двух олигонуклеотидов (S_i, S_j), возможно, не будет удовлетворительным. Мы должны полагать, что все тройки олигонуклеотидов в последовательностях ДНК таких как $(S_1, S_2, S_3) = (Position(S_1) < Position(S_2) < Position(S_3))$. Формально эту тройку, можно рассмотреть как две пары (S_1, S_2) и (S_2, S_3). Теперь, проверяемая гипотеза имеет вид $A_1 \& A_2 \Rightarrow A_0$. Таким образом, используя логику первого порядка, мы строим все более сложные условия, включая присутствие этих олигонуклеотидов в прямых или обратных цепях ДНК, наложенных олигонуклеотидов и т. д.

Более сложные правила прогноза получаются добавлением новых сигналов в условие правила $(S_1, \dots S_{i-1}, S_i)$, $i = 1, 2, \dots$. Система *Gene Discovery* перебирает все варианты возможного удлинения правила $(S_1, \dots, S_{i-1}, S_i)$ олигонуклеотидом S_i, чтобы усилить прогноз, $i = 1, \dots, N$, N – число мотивов.

Статистический критерий Фишера (точный критерий Фишера для таблиц сопряженности признаков) используется в алгоритме для проверки статистической значимости увеличения условной вероятности правила при добавлении новых сигналов в посылку правила.

§ 71. Подготовка данных и предварительный отбор сигналов

Обучающая выборка последовательностей нуклеотидов двух альтернативных классов подается на вход системы *Gene Discovery*. Обучающая выборка состоит из последовательностей промотеров, специфичных для рассматриваемой функциональной системы (класс 1) и случайных последовательностей (класс 2). Это могли быть компьютерно-генерируемые случайные последовательности с теми же самыми частотами нуклеотида или реальными последовательностями соседних областей, не соответствующих этой регулирующей функции, такие как экзоны.

Есть блок программы, который используется для поиска контекстных сигналов в последовательностях этих двух классов (см. рис. 23). Сигналом может быть:

1) контекст (определенное пользователем короткое нуклеотидное слово (олигонуклеотид) или функциональный сайт, представленный в специализированной базе данных молекулярной биологии TRRD);

2) участок с конформационными или физико-химическими признаками (такими как углы поворота, повышения, температура растворения ДНК, и т. д.);

3) структурный элемент (Z-ДНК, шпилька РНК).

Все эти сигналы могут быть распознаны, используя знания о свойствах ДНК и схемах консенсуса, основанные на экспериментальных данных,

хранящихся в специализированных базах данных. Здесь мы покажем возможности подхода для решения двух задач:

– анализ промотеров и распознавание, с использованием олигонуклеотидов в качестве сигналов;

– распознавание донорных сайтов связывания, с использованием отдельных нуклеотидов.

Последовательности промотеров были извлечены из TRRD и разделялись на несколько групп согласно специфике регулирования транскрипции (промоторы эндокринной системы, липидной системы, системы ответа на тепловой шок, интерферона, глюкокортикоидной системы и системы клеточного цикла). Рассмотрим анализ последовательностей промотера эндокринной системы. Выборка содержала 40 последовательностей длиной по 120 bp (от-100 bp до +20 bp относительно старта транскрипции). Уровень гомологии между любой парой последовательности не превышал 60 %.

Программа АРГО была использована для выбора олигонуклеотидов длины 8 bp в 15-буквенном коде IUPAC для нуклеотидов. Отобранные олигонуклеотиды были расположены и представлены в таблице «признак объекта» для подачи на вход системы *Gene Discovery*. В этой таблице последовательности ДНК называются объектами, а признаки показывают присутствие сигналов контекста и их местоположение относительно старта транскрипции. Эта таблица содержит несколько тысяч последовательностей.

Она содержит последовательности контекстных сигналов S_i и их позиции в области промотера, обозначаемые предикатом Позиция(S_i). Например для первого промотера в анализируемой обучающей выборке S_1 = TGACCAAT, Позиция(S_1) = -67, S_2 = RCCAATND, Позиция(S_2) = -65, и т. д. Предсказываемым свойством было: «Принадлежит ли последовательность классу промотеров». Программа может использовать любое множество последовательностей в формате FASTA на входе. Выборка функционального класса может быть извлечена из TRRD, TRANSFAC [161], EpoDB.

Точно так же другие функциональные классы промотеров были извлечены из базы данных TRRD и проанализированы, включая эритроид-специфичные промотеры, промоторы клеточного цикла, липидного метаболизма.

На рис. 25 представлен пользовательский интерфейс программной системы *Gene Discovery*. Здесь показан пример поиска закономерности для образца эндокринных генных промотеров. Закономерности имеют форму IF-THEN-гипотезы. Условие «**IF** ANANANCA = 1 **and** GWAKAWAW = 1» означает, что олигонуклеотиды ANANANCA и GWAKAWAW должны

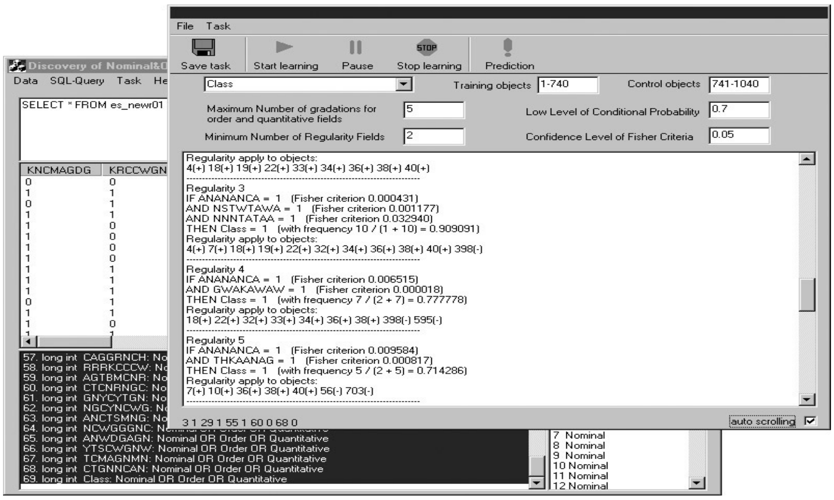


Рис. 25

присутствовать в последовательности при анализе. Заключение «**THEN** Class = 1» означает, что последовательность принадлежит к классу эндокринных генных промотеров. На рис. 25 приведены примеры обнаруженных гипотез в виде паттерна олигонуклеотидов, без фиксированного местоположения олигонуклеотидов в последовательности.

§ 72. Анализ найденных комплексных сигналов

Большое число закономерностей о совместной встречаемости контекстных сигналов в областях промотера, было найдено в результате применения системы *Gene Discovery*. Число закономерностей зависит от определенных пользователем параметров поиска. Если мы определим низкий уровень условной вероятности, то число обнаруженных правил будет слишком велико (до нескольких тысяч). Это сложная задача для эксперта проинтерпретировать такое число правил. Также мы можем потребовать высокий уровень условной вероятности, например, больше чем 0.95. Тогда число правил будет небольшим, но существенным с биологической точки зрения.

Найденные закономерности могут быть проанализированы экспертом по молекулярной биологии как уникальные комплексные сигналы, существенные для надлежащего функционирования промотера. Рассмотрим отобранные правила одновременного присутствия олигонуклеотидов в промотере, как комплексные сигналы. Следующие дополнительные условия использовались для интерпретации комплексных сигналов:

– олигонуклеотиды в комплексном сигнале не перекрываются в последовательностях промотеров;

– наблюдаемое число N промотеров, обладающих комплексным сигналом, больше чем ожидаемое число N*, $N > N^*$.

Ожидаемое число N* оценивалось как произведение частот олигонуклеотидов в промотере, умноженное на общие количество промотеров и разделённое на число вариантов взаимного расположения. Например, ожидаемое число промотеров N*, обладающих комплексным сигналом $(S_1, S_2, S_3 \mid Pos(S_1) < Pos(S_2) < Pos(S_3))$ равно

$$N^* = P(S_1)P(S_2)P(S_3)M / 6, \qquad (34)$$

где N* – ожидаемое число промоторов, обладающих олигонуклеотидами S_1, S_2, S_3; $P(S_1)$, $P(S_2)$, $P(S_3)$ – частоты олигонуклеотидов S_1, S_2 и S_3, соответственно; M – общее количество промотеров в проанализированном образце; 6 = 3! – число возможных вариантов взаимного расположения трех олигонуклеотидов в последовательности.

Таблица 10.

Примеры комплексных сигналов в промотерах эндокринной системы

№	**Комплексные сигналы (закономерности)**[1]	Условные вероятности сигналов[2]	Значение критерия Фишера[3]	Число промотеров, обладающих сигналом[4]	Число промотеров ожидаемых по случайным причинам[5]
1	CWGNRGCN<NGSYMTAM<CAGGRNCH	0.875	0.00054	4	0.24 (<1)
2	KGRSSAGR<CYCYNSCY<CWGSNYCH	1.0	0.00012	4	0.28 (<1)
3	CWGNRGCN<NGSYMTAM<MAGKSHCN	1.0	0.00009	6	0.47 (<1)
4	CWGNRGCN<NGSYMTAM<CMDGGNCH	0.846	0.00099	5	0.43 (<1)
5	CNKSAGNT<NCARGRNC<HNNKGCTG	1.0	0.01426	4	0.37 (<1)
6	RNWGGCCN<DGRGNRGG<TCMAGNMN	0.875	0.00118	4	0.4 (<1)
7	RGSNRGRG<NNGSTWTA<CNCNRKGC	1.0	0.02852	5	0.53 (<1)
8	NNGSTWTA<NMAGDGMC<CNCNRKGC	0.875	0.04755	5	0.53 (<1)
9	RGSNRGRG<NNGSTWTA<CMDGGNCH	1.0	0.03964	5	0.55 (<1)
10	RGSNRGRG<KGGNSAGD<ANCTSMNG	1.0	0.03964	4	0.45 (<1)
…	…	…	…	…	…
45	RGSNRGRG<NGSYMTAM<CNCNRKGC	1.0	0.03964	5	0.58 (<1)

Примечание. Данные в таблице приведены не полностью, промежутки обозначены точками. *1* – комплексные сигналы, представленны как олигонуклеотиды в 15-буквенном коде IUPAC. Знак < означает отношение между позициями олигонуклеотидов относительно старта транскрипции. Промежутки между соседними

позициями олигонуклеотидов не определяются; *2* – условная вероятность $PC(N_1,N_2)$ была вычислена как коэффициент числа промотеров, обладающих сигналом, к общему количеству промотеров; *3* – вероятность получения в условиях независимости признаков данного числа совместной встречи сигналов. Это значение вычисляется точным критерием независимости Фишера для таблиц сопряженности признаков; *4* – число промотеров, обладающих сигналом; *5* – ожидаемое число промотеров, обладающих комплексным сигналом.

Примеры таких комплексных контекстных сигналов для промотеров эндокринной системы представлены в таблице (таблица 10).

Рассмотрим сигнал CWGNRGCN < NGSYMTAM < MAGKSHCN. Символ « < » означает, что позиции соответствующих олигонуклеотидов упорядочены относительно старта транскрипции.

Ожидаемое случайное число N* для этого сигнала – 0.47 (т.е. меньше 1). Но сигнал присутствует в 6 промотерах; это приблизительно в 13 раз больше чем ожидаемое число (см. таблица 10).

На рис. 26 показана схематическая локализация сложного сигнала CWGNRGCN < NGSYMTAM < MAGKSHCN в генах промотеров эндокринной системы. Позиции первых и последних нуклеотидов TATA-бокса отмечены наклонными цифрами. Интересно, что только один олигонуклеотид в комплексном сигнале соответствует аннотируемому участку. Другие олигонуклеотиды могли соответствовать сайтам связывания транскрипционных факторов или областям с определенными физико-химическими свойствами двухниточной ДНК. Последовательности промотеров выровнены относительно старта транскрипции (позиция +1 bp), обозначенной стрелками. Идентификаторы изученных промотеров EMBL да-

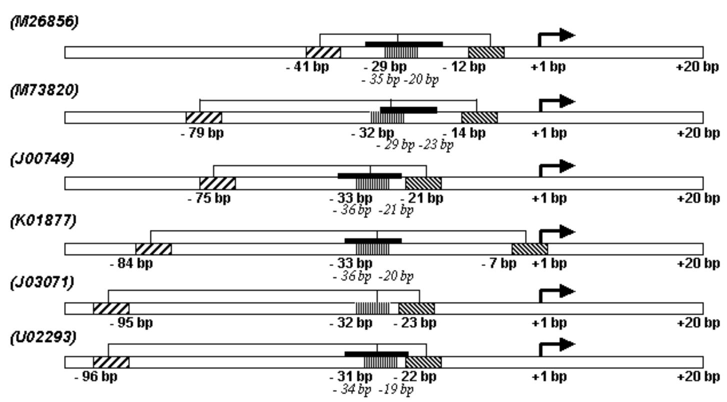


Рис. 26

ются в круглых скобках. Олигонуклеотидные мотивы с восьмью bp, составляющие сложный сигнал, показаны как заштрихованные прямоугольники; позиции первых нуклеотидов обозначены относительно начала транскрипции. Черные прямоугольники отмечают экспериментально определенные позиции TATA-бокса, обозначенной в базе данных TRRD.

Сигнал, представленный на рис. 26, найден в 6 промоторах (EMBL ID: M26856, M73820, U02293, J00749, J03071, K01877 соответственно). Этот комплексный сигнал расположен в области от -95 bp до +7 bp относительно старта транскрипции. Позиция каждого олигонуклеотида отмечена как позиция первого нуклеотида. Можно увидеть совпадение второго мотива олигонуклеотида с областью TATA-бокса. Видна схожесть расстояний между первым и вторым и между вторыми и третьими олигонуклеотидами.

Рис. 27 показывает пример локализации комплексного сигнала DNMYTTSA < DNYAADGG < RCAGMMDY в восьми последовательностях промотера эритроид-специфичных генов. В этом случае также можно увидеть характерные расстояния между олигонуклеотидами в комплексном сигнале. Последовательности промотеров выстроены в линию относительно начала транскрипции (позиция +1 bp) и обозначены стрелками. Идентификаторы промотеров даются в круглых скобках слева. Олигонуклеотидные мотивы с восьмью bp, составляющие комплексный сигнал, отмечены черными прямоугольниками; позиции первых нуклеотидов обозначены относительно начала транскрипции.

Система *Gene Discovery* была применена для донорных сайтов связывания генов приматов. Выборка содержал 2 343 участка, каждый из кото-

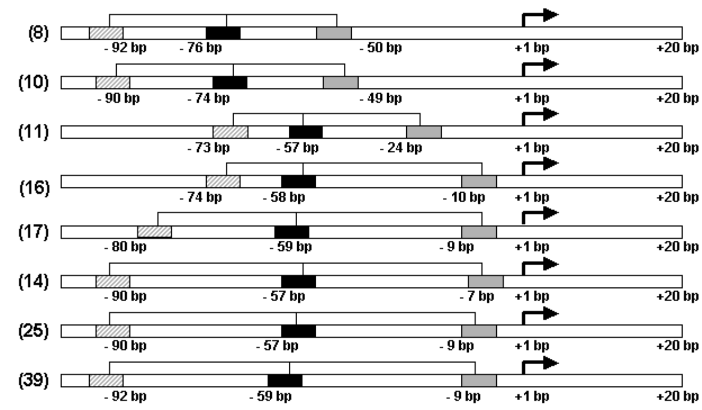


Рис. 27

рых содержал позиции от -11 до +10 относительно объединения интрона и экзона. Отдельные нуклеотидные основания использовались как сигналы в последовательности. Закономерности, полученные для сайтов сплайсинга, содержали подпоследовательности оснований. Эти закономерности разрешают разделить сайты сплайсинга от случайных последовательностей.

Табл. 10 содержит примеры найденных сигналов. Комплексные сигналы представлены как подпоследовательности нуклеотидов. Знак « < » обозначает отношение между позициями соответствующих нуклеотидов.

Таблица 11.

Примеры комплексных сигналов для донорных сайтов сплайсинга

№	Комплексный сигнал (закономерность)	Длина сигнала	Значение	Число участков содержащих сигнал*
1	a<t	2	7.221685e-003	6011
2	a<g	2	4.549541e-002	7469
3	t<c<c<c<a	5	2.242927e-002	2467
4	c<a<c<a<t<t	6	1.886203e-002	770
5	c<c<a<c<a<a	6	2.004277e-002	726
6	t<c<c<a<c<a	6	1.602915e-002	902
7	g<c<c<a<c<a	6	1.644068e-002	880
8	g<c<a<c<a<g	6	2.211978e-002	696
9	a<c<a<c<a<t<t	7	2.358411e-002	304
...	...		...	...
1918	c<g<c<a<c<a<a	7	2.196624e-002	331

Примечание:* сигнал (особенно короткий) может быть представлен в последовательности не один раз.

Рис. 28 показывает местоположение сигнала g<c<a<c<a<g (№ 8 в табл. 10) на сайте сплайсинга.

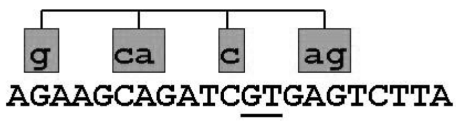


Рис. 28

§ 73. Распознавание на основе комплексных сигналов

Процедура распознавания базируется на найденных комплексных сигналах. Оценка позиций объекта получается на основании оценок всех олигонуклеотидных сигналов, применимых к этой позиции. Эта оценка означает вероятность появления этого сигнала на случайной последовательности. Используя негативные случайные выборки, мы можем вычислить величину оценки, что гарантирует некоторый уровень ошибок первого и второго рода. Если в некоторой контрольной последовательности оценка больше, чем эти уровни, тогда мы предсказываем, что эта последовательность принадлежит некоторому функциональному классу.

На первом шаге процедуры распознавания мы находим, все сигналы применимые к некоторой контрольной последовательности. В результате мы имеем последовательность сигналов $0 < N < \ldots < N_{total}$, где N_{total} – общее количество сигналов. Порядок сигналов означает порядок появлений сигналов в этой последовательности. Тогда может быть вычислена вероятность P(S) появления этих сигналов для каждой позиции последовательности.

Вероятность P(S) для последовательности $S = X_1X_2 \ldots X_n$ получается как произведение вероятностей нуклеотидов X_i , $i = 1,2, \ldots, n$.

$$P(S) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i).$$

Функция распознавания базируется на некоторой последовательности согласия *S,* которая получается как показано на рис. 29.

Процедура распознавания, основанная на комплексных сигналах подобна процедуре, описанной выше. Мы определяем функцию распознавания для анализируемой последовательности.

Вес последовательностей определяется несколькими способами:

1) $\sum \log P(S)$ – сумма логарифмов условных вероятностей комплексных сигналов, найденных в последовательности;

2) N_r – число комплексных сигналов, найденных в последовательности;

3) $\sum \log P(S_r)$ – сумма вероятностей логарифмов олигонуклеотидных сигналов, найденных в последовательности.

Базируясь на этих оценках последовательностей, мы разработали метод прогнозирования донорных сайтов связывания. Полученные ошибки первого и второго рода на контрольных данных были 4,4 и 4,0 % соответственно.

```
             DNNCCYTG
                  NTGYWTNT
           CAGNTSCH NYAYATRA
     NRRGBCCA         NTATAWRR
          YCAGMWSY  NTATAWRR
            AGSWSCNDGYWTNTRA  DNNCCYTG
                 NVDGNATAWRWGGNSA
                    GNMTATAA
                     NNYATMAR
                    SYWTATAA
                    RNRHATAA
                       TAWAWRGN
                    GNATAWAR
          SHWGCWNC DGNATAWA           DGGSCWKA
ctggctgggcccagctccctgtatataaggggaccctgggggctgagcac
-50                                               +1
AAAAAAAAGTCCAGCTCCCTGTATATAAGGAGACCTTGAGGGCATAAAAA
TTTTTTGG G                    TC   C  T  C TG TTTT
GGGGGG   C                    G       G       GGGG
CCCCCC                                        CCCC
```

Рис. 29

§ 74. Обсуждение

Разработанная система *Gene Discovery* помогает нам находить комплексные сигналы в области промотера. Функциональное значение сигнала можно рассматривать в терминах сайтов связывания транскрипционных факторов или конформационных свойств ДНК.

Автоматическая генерация правил для функциональной аннотации генов может использовать и другие методы извлечения знаний. Для предсказания функционального класса генов мы планируем объединить результаты других методов, дающих элементарные сигналы, которые могут быть использованы системой *Gene Discovery* для обнаружения комплексных сигналов, связанных не только с сигналами контекста регулирующих областей.

Проведенный анализ дает большое число комплексных сигналов для промотеров эндокринной системы и промотеров эритроид-специфичных генов. Функциональное значение комплексных сигналов подтверждено похожестью расположением олигонуклеотидных мотивов относительно старта транскрипции и похожими расстояниями между этими мотивами.

Частным типом комплексных сигналов являются, так называемые, композиционные элементы [http://compel.bionet.nsc.ru/]. Композиционный элемент формируется парой транскрипционных факторов, которые приобретают новые регулирующие свойства из-за взаимодействия белка с бел-

ком. Такое взаимодействие обеспечивает большую экспрессию транскрипции. Анализ закономерностей, найденных системой *Gene Discovery* дает новый подход для компьютерного обнаружения композиционных элементов.

Доступные экспериментальные данные и специализированные молекулярно-биологические базы данных содержат большое количество экспериментальных результатов для последовательностей ДНК, вовлеченных в регулирование транскрипции. В настоящее время больше чем 300 молекулярно-биологических баз данных доступны в Интернет, и это число продолжает расти. Это обеспечивает большие возможности для анализа данных и извлечения знаний в биоинформатике.

Наш подход мы применили в основном для анализа регуляторных районов генов. В дальнейшем мы предполагаем проанализировать контекстную структуру генов для всех уровней генной иерархии: генов в целом, регуляторных областей генов, промотеров, сайтов связывания транскрипционных факторов, 5'UTR, сайтов сплайсинга.

ГЛАВА 8. ЕСТЕСТВЕННЫЕ КЛАССИФИКАЦИИ И ОНТОЛОГИИ КАК ЗАКОНЫ ПРИРОДЫ

§ 75. Что такое естественная классификация

Понятие естественной классификации, несмотря на его важность, до сих пор не вошло в обиход современной науки. Понятие естественной классификации развивалось в 1970–1980 гг. в рамках классификационного движения. В рамках этого направления был систематизирован опыт естествоиспытателей по созданию естественных классификаций, организовано несколько конференций и создана библиография. В данной работе, обобщающей опыт классификационного движения, предлагается формализация понятия естественной классификации.

В рамках классификационного движения В. Ю. Забродин систематизировал критерии «естественности» классификации, которые в различное время выдвигались естествоиспытателями [45; 62]. Приведем эти критерии.

1. Смирнов Е. С. [77]: «Таксономическая проблема заключается в «индикации»: от бесконечно большого числа признаков нам нужно перейти к ограниченному их количеству, которое заменило бы все остальные признаки»;

2. Рутковский Л. [70]: «Чем в большем числе существенных признаков сходны сравниваемые предметы, тем вероятнее их одинаковость и в других отношениях»;

3. Уэвель В. [Там же]: «Чем больше общих утверждений об объектах дает возможность сделать классификация, тем она естественней»;

4. Любищев А. А. [45]: «Наиболее совершенной системой является такая, где все признаки объекта определяются положением его в системе. Чем ближе система стоит к этому идеалу, тем она менее искусственна, и естественной следует называть такую, где количество свойств объекта, поставленных в функциональную связь с его положением в системе, является максимальным (в идеале это все его свойства)».

Участники классификационного движения по инициативе инициатора движения Кожара В. Л. также дали некоторые определения естественной классификации:

5. Забродин В. Ю. [45]: «Естественной» является та, и только та классификация, которая выражает закон природы»;

6. Шрейдер С. А. [86]: «В многообразии объектов, образующих «естественную» классификацию, можно обнаружить два типа закономерностей:

– соотношения, связывающие «короткое» описание архетипа, достаточное для диагностирования принадлежности объекта к данному классу, с

«полным» описанием. В сущности, это законы, позволяющие на основании принадлежности объекта к некоторому естественному классу прогнозировать все его свойства;

– правила, показывающие как деформируются свойства объектов при переходе к смежным классам. Именно они гарантируют возможность переноса знаний с одного объекта на все принадлежащие данному классу и, несколько сложнее, на объекты смежных классов»;

7. Витяев Е. Е. [14; 29; 34]: «Разбиение на классы должно производиться так, чтобы объекты одного класса подчинялись одним и тем же закономерностям. Между классами существуют закономерности перехода от класса к классу. Объекты класса, кроме того, должны обладать некоторой целостностью. Целостность – взаимная согласованность закономерностей класса по взаимному предсказанию свойств объектов».

Далее мы введем определение естественной классификации и систематики объясняющее перечисленные выше свойства естественной классификации.

§ 76. Онтологии и описание предметной области.

В последнее время внимание различных исследователей привлекают онтологии. Это понятие заимствованно из философии. Точного определения этого понятия для задач искусственного интеллекта до сих пор нет. Емкое определение онтологии дал Thomas R. Gruber [106] как спецификацию концептуализации. Неформально онтология представляет собой описание предметной области. Такое описание, обычно называемое концептуализацией, состоит из системы понятий и определений новых понятий, описания предмета и методов исследования и априорного знания об объектах и методах исследования.

Построение онтологий предполагает концептуализацию предметной области (ПрОбл), которая включает в себя систему понятий и величин, а также систему законов аналитических и синтетических, связывающих между собой понятия и величины. Понятие естественной классификации предполагает заданной некоторую онтологию. Приведем определение онтологии необходимое для введения понятия естественной классификации.

Онтология состоит из системы понятий ПрОбл, которая содержит:

– систему взаимосвязанных понятий, определяющих предмет рассмотрения и цели исследования и что именно интересует нас в объектах ПрОбл;
– потенциально бесконечное множество признаков, величин (оснований) характеризующих объекты.
– систему законов ПрОбл, включающей:
  a) аналитические выражения, фиксирующие связь понятий;

b) законы, например, физические, устанавливающие взаимосвязь величин; множество индуктивных законов (закономерностей), устанавливающих взаимосвязи между потенциально бесконечным множеством признаков, характеристик (оснований) объектов ПрОбл.

Аналитические выражения являются априорными. Индуктивные зависимости могут быть явно представлены в системе законов ПрОбл или могут быть обнаружены некоторым методом *Data Mining* на множестве объектов ПрОбл. Аналитические выражения имеют статус определений и могут рассматриваться как аксиомы ПрОбл. Закономерности тоже могут быть выражены в виде некоторых логических утверждений и имеют некоторую дополнительную характеристику своей выполнимости – вероятности, достоверности и т. д.

Объекты ПрОбл являются целостными образованьями, соединяющими в себе понятия из системы понятий и законы из системы законов ПрОбл. Поэтому законы из системы законов выполнены (с некоторой степенью вероятности, достоверности и т. д.) на объектах ПрОбл.

Если на систему законов ПрОбл смотреть как на систему аксиом ПрОбл, сформулированную в системе понятий ПрОбл, которой должны удовлетворять объекты ПрОбл, то объекты являются объектами-моделями системы аксиом ПрОбл. Совокупность всех таких объектов-моделей системы аксиом ПрОбл дает картину всех возможных объектов ПрОбл в данной системе понятий и позволяет предсказывать существование новых объектов, удовлетворяющих системе аксиом ПрОбл.

§ 77. Формальное определение «естественной» классификации и систематики

Определим модель M_a объекта a. В нее входит множество Ω_a значений всех понятий, признаков, характеристик и величин, которые применимы к объекту и принимают на нем определенные значения (истинности, числовые). Выделим из системы законов ПрОбл подмножество Z_a, законов и закономерностей, которые применимы к данному объекту. Это будут не все закономерности системы законов ПрОбл. Например, закономерности вида IF…THEN… не применимы к объекту, если посылка правила не выполнена на объекте. Подмножество Z_a дает закономерную структуру объекта. Модель $M_a = \langle \Omega_a, Z_a \rangle$ назовем закономерной моделью объекта.

Рассмотрим некоторый класс $\mathfrak{C}$ объектов. Определим *закономерную модель класса* $M_{\mathfrak{C}} = \langle \Omega_{\mathfrak{C}}, Z_{\mathfrak{C}} \rangle$ как пересечение всех закономерных моделей объектов класса $\mathfrak{C}$.

Проанализируем критерий Е. С. Смирнова [77]. Разнообразие классов всегда несопоставимо меньше разнообразия комбинаций значений призна-

ков и, следовательно, между значениями признаков должно существовать огромное количество закономерных связей. Если число классов составляет, например, сотни, а признаки бинарные, то независимыми среди них могут быть только около 10 признаков: $1024 = 2^{10}$. При классификации животных, растений, почв и т. д. естествоиспытатели могут использовать огромное, потенциально бесконечное, множество признаков и характеристик. Но среди них только десяток признаков может быть в известной степени независим, а остальные признаки связаны между собой закономерностями так, что из десятка признаков предсказываются значения всех остальных признаков. Найти признаки, из которых предсказываются все остальные и составляет проблему индикации. Такими значениями признаков в закономерной модели класса $M_{\mathfrak{C}}$ являются порождающие совокупности значений признаков. По набору значений порождающих признаков $\langle x_{i1} = x_{i1j1}, x_{i2} = x_{i2j2}, \ldots, x_{im} = x_{imjm}\rangle$, где $x_{i1j1}, x_{i2j2}, \ldots, x_{imjm}$ – значения признаков $x_{i1j1}, x_{i2}, \ldots, x_{im}$, и закономерностям из $Z_{\mathfrak{C}}$ мы можем предсказать все остальные значения признаков $\Omega_{\mathfrak{C}}$ объектов класса. Понятно, что набор значений порождающих признаков определяется неоднозначно.

Предположим, что все классы $\{\mathfrak{C}_{i\in I}\}$ нам известны и мы знаем все закономерные модели этих классов $M_{\mathfrak{C}i}$. Рассмотрим задачу построения систематики. Будем искать такие порождающие наборы признаков $x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{iN}$, что для каждого класса из $\{\mathfrak{C}_{i\in I}\}$ набор значений признаков $\langle x_{i1} = x_{i1j1}, x_{i2} = x_{i2j2}, \ldots, x_{iN} = x_{iNjN}\rangle$ является порождающим. Набор признаков $S = \langle x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{iN}\rangle$ будем называть *системообразующим*, если для каждого из $\{\mathfrak{C}_{i\in I}\}$ значения порождающего набора признаков $\langle x_{i1} = x^{i1}{}_{j1}, x_{i2} = x^{i2}{}_{j2}, \ldots, x_{iN} = x^{iN}{}_{jN}\rangle$ различны. В этом случае каждый класс будет однозначно определяться набором значений системообразующих признаков. Понятно, что наборы системообразующих признаков также определяются неоднозначно. Задача и состоит в том, что бы найти наиболее компактный и информативный набор системообразующих признаков. В работах [8; 48; 163] также ставиться задача нахождения минимального множества «существенных» признаков.

Систематика состоит в том, чтобы представить некоторым образом, например таблицей, как изменяются наборы значений системообразующих признаков при переходе от объектов одного класса к объектам другого класса. Значения остальных признаков объектов класса будут предсказываться по значениям системообразующих признаков данного класса. Изменение значений системообразующих признаков может удовлетворять некоторому закону, вследствие чего систематику можно представить неко-

торым специальным образом, чтобы этот закон был виден наглядно. Определим *закономерную модель систематики* как $M_S = \langle S, Z_S \rangle$, где S – набор системообразующих признаков, а Z_S – *закон систематики* – закон изменения значений признаков из S при переходе от класса к классу. Каждому набору значений системообразующих признаков S соответствует некоторый класс $M_{\mathfrak{C}} = \langle \Omega_{\mathfrak{C}}, Z_{\mathfrak{C}} \rangle$. Тогда закон систематики Z_S является метазаконом по отношению к закономерностям класса $Z_{\mathfrak{C}}$. Закон систематики Z_S связан с законами классов как это определено в определении данном С. А. Шрейдером [86]. Закономерностями первого типа являются закономерности соответствующего класса $Z_{\mathfrak{C}}$, а закономерностями второго типа – закон систематики Z_S.

Рассмотрим критерий А. А.Любищева [45]. Системой по Любищеву является такое представление классификации объектов, где по месту объекта в системе определяются все его признаки. В нашем определении значения признаков некоторого объекта определяются взаимодействием двух законов – сначала законом систематики Z_S, используя который, мы по положению объекта в системе можем определить значения системообразующих признаков и класс, к которому принадлежит этот объект, и далее по значениям системообразующих признаков этого класса и по закономерностям класса $Z_{\mathfrak{C}}$ мы можем определить все остальные свойства объекта.

Определим *систематику* как набор $\Sigma = \langle S, Z_S, \{Z_{\mathfrak{C}i}\}_{i\in I} \rangle$. Не все закономерности из системы законов ПрОбл будут входить во множества закономерностей Z_S, $\{Z_{\mathfrak{C}i}\}_{i\in I}$, так как эти множества зависят от выбора порождающих признаков. Задача и состоит в том, чтобы выбрать наиболее совершенную систему объясняющую свойства и строение объектов простейшим образом. Систематика как закон природы определяется набором $\langle S, Z_S, \{Z_{\mathfrak{C}i}\}_{i\in I} \rangle$.

Предположим теперь, что нам неизвестно разбиение объектов на классы. Тогда систематику надо строить по закономерным моделям объектов, а не классов. Задача построения систематики сводится в этом случае к нахождению такого разбиения множества объектов на классы, чтобы построенная на этих классах систематика была наиболее совершенной и простой.

§ 78. Пример построения систематики.

Рассмотрим цифры индекса как набор из десяти объектов. Предикат P_i означает наличие i-го элемента в начертании цифры. Занумеруем признаки таким образом как показано на рис. 30 Представление цифр признаками показано на рис. 31.

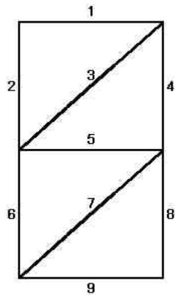


Рис. 30

Будем рассматривать цифры как классы $\{\mathfrak{C}_{i\in I}\}$, $I = \{0,..,9\}$. Найдем закономерные модели этих классов.

Для этого будем искать закономерности в виде импликативных детерминированных закономерностей, определение которых приведено ниже.

Рассмотрим $M = \{A, Q\}$ – модель сигнатуры $\Omega = \{P_1, \ldots, P_9\}$, где A – генеральная совокупность объектов; $Q = \{P_i, \ldots, P_9\}$ множество предикатов сигнатуры Ω, заданных на A; P_i, $i = 1, \ldots, 9$ – предикатные символы сигнатуры Ω.

Импликативной детерминированной закономерностью назовем истинную на A формулу вида

$$F = (P^{\varepsilon 1}_{i1}(a) \& \ldots \& P^{\varepsilon m}_{im}(a) \Rightarrow P^{\varepsilon 0}_{i0}(a)),$$

где $\{P_{i1}, \ldots, P_{im}, P_{i0}\} \subset \{P_1, \ldots, P_9\}$, $\varepsilon = 1(0)$, если отношение берется без отрицания (с отрицанием), удовлетворяющую следующим условиям:

– среди атомарных отношений $P^{\varepsilon 1}_{i1}(a), \ldots, P^{\varepsilon m}_{im}(a), P^{\varepsilon 0}_{i0}(a)$ нет повторений и нет одновременно отношения и его отрицания;

– если из конъюнкции $P^{\varepsilon 1}_{i1}(a) \& \ldots \& P^{\varepsilon m}_{im}(a)$ удалить одно из отношений, либо заменить отношение $P^{\varepsilon 0}_{i0}(a)$ на 0 (ложь), то полученная формула

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
2	1	0	0	1	0	0	1	0	1
3	1	0	1	0	1	0	1	0	0
4	0	1	0	1	1	0	0	1	0
5	1	1	0	0	1	0	0	1	1
6	0	0	1	0	1	1	0	1	1
7	1	0	1	0	0	1	0	0	0
8	1	1	0	1	1	1	0	1	1
9	1	1	0	1	1	0	1	0	0

Рис. 31

станет ложной на А.

Найдем все импликативные детерминированные закономерности для системы законов предметной области $I = \{0,..,9\}$. Получим 3 743 закономерности, найденные программой в таблице 1.

Далее для каждого класса выделим закономерности, которые на нем выполняются. Например, для цифры 2 будет выполнено 529 закономерностей.

По таблице (набор значений признаков) и набору закономерностей можно получить закономерную модель класса. Выделим для каждого класса минимальные определяющие совокупности.

Для двойки это будет, например, совокупность $\{P_2, P_3\}$. Значения остальных признаков восстанавливается по следующим закономерностям:

$$\neg P_3 \& \neg P_2 \Rightarrow P_1,$$
$$\neg P_3 \& \neg P_2 \& P_1 \Rightarrow P_4 ,$$
$$P_4 \& \neg P_2 \& P_1 \Rightarrow \neg P_5 ,$$
$$\neg P_3 \& \neg P_2 \& P_1 \Rightarrow \neg P_6 ,$$
$$\neg P_6 \& \neg P_5 \& P_4 \& P_1 \Rightarrow P_7 ,$$
$$P_7 \& \neg P_3 \& P_1 \Rightarrow \neg P_8 ,$$
$$P_8 \& \neg P_6 \& \neg P_5 \& \neg P_2 \Rightarrow P_9 ,$$

Как уже упоминалось, определяющие совокупности выделяются не единственным образом. Например, $\{P_5, P_7\}$ тоже будет определяющей совокупностью, для которой значения остальных признаков восстанавливается по следующим закономерностям:

$$P_7 \Rightarrow P_1 ,$$
$$P_7 \& \neg P_5 \Rightarrow \neg P_2 ,$$
$$P_7 \& \neg P_5 \Rightarrow P_4 ,$$
$$P_4 \& \neg P_2 \& P_1 \Rightarrow \neg P_3 ,$$
$$\neg P_3 \& \neg P_2 \Rightarrow P_9 ,$$
$$P_4 \& \neg P_2 \Rightarrow \neg P_6 ,$$
$$P_9 \& \neg P_6 \& P_4 \Rightarrow \neg P_8 .$$

Глядя на закономерности видно, что в порождающих $\{P_5, P_7\}$ закономерная модель двойки проще. Она будет выглядеть следующим образом: $M_2 = \langle \Omega_2, Z_2 \rangle = \{\{1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1\}, \{P_7, \neg P_5, P_7 \Rightarrow P_1, P_7 \& \neg P_5 \Rightarrow \neg P_2, P_7 \& \neg P_5 \Rightarrow P_4, P_4 \& \neg P_2 \& P_1 \Rightarrow \neg P_3, \neg P_3 \& \neg P_2 \Rightarrow P_9, P_4 \& \neg P_2 \Rightarrow \neg P_6, P_9 \& \neg P_6 \& P_4 \Rightarrow \neg P_8\}\}$. По минимальной определяющей совокупности каждой цифры мы можем построить ее закономерную модель.

Перейдем к построению закономерной модели систематики. Ее закон Z_5 представим в виде таблицы, в каждой строке которой стоят название классов и значения признаков. Для выбора минимальной определяющей совокупности систематики, рассмотрим различные сочетания определяющих совокупностей классов.

Максимальная по количеству признаков минимальная определяющая совокупность у цифры 8 (минимальное количество признаков 3). Значит, определяющая совокупность систематики состоит не меньше чем из трех признаков. Минимальные определяющие совокупности классов не всегда позволяют выявить минимальную совокупность систематики. Например, минимальные определяющие совокупности цифры 3 это $\{P_3, P_7\}$, $\{\neg P_4, P_7\}$, тогда как определяющие совокупности, состоящие из трех признаков, для этого же класса не содержат 7-го признака. Следовательно, стоит рассматривать не только все определяющие совокупности длины 2, но и определяющие совокупности длиной не более 3 признаков для каждого класса.

Так как $2^3 = 8$ меньше, чем число классов, то трех признаков будет недостаточно для однозначного восстановления класса. Поэтому рассматриваем все возможные комбинации из четырех признаков. В результате получим, что минимальная определяющая совокупность признаков для систематики это $\{P_4, P_5, P_6, P_7\}$ (см. таблица 12). В этом случае она определяется единственным образом.

Систематика для классов цифр индекса – это закон систематики пред-

Таблица 12

Систематика цифр

0	1	0	1	0	$\{P_4, P_5, P_6\}$
1	1	0	0	0	$\{P_5, P_6, P_7\}$
2	1	0	0	1	$\{P_5, P_7\}$
3	0	1	0	1	$\{P_4, P_7\}$
4	1	1	0	0	$\{P_4, P_5, P_6, P_7\}$
5	0	1	0	0	$\{P_4, P_6, P_7\}$
6	0	1	1	0	$\{P_4, P_5, P_6\}$
7	0	0	1	0	$\{P_4, P_5\}$
8	1	1	1	0	$\{P_4, P_5, P_6\}$
9	1	1	0	1	$\{P_4, P_5, P_7\}$

ставленный в таблица 12, а так же наборы закономерностей для каждого класса и набор признаков класса.

По значениям признаков определяется класс. А далее, с помощью минимальных совокупностей, для каждого класса по закономерностям восстанавливаются значения всех остальных признаков.

§ 79. Применение в биоинформатике

Предложен принципиально новый подход к построению классификаций нуклеотидных последовательностей на основе понятия «естественной» классификации. «Естественная» классификация базируется на принципе: объекты одного класса должны подчиняться одной группе закономерностей, объекты разных классов – разным группам закономерностей. На этом принципе разработан метод построения классификации, алгоритм и программная система *GeneNatClass*.

Разработан метод построения классификации, алгоритм и программная система *GeneNatClass*, позволяющая выделять «естественные» классы подпоследовательностей – мотивы.

В настоящее время известно много принципов построения классификаций: на основе гипотезы компактности и различных мер близости в некотором пространстве, по сходству с эталонами, по суперцелям, по различным критериям качества классификации и функционалам качества, разделения смесей распределений и другие.

Однако эти подходы, как правило, не дают устойчивых законоподобных результатов. Поэтому их надо использовать осторожно, четко понимая ограничения в выводах, которые можно делать на основе этих классификаций.

В отличие от упомянутых классификаций, цель «естественной» классификации состоит в познании предметной области и выявления тех скрытых, латентных отношений, понятий и закономерностей, которые важны для построения теории предметной области и обладают предсказательной силой. В этом смысле, «естественной является та, и только та классификация, которая выражает закон природы» [46] и обеспечивает:

– предсказание максимума свойств объекта по его месту в классификации;
– максимум общих утверждений о каждом классе;
– сохранение структуры классов при смене классификационных признаков;
– объективность, надежность, прогностическая сила.

Конструктивный критерий «естественной» классификации предложен в работе [14]: «Разбиение объектов на классы должно производиться в соответствии с закономерностями, которым удовлетворяют объекты. Точнее,

объекты одного класса должны подчиняться одной группе закономерностей, а объекты разных классов разным группам закономерностей. Объекты одного класса также должны обладать некоторой целостностью. Целостность – взаимная согласованность закономерностей каждой группы по взаимопредсказанию свойств объектов. У групп закономерностей могут быть, кроме того, общие закономерности, устанавливающие связь признаков объектов из разных классов».

Множества закономерностей каждого класса выявляют закономерную структуру объектов класса. Как показано в работе [29], закономерная структура точно отражает процесс идеализации, поэтому саму эту структуру мы называем идеальным объектом класса, а процедуру классификации – идеализацией.

Метод «естественной» классификации [14] можно разбить на следующие этапы:

– представление первичных знаний и формирование обучающей выборки;
– формализация различных типов отношений, важных с точки зрения эксперта для описания выделенных объектов;
– построение признакового пространства объектов. Построение переменных высшего порядка через примитивные переменные;
– обнаружение закономерностей;
– опецификация системы вложенных *Rule Types*;
– генерация различного вида статистических гипотез на основе *Rule Types* и проверка их на обучающей выборке; поиск закономерностей, значимых для распознавания различных типов объектов;
– поиск всех закономерных структур (идеальных объектов) классов.

В качестве исходных данных используются нуклеотидные последовательности. Для того чтобы построить обучающую выборку, необходимо задать спецификацию объектов и их свойств. Множество признаков, измеренных на этих объектах, определяет различные отношения между нуклеотидами, их позициями, отрезками последовательностей или полными нуклеотидными последовательностями и т. д.

Под закономерностью в нуклеотидных последовательностях мы понимаем такое сочетание нескольких нуклеотидов в различных позициях, при котором наблюдаются значительные увеличения распределения частот встречаемости целевого нуклеотида.

Необходимо сразу же отметить, что метод обнаружения закономерностей в качестве обучающей выборки требует матрицу объект-признак. Нуклеотидные последовательности превращаются в матрицу объект-признак следующим образом. Расположим исходные последовательности друг над другом, каждую в отдельной строке матрицы. При

этом первый столбец будет образован стартовыми нуклеотидами всех последовательностей, второй столбец – вторыми нуклеотидами и т.д. Значение внутри клетки этой матрицы соответствует коду нуклеотида: 1 – A, 2 – T, 3 – G, 4 – C. В этом случае набор последовательностей преобразуется в матрицу, содержащую столько строк, сколько последовательностей в обучающей выборке.

Для поиска закономерностей в качестве целевого признака мы перебираем все столбцы матрицы по порядку. Закономерность, кроме целевого признака, содержит один или более признаков, образующих посылку закономерности. Посылка играет роль фильтрующего запроса, который выбирает из исходной таблицы только те строки, в которых все признаки посылки совпадают с таковыми в таблице. Правда, необходимо заметить, что слово «совпадают» надо понимать в несколько расширенном смысле, так как наряду с положительными значениями признаки посылки могут принимать и отрицательные. В этом случае совпадение фиксируется, если признак в таблице принимает любое другое значение, за исключением нуля.

В общем случае множество признаков, значения которых определены для конкретных объектов, может меняться. Формально такие данные можно представить в виде XML описания или множества реляционных таблиц.

Алгоритм обнаружения закономерностей. Для обнаружения закономерностей используется реляционный подход к *Data Mining* методам [121], апробированный в системе *Discovery*, позволяющей обнаруживать и проверять практически любые типы гипотез в языке первого порядка. Система вложенных *Rule Types* реализует стратегию все более точного и детального анализа теории предметной области. Этот подход позволяет: 1) обрабатывать данные любого типа, измеренные в любых шкалах (частичного порядка, решеток, наименований, порядка, лог-линейных, древовидных, сетей, графов и т. д., а также смеси всех этих величин); 2) обнаруживать законоподобные правила в условиях шумов и малых обучающих выборок.

Простейшие закономерности на символьных последовательностях имеют вид

$$\textbf{ЕСЛИ } (\mathrm{Pos}_{i1}(\boldsymbol{\alpha}) = \{A \mid T \mid G \mid C\})^{\varepsilon 1} \& \ldots \& (\mathrm{Pos}_{ik}(\boldsymbol{\alpha}) = \{A \mid T \mid G \mid C\})^{\varepsilon k},$$
$$\textbf{ТО } (\mathrm{Pos}_{i0}(\boldsymbol{\alpha}) = \{A \mid T \mid G \mid C\})^{\varepsilon 0}, \qquad (1)$$

где $(\mathrm{Pos}_{ij}(\boldsymbol{\alpha}) = \{A \mid T \mid G \mid C\})^{\varepsilon j}$ означает, что в позиции ij объекта $\boldsymbol{\alpha}$ находится (при $\varepsilon_j = 1$) или не находится (при $\varepsilon_j = 0$) одно из значений $\{A \mid T \mid G \mid C\}$. Обозначим посылку правила (1), стоящую после условия ЕСЛИ, через Premis(**£**).

Реляционный подход к *Data Mining* методам означает применение стратегии все более точного и детального анализа данных путем сколь угодно сложного уточнения проверяемой гипотезы. Например, для сим-

вольных последовательностей гипотезы могут включать дополнительные признаки принадлежности нуклеотидов некоторому району, специфические или допустимые расстояния между нуклеотидами, свойства самих нуклеотидов и т. д. [33].

В качестве целевого признака закономерности перебираются все признаки объектов. Посылка (Premis) играет роль фильтрующего запроса, который выбирает из выборки те объекты, в которых все признаки посылки имеют значения указанные в закономерности. Чтобы измерить силу закономерности, мы сравниваем условное распределение значений целевого при выполнении всех посылочных признаков с распределением значений целевого признака на всех объектах. Чем сильнее закономерность, тем больше отклонение условного распределения значений целевого признака от исходного. Одним из простейших способов измерения такого отклонения является статистика χ^2. Мы используем ее в варианте так называемого нормированного $Z\chi^2$-отклонения:

$$Z_{\chi^2_{i_0}} = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{5} \qquad \chi^2_{i_0} = \sum_{k=1}^{2}\sum_{j_0=1}^{4}\frac{(N_{kj_0} - E_{kj_0})^2}{E_{kj_0}}$$

N – всего строк в таблице; N_k – число строк в таблице, где выполняется (k = 1), не выполняется (k = 2) посылка; N_{j0} – число строк в таблице, где встречаются значения целевого признака $j_0 \in \{ATGC\}$; $E_{kj0} = N_k N_{j0} / N$ – ожидаемое значение N_{kj0} при условии независимости k и j_0; N_{kj0} – число строк в таблице, где одновременно встречаются значения k и j_0.

Проверка вероятностных неравенств (2) осуществляется данным $Z\chi^2$-отклонением. Поиск закономерностей производится путем постепенного наращивания посылки закономерности на один признак за каждый шаг. При этом удлиненная посылка обязана давать более сильную закономерность, чем короткая.

Построение идеальных объектов. Следующий этап анализа нуклеотидных последовательностей – построение идеальных образов реальных последовательностей. Если объекты класса обладают некоторой целостностью, то она проявится в структуре закономерных связей, связывающих части / признаки объекта в единое целое. Структура закономерных связей и будет определять связь частей / признаков объекта в единое целое.

Процедура идеализации сводится к тому, что мы, используя все закономерности, дополняем описание реального объекта дополнительными значениями признаков, которые с высокой вероятностью предсказываются по остальному набору признаков и сами хорошо предсказываются имеющимися, и, наоборот, удаляем те, которые не вписываются в общий ансамбль. Эта процедура продолжается до тех пор, пока не будут включены

все необходимые значения и не будут отсеяны все случайные. Эта процедура регулируется критерием взаимосогласованности закономерностей, который при каждом шаге должен строго увеличиваться.

Программно процесс идеализации организован следующим образом: для некоторой реальной последовательности создается матрица M, содержащая столько строк, сколько нуклеотидов в последовательности, и 4 столбца, по одному для A, T, G и C. Просматривается все множество закономерностей R. Каждая применимая к последовательности закономерность прибавляет свои 4 предсказания в виде $Z\chi^2$-отклонений (для A, T, G и C) в 4 ячейки той строки, которая соответствует целевому признаку закономерности. Если одно или больше из этих четырех значений содержатся в последовательности, то суммарный критерий самосогласования получает вклад, равный сумме предсказаний ($Z\chi^2$-отклонений) этих значений (и только этих значений). Если же значение входит в последовательность с отрицательным знаком, то и соответствующий вклад тоже берется с минусом. Вхождение с отрицательным знаком означает, что в данной последовательности соответствующего нуклеотида быть не должно. Ноль означает, что данный нуклеотид просто не входит в последовательность, но при этом не требуется его отсутствие.

Определим последовательности, являющиеся *идеальными объектами классов*. Для этого введем критерий взаимной согласованности закономерностей по предсказанию на этих объектах:

$$\Gamma(\mathrm{M}) = \qquad \sum_{R}\sum_{j_0=1}^{4} \mathrm{Z}_{\chi^2_{i_0}}\,\delta(i_0, j_0)$$

где R – множество закономерностей, $\delta(i_0, j_0) = 1$ (-1), если в текущей позиции i_0 последовательности состояние нуклеотида j_0 = {A | T | G | C} совпадает (не совпадает при –1) со значением(ми) в самой последовательности.

Определение 38. *Идеальным объектом* класса будем называть такой набор нуклеотидов <{A | T | G | C}{A | T | G | C}…{A | T | G | C}>, для которого критерий Г(M) имеет локальный максимум (при удалении, добавлении любого из значений в этом наборе значение критерия строго уменьшается). Запись {A|T|G|C} означает, что на некотором месте идеального объекта может быть один или несколько нуклеотидов из указанных в фигурных скобках.

Разработана программная система *GeneNatClass*, реализующая описанный выше подход к построению «естественных» классификаций. Разработанная система апробирована на задачах классификации сайтов сплайсинга и сайтов связывания транскрипционных факторов и показана ее эффективность.

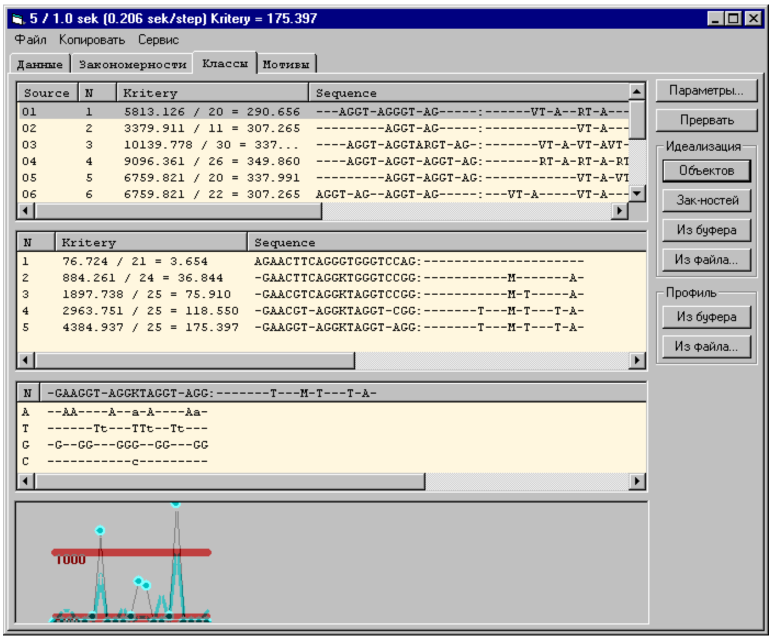


Рис. 32

Чтобы измерить силу закономерности, мы сравниваем распределение значений целевого признака в таблице, просеянной сквозь сито посылочных признаков, с распределением значений того же целевого признака в исходной таблице данных. Чем сильнее закономерность, тем больше отклонение условного распределения от исходного. Одним из простейших способов измерения такого отклонения является статистика Хи-квадрат. Мы ее и используем, но только в варианте нормированного, так называемого Z-отклонения.

Что касается процедуры поиска и отбора закономерностей, то она устроена по принципу естественного отбора – выживания наиболее приспособленных, в данном случае наиболее сильных закономерностей. Для этого в программе выделяются три коллектора ограниченных размеров для хранения двух промежуточных и одного конечного массива закономерностей. Причем эти коллекторы сортируют вставляемые в них закономерности, так что наиболее сильные всегда оказывались наверху, выталкивая из коллектора наиболее слабые. Z-отклонение самой слабой в коллекторе закономерности является автоматически настраиваемым

значением критерия, который определяет порог сохранения наиболее приспособленных.

Следующий этап анализа нуклеотидных последовательностей – построение идеальных образов реальных последовательностей. При этом идеальные образы появляются как результат вероятностного логического вывода из реальных последовательностей. Правила логического вывода, которым следует метод естественной классификации, – это не что иное как тот самый набор наиболее сильных закономерностей, что возникли на предыдущем шаге алгоритма.

Процесс превращения реальной последовательности в ее идеальный образ протекает по шагам, заканчиваясь в том момент, когда никакое точечное изменение последовательности уже не приводит к увеличению критерия самосогласования закономерностей. Критерий самосогласования закономерностей фиксирует, насколько хорошо предсказываются отдельные нуклеотиды в текущей последовательности по остальным нуклеотидам той же самой последовательности. В процессе идеализации создается матрица, содержащая столько строк, сколько нуклеотидов в последовательности, и четыре столбца, по одному для A, T, G и C. Каждая применимая к текущей последовательности закономерность прибавляет свои четыре предсказания в виде Z-отклонений (для A, T, G и C) в четыре ячейки той строки, которая соответствует целевому признаку. Если одно или больше из этих четырех значений входят в текущую последовательность, то суммарный критерий самосогласования получает вклад, равный сумме предсказаний для всех этих значений. Если же значение входит в последовательность с отрицательным знаком, то и соответствующий вклад тоже берется с минусом. Вхождение с отрицательным знаком означает, что в данной последовательности соответствующего нуклеотида быть не должно. Интерфейс программы естественной классификации приведен на Рис. 32. Программа применялась для классификации донорных сайтов сплайсинга. Были обнаружены закономерности и классы, представленные в третьем окне интерфейса программы.

ГЛАВА 9. ПРИНЦИПЫ РАБОТЫ МОЗГА И МОДЕЛИ КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ

§ 80. Принципы и основания естественно-научных теорий.

***Теории и принципы*. *Метод исследования*.** Зададимся вопросом, каким образом можно разобраться в огромной совокупности различных теорий, занимающихся исследованиями работы мозга? Так как работа мозга многогранна, то в различных теориях она описывается с различных точек зрения, в разных системах понятий и поэтому эти теории, как правило, несовместимы между собой. Например, такая ситуация имеет место для теорий восприятия. Достаточно образно она выражена А. Д. Логвиненко, в предисловии к переводу книги [40]: «Первое знакомство с теориями восприятия производит обескураживающее впечатление. Прежде всего, ошеломляют обилие теорий, их эклектическая пестрота и порой почти полная несовместимость. Тех, у кого достанет терпения разобраться в этом чудовищно запутанном нагромождении идей, подходов, направлений и т. п., ожидает еще один сюрприз. Оказывается, что никакой теории восприятия нет, и никогда не было. Были более или менее удачные идеи, но не было ни одной достаточно развитой теории».

Теории различны по вполне естественным причинам: у них различны системы понятий, определяющие как бы «срез», «точку зрения», сквозь которую рассматривается объект исследования; у них различны априорные предположения; различны методы исследования и используемые вспомогательные теории и методы и т. д. Все это составляет исходный *базис естественно-научной теории (парадигму)*, определяющую предмет исследования, дальнейшие направления исследований и начальную естественно-научную теорию. Дальнейшее развитие естественнонаучной теории осуществляется в рамках данной парадигмы и состоит в уточнении и развитии этого базиса: выдвигаются и проверяются новые гипотезы, формулируемые в системе понятий; развивается теория добавлением подтвержденных гипотез; делаются и экспериментально проверяются новые следствия теории и т. д. После накопления достаточного количества фактов делаются обобщения в виде новых *постулатов, принципов, аксиом, уравнений* и т. д. Эти обобщения, как правило, делаются одновременно с введением новых достаточно абстрактных понятий (теоретических терминов). Процесс обобщения доходит в результате до достаточно абстрактных и, как правило, простых постулатов, принципов, аксиом или уравнений, из которых могут выводиться все остальные или основные утверждения теории. Такие обобщения мы будем называть *принципами.*

Принципами теории будем называть такие наиболее общие утверждения теории, из которых вытекают все остальные наиболее важные утверждения этой теории, т. е. принципом может быть только такое общее утверждение (постулаты, аксиомы, уравнения) теории, из которого выводится почти вся теория. Если теория выводится из некоторого принципа, то такую теорию будем называть *теорией-принципом*.

Традиционно считается, что теория, развивающаяся в рамках некоторой парадигмы, является теорией («картиной», «срезом») своего базиса как предмета исследований. При этом также считается, что принципы теории являются принципами строения этого предмета исследований. Но это не совсем так. Как правило, точный анализ принципа (в частности, математический) вступает в противоречие с базисом теории, и это не случайно. Дело в том, что в принципах теории удается подняться над теми частностями в предположениях, методах исследования, используемом аппарате и т. д., которые были сделаны в процессе создания теории, и тем самым приблизиться к истине. В психологии, например, хорошо известно, что восприятие осуществляется от целого к частному. Восприятие деталей и частностей направляется и корректируется восприятием целого. То же самое происходит и с теориями. Если теория развилась до теории-принципа, то последняя ближе к «истине». Теоретические понятия, для того и вводятся в теорию, чтобы углубить «точку зрения», «картину» объекта исследования и проникнуть в глубь него, в его суть. Если при этом основания (базис) теории вступает в противоречие с теорией-принципом, то надо менять основания, а не принципы. Однако никто не считает (за редчайшим исключением), что принципы важнее оснований, поэтому найденное противоречие не принимается научным сообществом, так как это требует пересмотра оснований и, значит, существующей парадигмы. Но так как почти все считают, что существующая парадигма важнее принципов и ее пересмотр – это целая «научная революция», то такой результат (вывод теории-принципа) рассматривается просто как *парадокс*, которому не придают должного значения. Можно показать на множестве примеров, что надо действовать как раз наоборот – пересматривать основания исходя из результатов анализа принципа. Такой пересмотр действительно будет «*научной революцией*», но проведенной в направлении приближения к истине. Такой путь развития теории, когда ищутся принципы, потом выводиться теория-принцип, а затем производится «научная революция», путем пересмотра оснований, был бы регулярным методом развития теории, включающим, как развитие теории в рамках одной парадигмы, так и смену парадигм.

Примерами принципов в физике является принцип феноменологической симметрии Ю. И. Кулакова, из которого выводятся практически все

фундаментальные физические законы, классификация физических законов и физические величины. Этот вывод требует пересмотра определений целого ряда физических понятий. В математике таким принципом является понятие задачи (включающее не только определение Задачи, но и требования к ней), сформулированное Ю. Л. Ершовым и К. Ф. Самохваловым, из которого вытекает новый взгляд на основания математики и необходимость пересмотра программы Д. Гильберта обоснования математики.

Теперь можно сформулировать *метод исследования*, который позволит найти принцип работы мозга.

Теории-принципы обладают одним важным свойством: они позволяют устанавливать *концептуальные мосты* между теориями-принципами. Если для теории-принципа ее принцип интерпретируем в системе понятий некоторой другой теории, то и вся теория-принцип интерпретируема в системе понятий этой теории и тем самым устанавливается концептуальный мост между этими двумя теориями. Если принципы двух теорий-принципов выражают некоторое общее ключевое понятие или принцип, то в этом случае как принципы, так и теории взаимно интерпретируемы или одна из теорий «вложима» в другую. Это позволяет осуществлять *синтез различных теорий через их принципы*, что невозможно сделать, как мы покажем на множестве примеров, используя только исходные теории.

Прийти к пониманию *принципа работы мозга* можно только путем синтеза различных теорий через их принципы. При этом сначала следует выделить соответствующие принципы в рассматриваемых теориях, если они не выделены. Затем привести эти теории к теориям-принципам с взаимно интерпретируемыми принципами. Если после выделения некоторого принципа он поддается формализации, то мы получаем интерпретацию принципа в некоторой математической теории. В этом случае формализуется не только принцип, но и вся теория-принцип путем математического анализа принципа и получения всех следствий из него (всей теории). Математическая теория-принцип путем обратной интерпретации в исходную теорию может быть проверена на адекватность предложенной формализации, что предъявляет значительно более сильные требования к формализации, чем обычные формализации в исходных теориях, проводимые в рамках некоторой парадигмы. Как показывают единичные существующие примеры, построение математической теории-принципа – дело очень не тривиальное. Поэтому с этой точки зрения наука находиться еще только в начале своего развития. Фактически такой путь исследования пока не осознан и данная работа является попыткой его демонстрации и обоснования его важности.

Как показывает исследование принципов работы мозга, синтез различных теорий-принципов вместе с их формализациями в виде математиче-

ских теорий-принципов может осуществляться путем синтеза пар принципов вместе с их математическими теориями. В синтезированной формальной теории исходные теории являются подтеориями. В синтезированную формальную теорию могут вкладываться не только исходные теории, но и некоторые другие теории-принципы вместе с их формальными теориями, принципы которых интерпретируемы в этой теории. Синтез любых двух принципов даст нам более полный принцип работы мозга, который будет включать в себя интерпретацию и некоторых других теорий. Синтезируя далее другие теории-принципы, мы получим еще более точный и развернутый принцип работы мозга. Данный путь исследования и предпринят нами для нахождения принципа работы мозга, и он, как представляется, является единственным, по которому его можно найти.

Принципы работы мозга [21–24]. ***Целеполагание [22].*** В работе [45] было показано, что существующие проблемы в основаниях математики (программа Гильберта обоснования математики) связаны с отсутствием понятия *задача*. В этой работе показано, что рассмотрение математических исчислений самих по себе недостаточно. Их необходимо рассматривать вместе с классами Задач, для решения которых они необходимы: «одна и та же теория как математическое исчисление содержательно будет иметь разные множества осмысленных высказываний, если она предназначена для обработки разных классов задач». Поэтому понятие «задача» является необходимым элементом рассмотрения любой математической теории и в этом смысле является их принципом рассмотрения: «Иными словами, математическая теория рассматривается просто как «резервуар» для более «бедных» формальных систем, по отдельности «извлекаемых» из всей теории в зависимости от той или иной имеющейся задачи». Таким образом, мы имеем принцип рассмотрения и применения математических исчислений. Этот принцип в работе [Там же] формализован и математически проанализирован. Задача осмысленна только тогда, когда есть критерий ее решенности. В математических теориях таким критерием обычно считается наличие доказательства решения задачи. Но мы в состоянии применить этот критерий только тогда, когда в рамках самой формальной системы мы имеем одновременно доказательство решения задачи и возможность убедиться средствами самой этой системы, что данное доказательство действительно является решением задачи. В работе [Там же] доказано, что только в «слабых» формальных системах мы в состоянии средствами самой формальной системы всегда определить является ли некоторый текст доказательством решения некоторой задачи или нет. Тем самым только в «слабых» формальных системах доказательство решения задачи может быть критерием ее решенности и осмысленности. Более подробно это рассматривается в § 2.

Установим *концептуальный мост* между математическими теориями и теорией функциональных систем работы мозга П. К. Анохина. Можно заметить, что обобщением понятия задача, является понятие «цель». *Цель нельзя достичь, не имея критерия ее достижения*, иначе всегда можно считать, что она уже достигнута. Когда цель достигнута, мы имеем результат достижения цели – ситуацию, когда критерий достижения цели удовлетворен. Понятие «результат» является главным в теории функциональных систем работы мозга. Как отмечает П. К. Анохин, отсутствие понятия результата как критерия достижения цели является большим пробелом в исследованиях: «Пожалуй, одним из самых драматических моментов в истории изучения мозга как интегративного образования является фиксация внимания на самом действии, а не на его результатах... мы можем считать, что результатом «хватательного рефлекса» будет не само хватание как действие, а та совокупность афферентных раздражений, которая соответствует признакам «схваченного» предмета (результата действия)» [78; с. 27]. На понятии результата и иерархии результатов, достигаемых в процессе целенаправленного поведения, основана вся теория функциональных систем П. К. Анохина и его школы. Задача любого организма – это достижение определенных результатов в целенаправленном поведении. Таким образом, через понятия «задача» и «цель» устанавливается концептуальный мост между понятием «задача» в математических теориях и теорией функциональных систем. Взаимная интерпретация этих теорий осуществляется в § 2. Формальной моделью работы мозга, вытекающей из этой интерпретации, является последовательность и иерархия «слабых» формальных систем.

***Принципы работы мозга*. *Принцип Предсказания [23–24]*.** Физиологическим понятием, соответствующим понятию предсказания, является понятие «вероятностное прогнозирование», введенное Фейгенбергом и использованное П. В. Симоновым в информационной теории Эмоций. В работе [75] П. В. Симонов следующим образом подводит итог своих исследований: «Суммируя результаты собственных опытов и данные литературы, мы пришли … к выводу о том, что эмоция есть отражение мозгом человека и животных какой-либо актуальной **потребности** (ее качества и величины) и **вероятности** (возможности) ее удовлетворения... ». Понятия вероятностного прогнозирования и вероятности являются главными в теории эмоций П. В. Симонова. На них построена вся теория, и в этом смысле они являются принципами этой теории.

Предсказание является термином философской логики. В § 33 показано, что существующие формализации понятия предсказания не адекватны и приводиться новая формализация предсказания. Тем самым понятие предсказания, с одной стороны, через понятие вероятностного прогнози-

рования имеет физиологическую интерпретацию в информационной теории эмоций П. В. Симонова, а с другой стороны, формально исследовано в § 28–§ 43. Это устанавливает *концептуальный мост* между формализацией предсказания и информационной теорией эмоций П. В. Симонова. Используя этот концептуальный мост и физиологическую интерпретацию понятия предсказания, мы получаем интерпретацию понятия предсказания не только в теории эмоций П. В. Симонова, но и в теории функциональных систем работы мозга П. К. Анохина. Это дает возможность дать физиологическое объяснение роли предсказания в деятельности мозга.

В § 85 сначала на неформальном уровне оба принципа – целеполагания и предсказания – синтезируются в один – главный принцип работы мозга. Он состоит в том, что главная движущая сила любого целенаправленного поведения – эмоции – двухпараметричны. Они зависят как от эмоциональной оценки достигаемого результата, так и от вероятностной оценки самой возможности достижения результата. Это отражено, например, в приведенном выше высказывании П. В. Симонова, где первым параметром является эмоциональная оценка потребности, которая в точности является внутренней постановкой цели огранизма, достигаемой через внешнюю целенаправленную деятельность, а вторым параметром вероятность ее достижения.

Синтез двух принципов и его интерпретация в двух физиологических и двух математических теориях позволяет вывести новую формальную модель нейрона (разд. 4) и формальную модель работы мозга на нейронном уровне (разд. 5). Полученная модель позволяет объяснить те свойства теории функциональных систем П. К. Анохина (разд. 5), которые остались необъясненными на основании принципа целеполагания.

§ 81. Понятия задачи, цели и результата.

Анализ понятия «задача» начинается в [45] с анализа понятия желания. Несмотря на то что рассуждения в приводимой ниже цитате могут показаться слишком общими, математический результат, полученный в этой работе, является непосредственной и точной формализацией приведенных ниже рассуждений, что и приводит к пересмотру оснований математики.

«Я хочу пить» – что это значит? Нет, конечно, никакой ошибки полагать, что слова «я хочу пить» означают просто вот *это*, где *это* – определенное состояние сознания, которое я переживаю сейчас и которое я именую жаждой. Но тогда возникает новый вопрос: как ощущение жажды (хотения) связано с фактическим питьем (удовлетворением хотения)? Откуда я знаю, что удовлетворить жажду можно питьем? Содержится ли в самом переживании жажды сознание того, чем эту жажду можно удовлетворить? Вполне вероятно, что ощущение жажды как-то включает в себя вообра-

жаемую картину питья. Но тогда каким образом воображаемое питье содержит информацию о фактическом питье? Ведь как бы сильно не походила воображаемая картина на факты, все равно в фактическом питье что-то должно быть такое, чего недоставало в воображаемом; и это отсутствующее в воображении нечто и есть в данном случае самое существенное. Иначе мы могли бы утолить жажду сразу – одним воображением... Возникает убеждение, что и вообще: удовлетворение любого желания – новость. Причем в чем-то самом существенном – абсолютная новость, эмпирический постфактум, который ни в коем случае не был дан заранее. А вместе с тем столь же несомненно, что, когда я хочу не просто чего-то «новенького вообще», а хочу чего-то определенного; что, следовательно, это «чего-то» каким-то образом предопределяется характером ощущения желания, не будучи данным мне до тех пор, пока я только хочу и еще не удовлетворил свое хотение... *Знать желание не означает знать желаемое, а означает знать способность узнать желаемое*, как только этому представится случай. Иными словами, вы понимаете какое-либо свое желание (а не просто «томитесь» им) только тогда, когда этому желанию вы сопоставили чувство уверенности в том, что любое будущее состояние сознания вы сумеете убедительным и безошибочным образом распознать как состояние удовлетворения желания или состояние неудовлетворения... Хотя (следует еще раз подчеркнуть) при этом я не обязательно знаю, *чем* это утоление будет достигнуто. По прошлому опыту ожидаю, что водой, но, быть может, какая-нибудь таблетка тоже утолит мою жажду» [45].

Полученный в [Там же] вывод о том, что «знать желание не означает знать желаемое, а означает знать способность узнать желаемое» позволяет сформулировать понятие задачи: «Любую задачу можно мыслить себе в терминах: «Я хочу знать...»...Поэтому задача – частный случай желания и все сказанное о последнем относится также и к ней. А именно мы понимаем задачу только тогда, когда ей сопоставили обоснованное чувство уверенности в том, что всякое состояние нашего сознания мы сумеем убедительным и безошибочным образом распознать как такое, когда решение найдено, или как такое, когда решение не найдено» [Там же]. Заметим, что если последнее условие не выполнено, то задача не требует решения, так как тогда любое состояние сознания можно считать решением.

Предположим, что у нас есть некоторый текст. Представляет ли он собой «убедительное и безошибочное» изложение решения задачи? В математических теориях принято считать, что «обоснованное чувство уверенности» в том, что изложение решения задачи действительно является ее решением должно возникать только тогда, когда это изложение является доказательством решения задачи**.** Доказательство позволяет ввести формальный критерий наличия решения задачи для «распознавания, когда ре-

шение найдено или не найдено». Поэтому мы имеем *математическую задачу* только тогда, когда у нас есть обоснованное чувство уверенности в том, что всякое состояние нашего сознания мы сумеем убедительным и безошибочным образом распознать, как такое когда мы имеем доказательство решения задачи или у нас отсутствует доказательство решения задачи. Предположим, что наши состояния сознания вместе с доказательствами можно формализовать в рамках некоторой формальной системы S. Зададимся вопросом: позволяет ли эта формальная система для любого текста средствами самой формальной системы S определить, является ли он доказательством решения задачи или нет? Если такая формальная система существует, то это означает, что она может служить формальной моделью для постановок и решения математических задач. Этот вопрос и был формально проанализирован в [45]. Было доказано, что только в «слабых» формальных системах мы в состоянии средствами самой формальной системы всегда определить, является ли некоторый текст доказательством решения некоторой задачи или нет.

Понятие задачи позволило ее авторам сформулировать новый подход к основаниям математики, состоящий в радикальном изменении программы Гильберта обоснования математики. Опишем кратко, в чем, по мнению авторов, должен состоять пересмотр программы Гильберта: «Как известно, Гильберт считал, что, вообще говоря, не все высказывания какой-либо математической теории имеют смысл. При этом неявно он предполагал, что разбиение множества всех высказываний рассматриваемой теории на осмысленные («реальные») и бессмысленные («идеальные») вполне определяется видом самих высказываний и, следовательно, является фиксированным для всех теорий с одним и тем же синтаксисом и сигнатурой. *Согласно новой парадигме*, это разбиение на осмысленные и бессмысленные высказывания зависит не только от синтаксиса и сигнатуры рассматриваемой теории, но и от класса задач, с которым предназначается иметь дело этой теории. С этой точки зрения, одна и та же *теория как математическое исчисление* содержательно будет иметь разные множества осмысленных высказываний, если она предназначена для обработки разных классов задач. Иными словами, математическая теория рассматривается просто как «резервуар» для более «бедных» формальных систем, по отдельности «извлекаемых» из всей теории в зависимости от той или иной имеющейся задачи. Сама по себе, безотносительно к возможным задачам (и, следовательно, безотносительно к своей роли быть упомянутым «резервуаром»), теория не имеет практического значения, и поэтому не представляет самостоятельного интереса вопрос, противоречива она в целом или нет».

Но нас интересуют не только математические задачи. Рассмотрим еще раз формулировку понятия задачи: «Мы понимаем *задачу* только тогда,

когда ей сопоставили обоснованное чувство уверенности в том, что всякое состояние нашего сознания мы сумеем убедительным и безошибочным образом распознать как такое, когда решение найдено, или как такое, когда решение не найдено». Переформулируем понятие задачи так, чтобы не апеллировать к состояниям сознания. Будем говорить, *что задача осмысленна* тогда и только тогда, когда мы имеем *критерий решенности задачи*, в том смысле, что для каждого предполагаемого решения мы в состоянии всегда определить является ли оно решением или нет. Для математических задач таким критерием является возможность для любого текста определить: является ли он доказательством решения задачи или нет (это условие намного сильнее, чем просто предъявление доказательства).

После такой переформулировки, имеющей и самостоятельный интерес, уже нетрудно найти обобщение, связывающее ее с работой мозга. Можно заметить, что обобщением понятия задачи, является понятие цели. *Цель нельзя достичь, не имея критерия ее достижения*, иначе всегда можно считать, что она уже достигнута (поди проверь). Хотеть чего-то – частный случай цели. Целью является удовлетворение моего желания. Как мы увидим из теории функциональных систем, каждая потребность организма ставит перед ним цель – удовлетворить данную потребность, при этом критерий достижения цели фиксируется соответствующим рецепторным аппаратом.

Определим цель как некоторый критерий наличия. Мы ставим перед собой цель только тогда, когда определили некоторый критерий наличия и убедились, что этого наличия нет в данный момент. При таком определении цели сразу видно, что она бессмысленна без критерия наличия, так как без него мы не можем убедиться, что этого наличия нет уже сейчас и, значит, цель как то, чего нет сейчас, но чего мы хотели бы иметь, имеет смысл ставить перед собой. Такое определение цели позволяет определить результат достижения цели (решения задачи) как то, что удовлетворит критерий наличия, когда цель будет достигнута или задача решена. Между понятиями цели (задачи) и результата имеется следующая связь: результат получен, когда цель достигнута и «срабатывает» критерий наличия. Но когда цель (задача) ставится и она еще не достигнута, мы имеем цель (задачу), но не имеем результата. Далее понятия цели и задачи, стоящей перед организмом, будут пониматься как синонимы. Их различное употребление будет связано только с тем, что они часто ассоциируются с разными словами.

Определение цели *парадоксально* с точки зрения здравого смысла, так как критерий наличия принципиально не требует никаких дополнительных знаний о том как ее достичь. В частности, *можно определить цель, не определяя, ни как ее достичь, ни чем, ни когда*. Эту парадоксальность поня-

тия цели назовем *парадоксом цели*. Как мы увидим из теории функциональных систем, мозг при целенаправленном поведении постоянно действует в условиях парадокса цели, определяя, чем, как и когда можно достичь цели, часто не зная этого заранее, а зная только параметры конечного результата. Поэтому теория функциональных систем и есть теория работы мозга как системы достижения целей, т. е. основным принципом этой теории является принцип: мозг – целеполагающая система. Изложим далее теорию функциональных систем, показывая, во-первых, что понятие цели в нашем смысле лучше работает и объединяет такие понятия как потребность, результат и цель и, во-вторых, объясняя, как мозгу удается разрешать парадокс цели, определяя чем, как и когда можно достичь цели.

§ 82. Теория функциональных систем работы мозга.

Понятие цели является центральным в теории функциональных систем, где анализируется физиологический механизм цели, целеполагания и целенаправленной деятельности. Решение сложных задач осуществляется мозгом, согласно теории функциональных систем (ТФС), путем организации «доминирования целей», «иерархии результатов (целей)» и «моделей результатов».

П. К. Анохин также говорит о понятии задача: «Когда человек решил *задачу*, на каком основании он убежден, что решение правильно? Параметры правильности решения должны быть определены заранее, ведь неудачи коллег дали ему опыт «нерешенности» и позволили определить, что именно он будет считать решением. Следовательно, он не предвидел результата, но он предвидел, каким условиям должно удовлетворять решение» [3; с. 13]. Это определение схоже с формулировкой понятия задачи, приведенного в работе [45], но оно менее точно и не доведено до формального результата. Тем не менее, такое понимание задачи и введение понятия результата в физиологическую теорию является принципиальным достижением этой теории и выделяет ее среди всех остальных известных теории. Как мы увидим, это требует своей специальной системы понятий не рассматриваемой в других теориях. Как следует из приводимых ниже цитат, это понимают и сами авторы. (Будем выделять цитаты П. К. Анохина или других авторов, внутри цитат из [78] символом « # » .)

«Наиболее значительным, по нашему мнению, моментом (в истории развития понятия функциональной системы. – *Е. В.*) является формирование понятия “*результат действия*” (в 1966 г.). П. К. Анохин теперь уже пишет о результатах действия как о самостоятельной физиологической категории» [78; с. 27].

«#Пожалуй, одним из самых драматических моментов в истории изучения мозга как интегративного образования является фиксация внимания

на самом действии, а не на его результатах... мы можем считать, что результатом “хватательного рефлекса” будет не само хватание как действие, а та совокупность афферентных раздражений, которая соответствует признакам “схваченного” предмета (результат действия)#» [78; с. 27].

Заметим, что именно так понимаемый результат действия является признаком достижения цели – схватить предмет, а критерием достижения цели является «совокупность афферентных раздражений, соответствующая признакам схваченного предмета» [78; с. 28]. Следовательно, понятие результата действия физиологически фиксирует критерий достижения цели и тем самым критерий решения организмом некоторой задачи. Драматическая ситуация в изучении мозга, о которой пишет П. К. Анохин, продолжается до сих пор, так как никакая другая теория, кроме теории функциональных систем, не исследует механизмы достижения результата. Тот факт, что все исследователи фиксируют внимание на самом действии, а не на его результатах, еще раз говорит о парадоксальности понятий задачи и цели для здравого смысла. Заметим также, что под действием нужно пониматься любое действие, в том числе перцептивное (включая движения глаз, настройку хрусталика и т. д.), т. е. любые действия, которые инициируются активностью мозга.

Кратко изложим теорию функциональных систем по монографии [78] в которой подводится итог работ П. К. Анохина и его школы. Прежде всего рассмотрим, каковы физиологические механизмы постановок целей организмом. Здесь наблюдается любопытная аналогия между физиологическими механизмами и математическим результатом, полученным в [45]. Как отмечено в работе [Там же] «для решения любой осмысленной задачи мы не имеем права выделить из какой-нибудь теории столь большой фрагмент, чтобы он не был слабой системой». В теории функциональных систем (ТФС) такими «фрагментами» являются функциональные системы организма, формирующиеся для решения каждой стоящей перед организмом задачи. Понятие функциональной системы является основным в ТФС, поэтому перейдем к его рассмотрению.

«#Функциональной системой мы называем комплекс нервных образований с соответствующими им периферическими рабочими органами, объединенный на основе выполнения какой-либо вполне очерченной и специфической функции организма. К таким очерченным функциям можно отнести, например, локомоцию, дыхание, глотание, плавание и т. д.# И далее: #Состав функциональной системы не может быть определен каким-либо анатомическим принципом. Наоборот, самые разнообразные «анатомические системы» могут принимать участие и объединяться на базе одновременного возбуждения при выполнении той или иной функции организма#» [78; с. 19].

Таким образом, единицами деятельности организма являются не отдельные органы, а функции организма. Выполнение какой-либо функции организма – это и есть задача деятельности организма. Поэтому теория функциональных систем является теорией решения организмом задач по выполнению своих функций.

Как мы знаем, задача (цель) осмысленна, если у нас есть критерий решения задачи. Функции организма также должны приводить к достижению тех целей, которые должны фиксироваться как полученный результат. Понятие результата вводится в ТФС и также является одним из основных понятий ТФС. «Основным постулатом теории функциональных систем является положение о том, что ведущим системообразующим фактором, организующим функциональную систему любого уровня организма, служит полезный для организма и системы в целом приспособительный результат. Именно результат благодаря постоянной обратной афферентации о его состоянии производит своеобразную «мобилизацию» центральных и исполнительных образований в функциональную систему» [78; с. 34–35].

Таким образом, единицы деятельности организма – функциональные системы – являются объединениями различных органов с целью достижения некоторых полезных для организма результатов и тем самым определяются этими результатами.

Достижение результата должно некоторым образом фиксироваться, так как результат есть срабатывание некоторого критерия наличия. Чем физиологически является критерий наличия, фиксирующий достижение результата? Физиологически он реализуется «специальным рецепторным аппаратом».

«Каждая потребность, даже при незначительном отклонении жизненно важной функции от оптимального для метаболизма уровня (в чем, собственно, и состоит потребность. – Е.В.), немедленно воспринимается специальными рецепторными аппаратами» [78; с. 43]. «Наличие рецепторов в каждой функциональной системе, «стоящих на страже» конечного приспособительного результата, является исходным пунктом в механизмах саморегуляции. Меньшее отклонение результата (физиологической константы организма – *Е. В.*) от оптимального для метаболизма уровня вызывает меньшее возбуждение рецепторов и, соответственно, меньшую сигнализацию в нервную систему» [78; с. 43]. «Соотношение функций рецепторов с приспособительным результатом – это основной «узел саморегуляции». Соотношение между конечным результатом и рецептором напоминает тип комплементарных связей» [Там же; с. 44].

Таким образом, результатом является достижение оптимального уровня некоторой физиологической константы, который фиксируется специальным рецепторным аппаратом. Сигнализация этого рецепторного аппарата

о получении результата (отсутствия отклонения от оптимального для метаболизма уровня) и, значит, о достижении цели, названа в ТФС обратной афферентацией, а процесс решения задачи принципом саморегуляции.

«...Сигнализация о потребности (возбуждение рецепторного аппарата при отклонении жизненно важной функции от оптимального для метаболизма уровня – *Е. В.*) несет двоякую функцию. С одной стороны, она играет пусковую роль, возбуждая специальные аппараты саморегуляции, а с другой, она постоянно информирует эти же центры о результатах действий, совершенных функциональной системой. Поскольку эта сигнализация заключает в себе информацию о конечном результате, о его отклонениях от оптимального для метаболизма уровня или (его. – *Е. В.*) восстановлении... она была названа обратной афферентацией» [Там же; с. 45]. «Любая функциональная система различного уровня организации строится по принципу саморегуляции...» [Там же; с. 37]. Процесс саморегуляции всегда циклический и осуществляется по золотому правилу: всякое отклонение от жизненно важного уровня какого-либо физиологически значимого фактора служит сигналом к немедленной мобилизации многочисленных аппаратов соответствующей функциональной системы, вновь восстанавливающих этот жизненно важный приспособительный результат» [Там же; с. 37].

Принцип саморегуляции здесь более детально не определяется и, по существу, просто описывает постановку цели и ее достижение. Он не отвечает на вопросы, связанные с парадоксальностью цели: чем, как и когда можно достигнуть цели.

Теперь мы можем объяснить в рамках ТФС, как физиологически осуществляется постановка задач и целей организмом. Целью в ТФС является потребность организма. "Двоякая функция потребности» означает, что, во-первых, перед организмом ставится цель по восстановлению нарушенного метаболизма и, во-вторых, энергетически обеспечивается достижение цели путем возбуждения механизмов саморегуляции. Целью как критерием наличия является получение обратной афферентации о восстановлении нормального уровня некоторого физиологически важного показателя. Если же нормальный уровень нарушен и обратная афферентация свидетельствует о неудовлетворенности критерия наличия в данный момент, то возникает *потребность*, которая ставит перед организмом цель – удовлетворить соответствующую потребность. В этом случае цель как критерий наличия, во-первых, сигнализирует посредством обратной афферентации об отсутствии этого наличия в данный момент, (об отсутствии нормального уровня некоторого показателя, что собственно и означает наличие потребности); во-вторых, ставит цель как ожидание получения сигнализации о восстановлении нормального уровня некоторого показателя и достижения ре-

зультата и, в-третьих, энергетически обеспечивает и фактически вынуждает организм достичь цели, возбуждая специальные аппараты саморегуляции. Таким образом, *физиологическим механизмом целеполагания и является возникновение потребности*. Таким образом, *потребность и есть цель*, ставящаяся перед организмом. В ТФС понятия потребности и результата являются разными и не совсем связанными понятиями. В нашем определении потребности, как цели организма, понятия потребности и результата объединяются в одно понятие и результат всего лишь фиксация достижения цели – удовлетворения потребности.

Мы проинтерпретировали понятия цели в системе понятий ТФС. Теперь мы можем, используя многочисленные результаты ТФС, обогатить понятие цели, рассмотрев, как организм удовлетворяет свои потребности. Например, как взаимосвязаны между собой цели и результаты различных функциональных систем в процессе жизнедеятельности целого организма. Как уже отмечалось, взаимодействие результатов и целей в ТФС осуществляется несколькими способами: по «принципу доминанты», «иерархией результатов» и «моделями результатов». Рассмотрим эти типы организации целей. Заметим, что такое рассмотрение не требует от нас пока разрешения парадокса цели и ответа на вопросы, как, чем и когда достигаются цели. Эти рассмотрения, как это и делается в ТФС, могут ограничиться рассмотрением целей на уровне вход-выход, цель-результат или потребность (ее удовлетворение).

Рассмотрим сначала «принцип доминанты». Этот принцип говорит о том, что две цели одновременно достигаться не могут, и это вполне естественно, так как разные цели имеют разные результаты и, значит, разные критерии срабатывания. «Поскольку метаболизм организма всегда многосторонен, общая метаболическая потребность организма часто многопараметрична, отражая тем самым различные стороны процесса обмена веществ... Однако всегда имеется ведущий параметр общей метаболической потребности – доминирующая потребность, наиболее важная для выживания особи, ее рода или вида. Она возбуждает доминирующую функциональную систему и строит поведенческий акт, направленный на ее удовлетворение. Удовлетворение ведущей потребности приводит к тому, что начинает доминировать другая важная для сохранения вида или рода потребность» [78; с. 40].

Тем самым наиболее важные для организма цели – доминирующие потребности всегда линейно упорядочены во времени. Рассмотрим, как функциональные системы взаимодействуют в некоторый данный момент времени. По отношению к доминирующей функциональной системе остальные функциональные системы выстраиваются в иерархию по принципу «иерархии результатов». «… по отношению к каждой доминирующей

функциональной системе все другие функциональные системы выстраиваются в определенном иерархическом порядке, начиная от молекулярного, вплоть до организменного и социально-общественного уровня. Иерархия функциональных систем... прежде всего, включает иерархическое взаимодействие результатов их действия, когда результат деятельности одной функциональной системы входит в качестве компонента в результат деятельности другой» [78; с. 54]. «Так, у голодного кролика доминирует функциональная система, деятельность которой направлена на поиск пищи. В это время другие функциональные системы, определяющие, например, кровяное давление, дыхание, выделение, направлены на лучшее обеспечение доминирующей пищедобывательной функциональной системы» [Там же; с. 54].

Рассмотрим подробнее, что представляет собой иерархия результатов. Например, если у кролика доминирует функциональная система добывания пищи, то целью является пища, а результатом – ее поедание. В процессе деятельности этой функциональной системы усиленно расходуется кислород, уменьшается содержание питательных веществ в крови, увеличивается количество вредных веществ, получающихся в процессе обмена и требующих вывода из организма, и т. д. Все это приводит к сдвигу от нормального уровня целого ряда физиологических констант организма, что фиксируется рецепторами обратной афферентации целого ряда других функциональных систем. Это автоматически «включает» эти функциональные системы, целью которых является обеспечение нормального уровня этих физиологических констант и результатами которых является достижение соответствующего нормального уровня. Так, доминирующая потребность в виде цели добыть пищу активирует функциональные системы, целью которых является обеспечение нормального уровня, участвующих в достижении первой цели физиологических показателей.

Легко понять, что не всегда взаимодействие функциональных систем сводится к их иерархии по принципу иерархии результатов. Встречаются и более сложные случаи. Существуют функциональные системы с многопараметрическими результатами, например функциональная система дыхания. «В отличие от функциональных систем с одним регулируемым показателем такие функциональные системы принципиально не способны сохранить при действии возмущающего фактора постоянство всех параметров своего результата. При отклонении одного из регулируемых параметров результата, по отношению к которому действует возмущающий фактор, такие функциональные системы осуществляют перестройку других регулируемых параметров» [Там же; с. 56]. Этот случай можно считать обобщением предыдущего, если считать, что результаты могут быть мно-

гопараметрическими с определенными возможными взаимными изменениями контролируемых физиологических констант.

Понятно, что одновременно работающие функциональные системы одного уровня иерархии могут взаимодействовать друг с другом. «Для удержания полезного приспособительного результата на оптимальном для организма уровне... каждая функциональная система объединяет специальные периферические исполнительные аппараты... При этом нередко разные функциональные системы для достижения различных приспособительных результатов могут использовать одни и те же внутренние органы. Так, работа сердца может быть использована как для поддержания постоянного уровня кровяного давления, так и для обеспечения газообмена и т. д.» [Там же, с. 46, 47]. «В отличие от рецепторов результата, которые, как указывалось выше, обладают подчеркнутой специфичностью и консервативностью, другие элементы функциональных систем пластичны и могут гибко заменять друг друга. Внутри каждой функциональной системы для достижения полезного приспособительного результата имеются широкие возможности чрезвычайной взаимозаменяемости, взаимокомпенсации. При выходе из строя одного или нескольких компонентов функциональной системы обеспечение ее конечного приспособительного результата может осуществляться другими ее компонентами» [Там же; с. 48].

Пластичность функциональных систем еще раз подчеркивает важность понятия цели, так как главное – достижение результата, а каким образом он будет достигнут, это уже дело второстепенное.

§ 83. Целенаправленная деятельность в ТФС и парадокс цели

Функциональные системы можно условно разбить на две группы: требующие обращения к внешней среде для достижения результата и не требующие такого обращения. К первым относятся пищедобывательная функциональная система, активируемая голодом, функциональная система жажды, половая и т. д., ко вторым – относятся функциональные системы пищеварения, выделения, кровяного давления и т. д. Понятно, что «результаты поведенческой деятельности, направленные на удовлетворение внутренних потребностей организма, могут рассматриваться как «подрезультаты» функциональных систем, обеспечивающих основные жизненно важные внутренние метаболические показатели» [78; с. 53]. Тем самым целенаправленная деятельность может рассматриваться как составная часть функциональных систем первого типа. Принципиальная разница между двумя типами функциональных систем с точки зрения понятия цели состоит в том, что для функциональных систем второго типа (дыхания, давления, выделения) мы можем предполагать существование генетических механизмов достижения цели и результата, а для систем первого типа

мы этого предполагать уже не вправе. Разрешение парадокса цели и определение чем, как и когда достичь цели, для функциональных систем второго типа определяется генетически и к объяснению работы таких функциональных систем нам нечего добавить, кроме того, что было сказано в предыдущем параграфе. А для функциональных систем первого типа, имеющих дело со сложной внешней средой, требующей обучения, необходимо ответить на главный вопрос: как мозг разрешает парадокс цели и как он определяет чем, как и когда можно достичь цели. Для этого в ТФС вводится целая серия новых понятий, объясняющих организацию целенаправленного поведения.

Более точно различие между функциональными системами первого и второго типа можно проиллюстрировать на следующем примере достижения цели в случае отсутствия опыта. «Возникшее на основе той или иной биологической потребности поведение новорожденного животного строится в полном смысле слова методом «проб и ошибок" ... Поражает направленный поиск новорожденными специальных раздражителей внешней среды, с которыми они практически никогда не встречались. Следовательно, они должны иметь врожденные модели, в которых запрограммированы свойства удовлетворяющих их потребности раздражителей с которыми осуществляется постоянное сравнение достигнутых результатов» [Там же; с. 74]. «... непосредственно после рождения первой целенаправленной деятельностью лосенка является освоение вертикальной позы, затем движение в сторону матери, поиск соска, сосание и, наконец, реакция следования» [Там же; с. 85]. Поэтому сразу после рождения целенаправленное поведение также строится с использованием генетически заложенных форм поведения. Но генетически определяется только требуемая последовательность результатов и некоторый максимально общий способ поведения типа «метода проб и ошибок». Совершенствование и развитие деятельности уже происходит в процессе обучения. «Однако, по мере неоднократного удовлетворения животным однотипной потребности, механизмы генетической памяти все в большей степени начинают обогащаться индивидуальным опытом данного животного». [78; с. 74]. Рассмотрим, как это происходит.

«Согласно П. К. Анохину, центральные механизмы функциональных систем, обеспечивающих целенаправленные поведенческие акты, имеют однотипную архитектуру» [Там же; с. 73]. Опишем эту архитектуру.

Афферентный синтез. Начальную стадию поведенческого акта любой степени сложности составляет афферентный синтез, включающий в себя синтез мотивационного возбуждения, памяти, обстановочной и пусковой афферентации.

Мотивационное возбуждение. Как мы знаем, постановка цели осуществляется возникшей потребностью. Но в случае целенаправленного поведения она трансформируется в мотивационное возбуждение. «Ведущим возбуждением... определяющим целенаправленную деятельность даже животных, является мотивационное возбуждение, формирующееся на основе ведущей (доминирующей. – *Е. В.*) внутренней потребности» [Там же; с. 73]. «Доминирующая потребность всегда воспринимается комплексом специфических рецепторов, расположенных как на периферии, так и непосредственно в центральной нервной системе. С их участием появляется ответственный момент формирования целенаправленного поведения – процесс трансформации внутренней потребности в соответствующее возбуждение мозга. Так возникает *доминирующая мотивация*. Последняя всегда сопровождается специфическим *эмоциональным ощущением* (отрицательной эмоцией – *Е. В.*). Иными словами, в процессе формирования мотивационного возбуждения материальная метаболическая потребность трансформируется в процесс возбуждения мозговых структур» [Там же; с. 113]. Но мотивационное возбуждение не есть возбуждение рецепторов потребности, стоящих «на страже» некоторой физиологической константы – это возбуждение «центральных мозговых структур», инициируемое возникшей потребностью. Проанализируем, зачем такое преобразование нужно.

В случае цели как потребности результатом является восстановление нормального уровня физиологически важного показателя и снятие возбуждения соответствующих рецепторов. В случае целенаправленного поведения результатом является возбуждение специальных рецепторов, сигнализирующих достижение результата (подкрепление). Например, в пищедобывательной функциональной системе рецепторами результата (подкреплением) являются рецепторы языка, фиксирующие получение пищи. Подкрепляющие раздражители, кроме того, снимают мотивационное возбуждение и тормозят возбуждение рецепторов потребности и тем самым фактически приводят к достижению результата в смысле снятия возбуждения обратной афферентации от рецепторов потребности. При этом сама потребность может быть еще не снята, например, питательные вещества еще не попали в кровь и отклонение физиологических констант, ответственных за наличие питательных веществ в крови, остается прежним. Какие рецепторы являются подкрепляющими для той или иной функциональной системы определяется генетически. Возникает вопрос: как связаны между собой мотивационное возбуждение и обратная афферентация о достигнутом результате ведь они должны быть «комплиментарны» и удовлетворять определению цели?

Объясним на примере пищедобывательной функциональной системы почему потребность трансформируется в мотивационное возбуждение и подкрепляющую обратную афферентацию. После того как пища попала в рот, дальнейший процесс ее переваривания определяется пищеварительной функциональной подсистемой, которая формируется генетически. Поэтому в целом пищедобывательная функциональная система разбивается на две части: функциональную систему добывания пищи путем целенаправленного поведения и на пищеварительную. Целью и результатом пищеварительной функциональной системы является удовлетворение потребности в питательных веществах. Но для достижения этой цели надо сначала положить пищу в рот, поэтому пищедобывательная функциональная система своими генетически определенными механизмами формирует подцель для целенаправленного поведения: добыть пищу и положить ее в рот. Эта цель достигается функциональной подсистемой добывания пищи, которая формируется путем «выноса» потребности в ЦНС в виде мотивационного возбуждения голода и специальных рецепторов языка, фиксирующих достижение результата при попадании пищи в рот. Такой «вынос» необходим, так как целенаправленное поведение может быть организовано только всей ЦНС. Хотя цель (мотивационное возбуждение) и результат (подкрепление) теперь уже обеспечиваются разными рецепторными аппаратами, тем не менее, они находятся в «комплиментарном» взаимоотношении и удовлетворяют определению цели как критерию наличия. Отсутствие вполне определенного наличия, например пищи, ставит цель в виде мотивационного возбуждения голода. Достижение же результата, при попадании пищи в рот фиксируется возбуждением рецепторов языка. Полученный результат снимает мотивационное возбуждение и тормозит рецепторы потребности, что и означает, что цель достигнута. Поэтому *Мотивационное возбуждение и есть цель, ставящаяся перед организмом в случае целенаправленного поведения*.

Как и для потребностей, мотивационное возбуждение не только ставит цель, но энергетически обеспечивает достижение цели. "*Отрицательная эмоция*, сопровождающая мотивацию, имеет важное биологическое значение. Она мобилизует усилия животного на удовлетворение возникшей потребности. Сопровождающие мотивационное возбуждение отрицательные эмоциональные ощущения способствуют более быстрому нахождению животным подкрепляющего агента». [78; с. 91] .

Но энергетическим воздействием обладают не только отрицательные эмоции, но и положительные. При целенаправленной деятельности достижение результата и действие подкрепляющего стимула субъективно ощущается появлением положительной эмоции. «Удовлетворение потребности (действие подкрепляющего раздражителя на организм (сигнализирующего

о достижении результата. – *Е. В.*)), наоборот, всегда связано с *положительными эмоциональными переживаниями*" [Там же; с. 91]. Но положительные эмоции играют не только эту роль. При целенаправленном поведении, для которого, как правило, нет генетически определенных форм поведения и надо обучиться достигать результат, необходимо запоминать ту последовательность возбуждений, которая привела к достижению результата. Поэтому, положительные эмоции имеют еще и подкрепляющую (санкционирующую) функцию. «Биологическое значение *положительной эмоции* при удовлетворении потребностей понятно, поскольку они как бы санкционируют успех поиска. Однако этим такое значение не ограничивается. Положительные эмоции фиксируются в памяти и впоследствии как своеобразные «представления» о будущем результате появляются всякий раз при возникновении соответствующей потребности. Обученный неоднократным удовлетворением своих потребностей организм впоследствии стимулируется к целенаправленной деятельности не только отрицательной эмоцией мотивационного состояния, но и представлением о той положительной эмоции, которая связана с возможным будущим подкреплением» [Там же; с. 91,92]. Поэтому, если мы знаем, как достичь цель, например… «утолить жажду можно водой», и знаем, как это сделать, то достижение цели будет обеспечиваться не только воздействием мотивационного возбуждения, но и энергетическим влиянием от предвосхищения положительной эмоции «аппетитом». Таким образом, достижение цели будет обеспечиваться сразу двумя эмоциональными воздействиями – положительным и отрицательным, так сказать, «*кнутом и пряником*».

Память – второй компонент афферентного синтеза. Как уже отмечалось, при действии подкрепляющего раздражителя, означающего факт достижения результата, закрепляется та последовательность возбуждений, которая привела к достижению цели. При подкреплении фиксируется вся последовательность возбуждений, приведшая к цели начиная с мотивационного возбуждения. Поэтому возникновения мотивационного возбуждения достаточно для «извлечения из памяти» всех предыдущих последовательностей действий, приведших к достижению результата и Подкреплению. Мотивационное возбуждение обладает, кроме того, химической специфичностью, позволяющей «извлекать из памяти» все пути достижения той цели, которая ставилась данным мотивационным возбуждением. «Каждая мотивация строится специфическими по своему химическому метаболизму восходящими активирующими влияниями соответствующих подкорковых центров на кору головного мозга. А это в свою очередь приводит к тому, что с помощью мотивационных влияний животные производят активный отбор только специальных раздражителей внешнего мира для удовлетворения своих доминирующих потребностей» [4; с. 79, 80].

Обстановочная афферентация. При фиксации следа в памяти, фиксируется и та обстановка в которой удалось получить результат. Эта обстановка фиксируется как необходимые условия наряду с мотивацией требуемые для достижения результата. Поэтому мотивационное возбуждение в данной обстановке «извлекает из памяти» только те способы достижения цели, которые возможны в данной обстановке. Таким образом, обстановочная афферентация при взаимодействии с извлеченным из памяти опытом определяет, *что и как* можно делать в данной обстановке для достижения цели.

Пусковая афферентация. Четвертым компонентом афферентного синтеза является пусковая афферентация. По смыслу она также является обстановочной афферентацией, только связанной не со стимулами обстановки а со временем и местом достижения результата. «...специальные раздражители вскрывают сформированную на основе взаимодействия мотивационного, обстановочного возбуждения и механизмов памяти так называемую предпусковую интеграцию. Эти пусковые раздражители приурочивают, таким образом, целенаправленную деятельность к определенному месту и времени» [Там же; с. 75]. Поэтому пусковая афферентация отвечает на вопрос **когда** можно достичь результат.

«Итак, на стадии афферентного синтеза решается несколько вопросов: *что* (можно. – *Е. В.*) делать (на основе сопоставления внешних и внутренних раздражителей), *как* делать (на основе памяти) и *когда* делать (на основе действия пусковых раздражителей)» [Там же; с. 80]. Заметим, что понимание того, что афферентный синтез отвечает на вопросы что, как и когда делать имеется у создателей ТФС, но ввиду отсутствия ясного понимания понятия цели, они не связываются с парадоксом цели.

Таким образом, на стадии афферентного синтеза в значительной степени разрешается парадокс цели и определяется, что, как и когда можно делать для достижения цели. Таким образом, мотивационное возбуждение как цель с учетом имеющегося опыта и обстановки сама автоматически разрешает парадокс цели и определяет, чем, как и когда ее достичь. «Вытягивая» из памяти весь накопленный опыт, мотивационное возбуждение как цель преобразуется в конкретную цель, определяющую способ своего достижения. Конкретная цель называется в ТФС «высшей мотивацией».

Принятие решения. На стадии афферентного синтеза мотивационным возбуждением может быть извлечено из памяти (в данной обстановке) несколько способов достижения цели. На стадии принятия решения выбирается только один из этих способов – некоторый конкретный *план действий*. «В соответствии с исходной потребностью на стадии принятия решения избирается только одна конкретная линия поведения» [78; с. 80].

Как происходит принятие решения в теории функциональных систем, до конца не исследовано. И это не случайно, так как принятие решения очень тонкий процесс и должно учитывать:

– надежность опыта и возможность его применимости в данной ситуации (вероятностное прогнозирование, оцениваемое эмоциями);

– суммарные энергетические затраты того или иного способа достижения цели с учетом информационной определенности возможности достижения цели (переключающая функция эмоций, основанная на вероятностном прогнозировании);

– извлечение из памяти большего опыта, включая доминантные (генетически определенные) формы поведения в случае недостаточного опыта, дефицита информации или при сильных отрицательных эмоциях (компенсаторная функция эмоций).

Учет этих условий будет осуществлен после синтеза принципа целеполагания и предсказания в единый принцип.

Акцептор результатов действия. Пусть выбран некоторый конкретный план действий. Он еще не гарантирует нам, что конечный результат обязательно будет достигнут. И даже не гарантирует, что любой из промежуточных результатов действий так же будет достигнут. Конечный результат может быть достигнут, только если каждый из промежуточных результатов плана действий будет достигнут. Мотивационное возбуждение «извлекает из памяти» также всю последовательность и иерархию результатов, которые должны быть получены для выполнения плана действий. Эта последовательность и иерархия результатов названа в ТФС *акцептором результатов действия*. «Именно доминирующая мотивация «вытягивает» (посредством памяти. – *Е. В.*) в аппарате акцептора результатов действия весь накопленный опыт до конечного, удовлетворяющего лежащую в ее основе потребность результата, создавая *определенную модель или программу поведения* (на основе уже принятого решения. – *Е. В.*). С этих позиций модель акцептора результатов действия представляет собой доминирующую потребность организма, трансформированную в форме опережающего возбуждения мозга, как бы в своеобразный *комплексный «рецептор»* соответствующего подкрепления» [78; с. 82]. «... следует отметить, что в акцепторе результатов действия программируется не только континуум результатов поведения, но и вся мозаика действий, направленных на достижение каждого результата» [Там же; с. 84].

Таким образом, мотивационное возбуждение, преобразуясь в конкретную цель, извлекает из памяти также и *конкретный результат* этой *конкретной цели*, которым является вся последовательность и иерархия результатов, которые должны быть получены в процессе достижения кон-

кретной цели и выполнения плана действий, т. е. акцептор результатов действия. Поэтому акцептор результатов действия и есть конкретный результат данной конкретной цели. Однако акцептор результатов действия определяется в ТФС несколько иначе.

«Формирование «цели» в центральной архитектуре поведенческого акта связано с построением следующей стадии системной организации поведенческого акта аппарата предвидения будущего результата (всей последовательности и иерархии результатов), удовлетворяющего доминирующую потребность, – *аппарата акцептора результатов действия*» [Там же; с. 81]. «Итак, формирование предвидения будущего результата в функциональных системах – акцептора результатов действия – представляет собой *физиологический аппарат формирования цели*» [Там же; с. 87].

Определение цели П. К. Анохиным и наше определение конкретной цели существенно отличаются, хотя оба они являются акцептором результатов действия. Во-первых, мотивационное возбуждение у П. К. Анохина никак не участвует в определении цели. Во-вторых, под целью Анохиным понимается не только сам результат и «вся мозаика действий», но и его Предвидение. Предвидение здесь может пониматься в двух смыслах: во-первых, как ожидание достижения результата (соответствующей обратной афферентации) и, во-вторых, как предсказание получения конечного результата, основанного на «принципе опережающего отражения действительности». На самом деле оба этих смысла объединены в понятии предвидения – это и ожидание результата, и его предсказание. Как следует из определения акцептора результатов действия как конкретной цели, для этого не требуется введение понятия предвидения. Тем более что кроме декларации и описания принципа опережающего отражения действительности мало что фактически говорится о том, как такое предвидение осуществляется. При описании самой целенаправленной деятельности понятие предвидения фактически не используется: «...На пути к удовлетворению ведущей потребности организм встречает и активно исследует многочисленные раздражители. Каждый из таких раздражителей своими физическими, химическими, биологическими и другими параметрами действует на соответствующие органы чувств животного и вызывает у него комплекс афферентных возбуждений. Эта сигнализация снова выступает в роли «обратной афферентации», поскольку она все время сравнивается с «заготовленными» свойствами акцептора результатов действия. Если комплекс афферентных возбуждений от параметров внешнего раздражителя не соответствует закодированным в определенной форме нервного возбуждения параметрам акцептора результатов действия, поисковое действие животного во внешней среде продолжается. Оно прекращается только в том случае, если параметры результата действия, поступающие в центральную

нервную систему в форме соответствующей обратной афферентации, будут полностью соответствовать свойствам акцептора результатов действия. Только в этом случае организм прекращает поиск и может переключаться на другую деятельность» [78; с. 89].

Преобразование мотивационного возбуждения как цели в конкретную цель, а подкрепления как результата в конкретный результат (акцептор результатов действия), на основании имеющегося опыта и учета данной обстановки преобразует парадоксальную цель (для которой не определено, чем, как и когда достигать цель) в «не парадоксальную» *конкретную цель*. В конкретной цели конечная цель (и результат) разбиты на подцели (и подрезультаты) так, что для каждой подцели уже известно, чем, как и когда ее можно достичь (на основании имеющегося опыта, в том числе генетического для новорождённых). Но парадоксальность определения цели этим полностью не снимается. Даже если мы знаем по прошлому опыту, что цель (результат) достигается таким-то действием, то у нас нет и в принципе не может быть никакой гарантии, что и в этот раз данное действие приведет к тому же результату. Поэтому даже в случае наличия опыта понятие цели сохраняет свое значение как критерия наличия и достижения результата и не может быть заменено, например, на просто последовательность действий. Приведет ли некоторая последовательность действий к результату или не приведет, все равно должно быть проверено некоторым критерием. Поэтому, даже преобразуясь в Конечную цель, понятие цели и Конечного результата сохраняет свое значение.

При преобразовании цели в Конечную цель происходит увеличение числа промежуточных результатов. Это происходит в процессе обучения и совершенствования целенаправленной деятельности. Как это происходит, будет рассмотрено при обсуждении ориентировочно-исследовательской реакции.

Эффекторные механизмы функциональных систем. Как выполняется план действий? «Стадия формирования акцептора результатов действия динамически последовательно сменяется формированием самого целенаправленного действия. Однако ему предшествует стадия, когда действие уже сформировано как центральный процесс, но внешне еще не реализуется... По-видимому, наиболее удачно отражает семантический смысл этой стадии название «*стадия эфферентного синтеза*». На этой стадии за счет центральных возбуждений осуществляется динамическое объединение соматических и вегетативных функций в целостный поведенческий акт». [78; с. 88].

Так как реальная ситуация всегда чем-то отличается от тех ситуаций, которые были извлечены из памяти и учтены в процессе принятия решений как наиболее адекватные данной ситуации, то неизбежно могут возни-

кать «рассогласования» между ожидаемыми результатами и реально поступающей обратной афферентацией о результатах совершенных действий. «Оценка результата действия происходит с помощью активной ориентировочно-исследовательской деятельности и эмоциональных ощущений. Ориентировочно-исследовательская реакция возникает и усиливается во всех случаях, когда результат совершенного действия неожиданно не соответствует свойствам сформированного на основе афферентного синтеза акцептора результатов действия, т. е. при возникновении «*рассогласования*» в поведенческой деятельности. Благодаря включению такой реакции немедленно перестраивается афферентный синтез, принимается новое решение, строится новая программа действия и поиск продолжается в новом направлении до тех пор, пока результаты совершенного действия не совпадут полностью или в значительной степени со свойствами акцептора результатов действия» [Там же; с. 90, 91].

Заметим, что при рассогласовании поступающей «обратной афферентации» с афферентацией, ожидаемой акцептором результатов действия, происходит перестройка афферентного синтеза и принимается новое решение, что означает формирование новой конкретной цели (хотя мотивационное возбуждение и соответствующая конечная цель остаются теми же самыми).

«Целенаправленный поведенческий акт, таким образом, заканчивается последней санкционирующей стадией. На этой стадии при действии раздражителя, удовлетворяющего ведущую потребность, – подкрепления в общепринятом смысле – параметры достигнутого результата через раздражения соответствующих рецепторов... вызывают потоки обратной афферентации, которая по всем своим свойствам соответствует ранее запрограммированным свойствам подкрепляющего раздражителя в акцепторе результатов действия. При этом удовлетворяется ведущая потребность и поведенческий акт заканчивается» [Там же; с. 89, 90].

При подкреплении каждый раз фиксируется «след» всех возбуждений, приведших к достижению результата, и тем самым реализованный план действий «заносится» в Память.

Ориентировочно-исследовательская реакция. Обогащение акцептора результатов действия. Как происходит увеличение числа промежуточных результатов в процессе обучения и совершенствования целенаправленной деятельности? При постановке любой цели, фиксируется только ее конечный результат. Сама цель, как мы знаем, ничего не говорит нам о том, чем, как и когда ее можно достичь. Как же тогда можно обучиться тому, что для достижения некоторой цели необходимо достичь еще некоторые промежуточные цели? Из определения самой цели процесс разбиения её на подцели никак не следует. Организм решает эту задачу созданием специ-

альной, генетически определенной исследовательской деятельности организма, называемой ориентировочно-исследовательской реакцией. Эта реакция, как показано в работе [6], является целостной деятельностью организма и специфической функциональной системой, имеющей свой собственный результат. Рассмотрим, как с её помощью происходит обогащение акцептора результатов действия.

Во-первых, ориентировочно-исследовательская реакция стремится к тому, что бы все окружающие животное раздражители были известны. «В новой неизвестной обстановке... поведение строится с использованием выраженной ориентировочно-исследовательской деятельности. На основе имеющейся потребности животные активно исследуют все ранее неизвестные раздражители окружающей Среды...» [Там же; с. 124]. Заметим, что исследуются не только раздражители внешней Среды, но и возможности самого организма. Например, в играх дети собственными активными действиями по методу "проб и ошибок" обследуют возможности всего двигательного аппарата, органов восприятия и всего организма.

Во-вторых, все обследованные раздражители и последствия собственных действий «связываются» по типу условного рефлекса с конечным результатом.

Проиллюстрируем процесс связывания на классическом примере выработки условного рефлекса. «Пусть *a* будет избранный нами условный сигнал, скажем звонок, тогда *b*, *c* и *d* соответственно будут стуком кормушки, видом хлеба и действием хлеба на вкусовые рецепторы языка (безусловный раздражитель)... Первоначально каждый из последовательно действующих раздражителей, связывающих непрерывной цепью сигнал с кормлением, вызывает специфическую ориентировочно-исследовательскую реакцию... Но уже после нескольких сочетаний сигнала (следовательно, и этой цепи раздражений) с кормлением происходит постепенное объединение их возбуждений в коре головного мозга в одну непрерывную линию *a–d*. В результате такой связи достаточно подействовать раздражителю *a*, как процесс возбуждения немедленно распространится до последнего звена – *d*, что и вызывает условную секрецию... Специальное внимание следует обратить на тот факт, что в конечной фазе выработки рефлекса все ориентировочно-исследовательские реакции, возникавшие на промежуточных этапах... устраняются (угасают) и процесс условного возбуждения беспрепятственно распространяется до конечного звена – *d* («корковое представительство безусловного подкрепления»)» [6; с. 348]. «...Связывание их (раздражителей *a–d. – Е. В.*) и есть функция (и результат. – *Е. В.*) ориентировочно-исследовательской реакции» [Там же; с. 349].

Многообразные раздражители, воспринимаемые в процессе ориентировочно-исследовательской реакции, при многократном их подкреплении

(либо неподкреплении) разбиваются на те, которые приводят к конечному результату, и на те, которые с конечным результатом никак не связаны. Этот процесс называется «сужением афферентации». При этом последовательность действий постепенно автоматизируется, удаляя излишние исследовательские действия, «пробы и ошибки» и излишние промежуточные действия не необходимые для достижения результата. "Этот процесс автоматизации постепенно наступает в результате того, что мы называли «сужением афферентации». Количество афферентирующих моментов извне, которые раньше животное активно выискивало, теперь уменьшается, и процесс идет автоматически по всему ряду связанных центров». [Там же; с. 349, 350].

После сужения афферентации, результатом исследовательской деятельности уже не будет все многообразие раздражителей, а только вполне определенные раздражители, например, ожидание звонка, стука кормушки или вида хлеба. Результатами же собственных действий так же уже не будут все последствия действий, а только фиксация звонка, движение к кормушке и поедание хлеба.

Заметим, что раздражители, фиксирующие результат действия, в такой же степени являются сигнальными для достижения конечного результата, что и звонок, так как не достигнув результата какого-то промежуточного действия, нельзя надеяться и на достижение конечного результата. Поэтому результат некоторого промежуточного действия также является пусковой афферентацией для развертывания остальной последовательности действий по достижению конечного результата. Таким образом, «суженная афферентация» и является результатом тех исследовательских и собственных действий, приводящих к достижению цели более обученным и совершенным образом, т. е. результатом ориентировочно-исследовательской реакции. Множество этих новых результатов обогащает акцептор результатов действия, превращая цель в конкретную цель.

Когда функциональная система сформирована, то ориентировочно-исследовательская реакция угасает. Это, прежде всего, означает, что нет новых раздражителей, которые надо обследовать, т. е. все известно и, кроме того, известно, как достичь результата в данной обстановке. Иначе говоря, мотивационное возбуждение автоматически преобразуется в конкретную цель и конкретный результат (акцептор результатов действия).

§ 84. Информационная теория эмоций П. В. Симонова.

Изложим информационную теорию эмоций П. В. Симонова, стараясь, с одной стороны, как можно точнее передать точку зрения автора, а, с другой стороны, выделить роль и значение понятия вероятностного прогнозирования и предсказания, как принципа этой теории.

Взаимосвязь информационной теории эмоций П. В. Симонова и Биологической теории эмоций П. К. Анохина. Информационная теория эмоций П. В. Симонова, как утверждает сам автор, является уточнением биологической теории эмоций П. К. Анохина: «Ответ на вопрос об отношении нашей теории к теории П. К. Анохина можно сформулировать очень четко: *информационная теория эмоций представляет обобщение более широкого масштаба, куда биологическая теория* (эмоций. – *Е. В.*) *Анохина входит в качестве частного случая*» [76; с. 61]. Мы не будем здесь входить в подробности дискуссии между П. В. Симоновым и П. К. Анохиным, а только отметим основные различия в их взгляде и далее будем излагать информационную теорию эмоций П. В. Симонова как обобщение биологической теории эмоций П. К. Анохина.

Основной смысл информационной теории эмоций П. В. Симонова, в отличие от биологической теории эмоций П. К. Анохина в том, что необходимо знать не только достижимость или не достижимость результата, но еще и его **вероятность**.

Биологическая теория эмоций П. К. Анохина. Биологическая теория эмоций П. К. Анохина может быть кратко изложена следующим образом: «Как правило, любое мотивационное возбуждение субъективно эмоционально неприятно... Отрицательная эмоция, сопровождающая мотивацию, имеет важное биологическое значение. Она мобилизует усилия животного на удовлетворение возникшей потребности... Неприятные эмоциональные переживания усиливаются во всех случаях, когда поведение животного во внешней среде не ведет к удовлетворению возникшей потребности... Удовлетворение потребности (действие подкрепляющего раздражителя на организм), наоборот, всегда связано с положительными эмоциональными переживаниями...Биологическое значение *положительной эмоции* при удовлетворении потребностей понятно, поскольку они как бы санкционируют успех поиска. Однако этим такое значение не ограничивается. Положительные эмоции фиксируются в памяти и впоследствии как своеобразные «представления» («аппетит». – *Е. В.*) о будущем результате появляются всякий раз при возникновении соответствующей потребности. Обученный неоднократным удовлетворениям своих потребностей организм впоследствии стимулируется к целенаправленной деятельности не только отрицательной эмоцией мотивационного состояния, но и представлением о той положительной эмоции, которая связана с возможным будущим подкреплением» [78; с. 91, 92]. Под представлением о положительной эмоции надо иметь в виду ее предвосхищение по принципу опережающего отражения действительности. Поэтому если мы знаем, как достичь цели, то достижение цели будет обеспечиваться не только воздействием отрицательной эмоции мотивационного возбуждения, но и энергетическим влия-

нием от предвосхищения положительной эмоции «аппетитом». Таким образом, достижение цели будет обеспечиваться сразу двумя эмоциональными воздействиями – положительным и отрицательным, так сказать, «*кнутом и пряником*».

В биологической теории П. К. Анохина эмоциям отводится только энергетическая роль – «мобилизовать» и «стимулировать» животное к достижению цели. Говорится, конечно, что в случае возникновения препятствий отрицательные эмоции усиливаются, но, на сколько и почему – это уже выходит за рамки биологической теории эмоций и теории функциональных систем. Из дальнейшего изложения будет видно, почему такого рода тонкости принципиально не вписываются в теорию функциональных систем.

Критика П. В. Симоновым Биологической теории эмоций. «...Подавляющее большинство концепций рассматривало несовпадение *семантики* цели («акцептора действия», «нервной модели стимула», «установки», «модели потребного будущего» и т. д. и т. п.) с реально полученным результатом. Такого семантического рассогласования вполне достаточно для возникновения отрицательных эмоций. Что же касается положительных эмоциональных состояний, то они традиционно рассматривались и продолжают рассматриваться как результат удовлетворения потребности, т.е. совпадения прогноза («акцептора», «афферентной модели» и т. д.) с наличной афферентацией» [76; с. 89]. «Ни в одной из работ П. К. Анохина мы не нашли упоминания о том, что наряду с содержанием (семантикой) цели мозг всякий раз прогнозирует *вероятность* ее достижения. Что касается нашей теории, то для нее этот момент является ключевым... Введение категории вероятностного прогнозирования сразу же расширяет пределы применимости теории к реально наблюдаемым фактам» [75; с. 60].

П. В. Симонов приводит следующие примеры: «Литература переполнена экспериментальными данными, свидетельствующими о *зависимости эмоционального напряжения от величины потребности (мотивации) и прогнозирования вероятности ее удовлетворения*. Например, было установлено, что частота пульса у банковских служащих зависит от степени их ответственности (счет банкнотов различного достоинства) и количества информации, содержащейся в одной операции... Наибольшее эмоциональное напряжение у собак (визг, лай, чесание, царапанье кормушки) наблюдалось при вероятности подкрепления 1 : 4, а по мере продолжения опыта – при 1 : 2. Значение информационного фактора выступает особенно отчетливо в опытах со спаренными животными, когда оба партнера получают равное количество ударов током, но только один из них может предотвратить наказание соответствующей инструментальной реакцией. Показа-

но, что именно у этого животного постепенно исчезают признаки страха» [75; с. 19].

Формула эмоций информационной теории эмоций П. В. Симонова. Вероятность понятие информационное и связано с оценкой информации поступающей из внешней среды для прогноза вероятности достижения цели. Это заставляет П. В. Симонова попытаться переопределить все физиологические понятия, такие как мотивация, потребность, поведение и т. д. также в терминах информации внешней среды. Но нам эта попытка представляется неудачной: во-первых, это совершенно ничего не дает, и на таких понятиях теории не построишь (информация, которую человек извлекает из внешней среды, настолько многообразна, часто неосознанна, что в настоящее время нет теории, которая бы ее описывала); во-вторых, с точки зрения понятия цели потребность и мотивация являются сугубо внутренними задачами организма и информация от внешней среды, о вероятности достижения этих целей может иметь лишь вспомогательную роль. Это ставит понятие цели, Мотивации и потребности на первое место, а понятия вероятностного прогнозирования и эмоций на второе. Тем не менее эмоции, как мы увидим из теории П. В. Симонова, играют в организации целенаправленного поведения может быть даже более важную роль, чем мотивация и потребности, что может быть и заставило Симонова попытаться переопределить эти понятия. Но суть дела от этого не меняется, несмотря на важность эмоций они вторичны по отношению к понятию цели.

Кратко опишем формулу эмоций, введенную П. В. Симоновым, хотя использовать ее мы не будем. Приводится эта формула для того, чтобы дать возможность точнее понять, как эмоции связаны с вероятностью и что понимается под вероятностью.

«Суммируя результаты собственных опытов и данные литературы, мы пришли в 1964 г. к выводу о том, что эмоция есть отражение мозгом человека и животных какой-либо актуальной потребности (ее качества и величины) и вероятности (возможности) ее удовлетворения, которую мозг оценивает на основе генетического и ранее приобретенного индивидуального опыта... В самом общем виде правило возникновения эмоций можно представить в виде структурной формулы

$$Э = f[П, (И_п - И_с), ...],$$

где Э – эмоция, ее степень, качество и знак; П – сила и качество актуальной потребности (потребность также имеет свой знак; потребность, вызывающая мотивационное возбуждение, имеет отрицательный знак. – *Е. В.*); $(И_п - И_с)$ – оценка вероятности (возможности) удовлетворения потребности на основе врожденного и онтогенетического опыта; $И_п$ – информация о средствах, прогностически необходимых для удовлетворения потребности;

$И_с$ – информация о средствах, которыми располагает субъект в данный момент. Разумеется, эмоция зависит и от ряда других факторов, одни из которых нам хорошо известны, а о существовании других мы, возможно, еще и не подозреваем... (например, духовных – *Е. В.*). Но все перечисленные и подобные им факторы обусловливают лишь вариации бесконечного многообразия эмоций, в то время как *необходимыми и достаточными являются два...и только два фактора: потребность и вероятность (возможность) ее удовлетворения*... речь идет не об информации, актуализирующей потребность (например, о возникшей опасности), но об информации, необходимой для удовлетворения потребности (например, о том, как эту опасность избежать). Под информацией мы понимаем отражение всей совокупности средств достижения цели: знания, которыми располагает субъект, совершенство его навыков, энергетические ресурсы организма, время достаточное или недостаточное для организации соответствующих действий и т. д. Спрашивается, стоит ли в таком случае пользоваться термином «информация»? Мы полагаем, что стоит, и вот почему. Во-первых, мозг, генерирующий эмоции, имеет дело не с самими навыками … не с самими энергетическими ресурсами организма и т. д., а с афферентацией из внешней и внутренней среды организма, то есть с информацией об имеющихся средствах. Во-вторых, все многообразие сведений, необходимых для удовлетворения возникшей потребности и реально имеющихся в данный момент у субъекта, трансформируется мозгом в единый *интегральный показатель – в оценку вероятности достижения цели* (удовлетворения потребности). Оценка же вероятности по самой природе своей есть категория *информационная*» [75; с. 20, 21]. Понятие информации как информационное далее использоваться не будет. Использоваться будет только упомянутая оценка вероятности достижения цели как интегральный показатель, участвующий в образовании эмоций. Для получения этой оценки достаточно полагать, что она определяется на этапе принятия решений, используя всю информацию полученную на этапе афферентного синтеза.

Информационная теория эмоций П. В. Симонова как обобщение биологической теории эмоций П. К. Анохина. И в теории П. К. Анохина и в теории П. В. Симонова возникновение мотивационного возбуждения вызывает отрицательные эмоции. В обеих теориях возникновение препятствий усиливает отрицательные эмоции, хотя само мотивационное возбуждение остается тем же самым. Теория П. В. Симонова точнее тем, что оценка вероятности достижения цели позволяет, во-первых, оценить возможность достижения цели еще до всяких действий на этапе процесса принятия решения (и, может быть, даже отказаться от действий и предпочесть «синицу в руках, чем журавля в небе»); во-вторых, адекватно, в соответствии с ве-

роятностью мобилизировать организм для достижения цели (компенсаторная функция эмоций) и, наконец, использовать волю для преодоления препятствий.

Понятие «аппетит», рассматриваемое в биологической теории эмоций, есть предвосхищение положительной эмоции, но не сама положительная эмоция. В теории же П. В. Симонова само предвосхищение достижения цели с некоторой вероятностью является причиной возникновения положительных эмоций. «*Удовольствие* всегда есть результат уже происходящего (контактного) взаимодействия (удовлетворения потребности – *Е. В.*), в то время как *радость* (эмоция. – *Е. В.*) *есть ожидание удовольствия в связи с растущей вероятностью удовлетворения потребности*» [75; с. 90]. В дальнейшем мы будем придерживаться точки зрения П. В. Симонова и понятие «аппетит» биологической теории эмоций использовать не будем.

Возникновение положительных эмоций в теории функциональных систем, связанное с удовлетворением потребности и достижением поставленной цели (совпадением достигнутого результата с его предвосхищением в акцепторе результатов действия), объясняется в информационной теории эмоций иначе: как увеличение вероятности достижения конечного результата вследствие его фактического достижения (оценка вероятности становится равной или близкой 1). «Информационная теория эмоций справедлива не только для сравнительно сложных поведенческих и психических актов, но и для генезиса *любого* эмоционального состояния. Например, положительная эмоция при еде возникает за счет интеграции голодового возбуждения (потребность) с афферентацией из полости рта, свидетельствующей о растущей вероятности удовлетворения данной потребности (вероятность усвоения пищи стала практически равной 1, так как пища попала в рот – *Е. В.*)» [75; с. 27].

Возникновение положительных эмоций в результате положительного рассогласования, когда, например, получаемое превышает ожидаемое, действительно не может быть объяснено без вероятностного прогнозирования. «Опираясь на свои экспериментальные исследования, мы настаиваем, что *для возникновения положительных эмоций, так же как для возникновения эмоций отрицательных, необходимы неудовлетворенная потребность и рассогласование между прогнозом и наличной действительностью*. Только теперь речь идет не об одной лишь семантике (содержании, качествах) цели, но о *вероятности ее достижения*. Именно прогнозирование вероятности позволяет получить положительное рассогласование, превышение полученного над ожидаемым. Введение параметра вероятности достижения цели, делающее возможным положительное рассогласование, представляет зерно нашей концепции эмоций» [76; с. 89, 90]. Ил-

люстрацией возникновения положительной эмоции в результате положительного рассогласования является следующий эксперимент: «В наших опытах на экране, установленном перед испытуемым, проецировались наборы из пяти цифр – единиц и нулей. Испытуемого предупреждали, что некоторые из кадров, содержащие общий признак (например, два нуля подряд 00), будут сопровождаться гудком. Задача испытуемого состояла в обнаружении этого общего признака... До возникновения первой (как правило, ошибочной, например 01) гипотезы относительно подкрепляемого признака ни новые кадры, ни гудок не вызывали КГР (кожногальванический рефлекс – *Е. В.*)... Возникновение гипотезы сопровождается КГР... После формирования гипотезы возможны две ситуации, которые мы рассматриваем в качестве экспериментальных моделей отрицательной и положительной эмоциональных реакций... Гипотеза не верна, и кадр... содержащий подкрепляемый признак (два нуля и, следовательно, не подтверждающий гипотезу о 01 – *Е. В.*), не вызывает КГР. Когда же гудок показывает испытуемому, что он ошибся, регистрируется КГР как результат рассогласования гипотезы с наличным раздражителем – случай, предусмотренный концепциями «акцептора результата действия» П. К. Анохина, «нервной модели стимула» Е. Н. Соколова и им подобными. Испытуемый несколько раз меняет гипотезу, и в какой-то момент она начинает соответствовать действительности. Теперь уже само появление подкрепляемого кадра вызывает КГР, а его подкрепление гудком приводит к еще более сильным кожногальваническим сдвигам. Как понять этот эффект? Ведь в данном случае произошло полное совпадение гипотезы («акцептора результата действия», «нервной модели» и т. д.) с наличным стимулом. Отсутствие рассогласования должно было бы повлечь за собой отсутствие КГР и других вегетативных сдвигов. На самом деле в последнем случае мы также встречаемся с рассогласованием, но рассогласованием иного рода, чем при проверке ложной гипотезы. Формирующийся в процессе повторных сочетаний прогноз содержит не только афферентную модель цели, не только ее семантику, но и *вероятность* достижения этой цели. В момент подкрепления кадра... гудком прогнозируемая вероятность решения задачи (правильность гипотезы) резко возросла, и это рассогласование прогноза с поступившей информацией привело к сильной КГР как вегетативному компоненту положительной эмоциональной реакции» [75; с. 26].

В информационной теории эмоций выделяется несколько функций эмоций.

Переключающая функция эмоций. В теории функциональных систем стадия принятия решений была недостаточно точно определена. Выработка конкретного плана действий на основании всех возможных способов

достижения цели, извлеченных из памяти на стадии афферентного синтеза, невозможна без вероятностного прогнозирования и активного участия эмоций. Действительно, если есть множество различных способов достижения цели (например, при движении по некоторой местности), имеющих разную вероятность, различные энергетические затраты и различные возможные опасности, связанные с отрицательными эмоциями, и т. д., то задача становится как минимум трехпараметричной – вероятность достижения цели; суммарное значение отрицательных эмоций (от энергетических затрат, опасностей, риска, трудностей и т. д.); и значение положительных эмоций (от достижения цели(ей)). Причем многие решения будут, очевидно, несопоставимы между собой. Для эффективного механизма принятия решений необходим синтез всех этих показателей в один параметр, что и делают эмоции, включая в себя как вероятность достижения цели, так и положительные и отрицательные эмоции, выражающиеся в многообразии качества эмоций. Эмоции и являются тем интегральным параметром, на основе которого принимается решение. «Зависимость эмоций не только от величины потребности, но и от вероятности ее удовлетворения чрезвычайно усложняет конкуренцию сосуществующих мотивов, в результате чего поведение нередко оказывается переориентированным на менее важную, но легко достижимую цель: «синица в руках» побеждает «журавля в небе»... С физиологической точки зрения эмоция есть активное состояние системы специализированных мозговых структур, побуждающее изменить поведение в направлении минимизации или максимизации этого состояния. Поскольку *положительная эмоция свидетельствует о приближении удовлетворения потребности, а отрицательная эмоция – об удалении от него, субъект стремится максимизировать* (усилить, продолжить, повторить) *первое состояние и минимизировать* (ослабить, прервать, предотвратить) *второе*...» [75; с. 28].

Подкрепляющая функция эмоций. В теории функциональных систем под подкреплением понималась санкционирующая афферентация и вызванная ей положительная эмоция, возникающие при достижении цели и получении результата. «целенаправленный поведенческий акт, таким образом, заканчивается последней санкционирующей стадией. На этой стадии при действии раздражителя, удовлетворяющего ведущую потребность, – подкрепления в общепринятом смысле – параметры достигнутого результата через раздражения соответствующих рецепторов... вызывают потоки обратной афферентации, которая по всем своим свойствам соответствует ранее запрограммированным свойствам подкрепляющего раздражителя в акцепторе результатов действия. При этом удовлетворяется ведущая потребность и поведенческий акт заканчивается» [78; с. 89, 90]. При этом в теории функциональных систем предполагается, что для всех

целенаправленных актов, если они приводят к достижению результата, существует соответствующая закрепляющая результат санкционирующая афферентация и положительная эмоция, даже для действий по устранению боли или, например, чихания: «Можно взять для примера такой грубый эмоциональный акт как акт чихания. Всем известен тот гедонический и протопатический характер ощущения, которое человек получает при удачном чихательном акте. Точно так же известно и обратное: неудавшееся чихание создает на какое-то время чувство неудовлетворенности, неприятное ощущение чего-то незаконченного. Подобные колебания в эмоциональных состояниях присущи абсолютно всем жизненно важным отправлениям животных и человека» [7]. Необходимость существования положительных эмоций, завершающих любой целенаправленный акт действий аргументируется так же следующими соображениями: «Следует, однако, подчеркнуть, что эмоциональное возбуждение негативного характера, как установлено, обладает длительным последействием и суммацией... В отличие от отрицательных эмоций... положительные эмоции оказывают расслабляющее действие и характеризуются небольшим последействием. Однако их главное биологическое значение состоит в том, что они способны полностью ликвидировать центральные и периферические последействия предшествующих отрицательных эмоций. Таким образом, любое достижение цели... ликвидирует любые последствия кратковременных и даже длительных эмоциональных стрессов... Именно поэтому никакой темп жизни, если он правильно организован, если человек правильно использует отработанные в ходе эволюции механизмы смены отрицательных эмоциональных переживаний положительными в процессе индивидуальной и социальной целенаправленной деятельности, не опасен для здоровья» [79; с. 18–20].

П. В. Симонов показывает, что *необходимым условием подкрепления* является не действие подкрепляющего раздражителя (санкционирующей афферентации), *а действие положительных эмоций при наличии мотивации:* «Однако ни афферентация из полости рта (санкционирующая афферентация – *Е. В.*), ни голодовое возбуждение (мотивация – *Е. В.*) сами по себе не могут играть роль подкрепления, обеспечивающего формирование инструментального условного рефлекса. Только интеграция голодового возбуждения от фактора, способного удовлетворить данную потребность, т. е. механизм, генерирующий **положительную эмоцию**, обеспечивает выработку условного рефлекса» [75; с. 34].

Таким образом, для *подкрепления необходимыми являются два фактора – мотивационное возбуждение и положительная эмоция*, означающая увеличение вероятности достижения поставленной мотивацией цели, при, возможно, еще не достигнутой цели. Участие оценки вероятности в эмоци-

ях сразу же делает подкрепление более локальным и точным. При любом шаге вперед в достижении поставленной мотивацией цели, который фиксируется обратной афферентацией от достижения некоторого этапного результата (приближающего достижение конечной цели и тем самым увеличивающего оценку вероятности ее достижения) вызывает положительную эмоцию и подкрепление тех мозговых структур, которые осуществили этот шаг. Следовательно, *эмоции, основанные на вероятностном прогнозировании, осуществляют подкрепление каждого успешного шага действий, увеличивающего вероятность достижения конечной цели* (в то время как санкционирующая афферентация и положительные эмоции в теории П. К. Анохина подкрепляют только сразу всю последовательность действий, приведшую к достижению цели).

Мы не будем рассматривать пока что спорную возможность «негативного подкрепления». «К тому же термин «негативное подкрепление» интерпретируется различными авторами неоднозначно, а во многих случаях, особенно применительно к инструментальным методикам активного избегания (avoidence), самостоятельность физиологического механизма отрицательного подкрепления вообще отвергается или ставится под сомнение». [84; с. 225]

Компенсаторная функция эмоций. *Гипермобилизация вегетатики*: «...При возникновении эмоционального напряжения объем вегетативных сдвигов (учащение сердцебиения, подъем кровяного давления, выброс в кровяное русло гормонов и т. д.), как правило, превышает реальные нужды организма. По-видимому, процесс естественного отбора закрепил целесообразность этой избыточной мобилизации ресурсов. В ситуации прагматической неопределенности (а именно она так характерна для возникновения эмоций), когда неизвестно, сколько и чего потребуется в ближайшие минуты, лучше пойти на излишние энергетические траты, чем в разгар напряженной деятельности – борьбы или бегства – остаться без достаточного обеспечения кислородом и метаболическим «сырьем» [75; с. 35].

Замещающая функция эмоций. Эта функция в определенном смысле является обратной по отношению к обогащению функциональных систем в процессе ориентировочно-исследовательской деятельности. Развитые функциональные системы имеют богатый акцептор результатов действия и, значит, большое множество контролируемых пусковых, обстановочных и сигнализирующих о достижении промежуточных результатов стимулов. В новой необычной обстановке часть этих стимулов может отсутствовать и, следовательно, функциональные системы в ней не смогут сработать. В этом случае необходимо ослабить требования к поступающим стимулам, что и делается эмоциями. В новой необычной обстановке нельзя получить хорошую оценку вероятности и, следовательно, будут возникать отрица-

тельные эмоции тревоги, страха или беспокойства, изменяющие формы поведения: «Если процесс упрочения условного рефлекса сопровождается уменьшением эмоционального напряжения и одновременно переходом от доминантного (генерализованного) реагирования к строго избирательным реакциям на условный сигнал, то возникновение эмоций ведет к вторичной генерализации. #Чем сильнее становится потребность, – пишет Ж. Нюттен... – тем менее специфичен объект, вызывающий соответствующую реакцию#. Так, голодный человек начинает воспринимать неопределенные стимулы в качестве ассоциирующиеся с пищей» [75; с. 38]. Нарастание эмоционального напряжения, с одной стороны, расширяет диапазон извлекаемых из памяти энграмм, а с другой стороны, снижает критерии «принятия решения» при сопоставлении этих энграмм с наличными стимулами. «Возникновение эмоционального напряжения сопровождается переходом к иным, чем в спокойном состоянии, формам поведения, принципам оценки внешних сигналов и реагирования на них. Физиологически суть этого перехода можно определить как возврат от тонко специализированных условных реакций к реагированию по принципу доминанты А. А. Ухтомского» [Там же; с. 35]. «*Компенсаторное значение эмоций заключается в их замещающей* (недостающую информацию. – *Е. В.*) *роли*» [Там же; с. 38, 39]. «Что касается положительных эмоций, то их компенсаторная функция реализуется через влияние на потребность, инициирующую поведение. В трудной ситуации с низкой вероятностью достижения цели даже небольшой успех (возрастание вероятности) порождает положительную эмоцию воодушевления, которая усиливает потребность достижения цели». [Там же; с. 39].

Психофизиология воли. Понятие «воля» имеет много смыслов в философской, духовной, психологической и мистической литературе. Мы рассмотрим ее только как физиологическое понятие.

Выше мы говорили, что при появлении препятствий отрицательные эмоции усиливаются, давая дополнительное энергетическое обеспечение для преодоления препятствия. Но такое усиление осуществляется в рамках энергетических возможностей данной потребности. Если препятствие значительно, то достижение данной цели может быть тем не менее приостановлено. Чтобы приостановка действий не происходила при каждом серьезном препятствии, а хоть иногда продолжалась, несмотря на препятствие, необходимо иметь дополнительное и независимое от потребности энергетическое обеспечение. Таким энергетическим обеспечением является *воля*. «...Трудность постижения подлинных мотивов поведения и породила убеждение в наличии каких-то сверхрегуляторов, которые управляют потребностями, хотя и не всегда справляются с ними... В качестве таких регуляторов традиционно рассматривают *волю и сознание*. Ниже мы постараемся

показать, что воля не управляет потребностями, а, присоединившись к какой-либо из них, содействует ее удовлетворению. Что касается сознания, то оно занято вооружением потребностей средствами и способами их удовлетворения. Таким образом, и воля, и сознание есть результат трансформации потребностей, этап их дальнейшей разработки» [75; с. 160]. «Мы полагаем, что филогенетической предпосылкой волевого поведения является «*рефлекс свободы*», описанный И.П.Павловым. В сопротивлении собаки ограничить ее двигательную активность Павлов увидел несравненно большее, нежели разновидность защитной реакции. «*Рефлекс свободы*» – это самостоятельная форма поведения, для которой препятствие служит не менее адекватным стимулом, чем корм для пищедобывательных действий, боль – для оборонительной реакции, а новый и неожиданный раздражитель – для ориентировочной... Столкнувшись с преградой на пути к пище, животное начинает использовать не те варианты действий, которые раньше приводили к пищевому подкреплению, но хранящиеся в памяти способы преодоления сходных препятствий. Именно характер преграды, а не первичный мотив определяет состав действий, перебираемых в процессе организации поведения, способного обеспечить достижение цели... Активность вызванная преградой, в определенных случаях может оттеснить первоначальное побуждение на второй план, и тогда мы встретимся с упрямством, с поведением, где преодоление стало самоцелью, а исходный мотив утратил свое значение и даже забыт» [Там же; с. 162]. «Итак, воля есть потребность преодоления препятствий. Как всякая иная потребность она может явиться источником положительных или отрицательных эмоций, обусловленных самим фактом преодоления (или не преодоления) преграды до того, как будет достигнута конечная цель...Заметим, что вмешательство воли не отменяет универсальную регулирующую функцию эмоций, поскольку воля вмешивается в конкуренцию мотивов опять-таки на уровне эмоций». [Там же; с. 162]

§ 85. Потребности и парадокс цели. Синтез принципов целеполагания, вероятностного прогнозирования и предсказания.

Проанализируем информационную теорию эмоций с точки зрения принципов целеполагания, вероятностного прогнозирования и предсказания. Это позволит нам синтезировать принципы целеполагания и предсказания на неформальном уровне.

Потребности как основа и движущая сила человеческого поведения. Поскольку потребности и есть цели, ставящиеся перед организмом, то анализ понятия «потребность» является достаточно важным. Потребности – движущая сила любого целенаправленного действия: «Допущение каких-то иных источников мотивации, существующих рядом с потребностя-

ми и независимых от них, возникает, по нашему мнению, по двум причинам. Во-первых, мы нередко забываем, что установки, ценности, интересы, цели субъекта являются производными от потребностей, порождаются ими... Во-вторых, мы все еще недооцениваем богатства и разнообразия потребностей, упорно сводя их к ограниченному числу материально-биологических потребностей в пище, одежде, жилище и т.п.... Вместе с тем в настоящее время убедительно показано, что потребность в информации (в новизне, изменчивости внешней среды) является одной из древнейших и самостоятельных потребностей живых систем. Опыты с так называемой сенсорной депривацией у животных и человека, исследование феноменов информационного голодания и скуки служат убедительным тому подтверждением» [75; с. 145].

Информационная теория эмоций П. В. Симонова позволяет существенно продвинуться в понимании роли потребностей в жизни животных и человека и, в частности, объяснить, в чем принципиальное различие между положительными и отрицательными эмоциями. Приведем сначала объяснение этого различия, данное в информационной теории эмоций. «Наличие положительных и отрицательных эмоций указывало на скрывающиеся под ними две основные группы потребностей, первые из которых обеспечивают сохранение живых систем и результатов их деятельности, а вторые – делают возможным развитие, совершенствование этих систем, усложнение их внутренней организации. Эти две группы мотиваций вслед за Г. Олпортом и А. Маслоу можно назвать «*потребностями нужды*» и «*потребностями роста*» [Там же; с. 150]. «Принципиальное различие между положительными и отрицательными эмоциями обнаруживается при удовлетворении даже сравнительно элементарных потребностей, например потребности в пище. Сильный голод, переживаемый субъектом как отрицательная эмоция, побуждает удовлетворить его любыми съедобными веществами, лишь бы избавиться от мучительного для субъекта состояния. Удовольствие, получаемое от пищи, с необходимостью требует ее разнообразия, поиска новых питательных веществ, их новых комбинаций и способов приготовления. Иными словами, даже на уровне пищевой потребности положительные эмоции играют творчески-поисковую роль, содействуя освоению новых сфер окружающей действительности» [Там же; с. 154]. «Как и все другие потребности, нужда и рост индивидуально варьируются у разных людей. По-видимому, именно относительное преобладание одной из этих потребностей ведет к тому, что при исследовании так называемого уровня притязаний испытуемые делятся на две группы: на тех, кто стремится к успеху, и на тех, кто главным образом избегает неуспеха» [Там же; с. 155]. Важно отметить, что П. В. Симонов ссылается на

А. Маслоу и имеет в виду его анализ потребностей, включая духовные, хотя о них он не говорит явно.

Потребности и парадокс цели. Проанализируем потребности нужды и роста с точки зрения понятия цели. Парадоксальность цели состоит в том, что цель принципиально ничего не говорит о том, чем, как и когда можно ее достичь. Если потребности «нужды», и соответствующие им мотивации, вызывающие отрицательные эмоции, ставят перед организмом недостаточно дифференцированные цели, как, например, сильный голод или сенсорная депривация (которая буквально означает желание «чего-то новенького вообще»), то удовлетворение потребностей «роста», вызывающие положительные эмоции, сильно дифференцировано по силе и качеству в зависимости от того, чем, как и когда мы удовлетворили цель. Тем самым положительные эмоции в значительной степени берут на себя оценку качества достигнутого результата и желательности того конкретного объекта или способа действий, которым был достигнут результат. Действительно, было бы неразумно, если бы мотивация ставила перед организмом слишком конкретную цель. Доминанты или генетически заложенные врожденные «скелеты» функциональных систем ставят перед организмом максимально общие цели, позволяя в дальнейшем в процессе обучения и ориентировочно-исследовательской деятельности обогащать эти функциональные системы вплоть до автоматизированных действий. Такого обучения достаточно для получения функциональных систем типа «нужды», таких как реакция на боль, дыхание, выделение и т. д. В этих функциональных системах результат прост, и если эта «нужда» будет устранена, то цель будет достигнута. Результат для потребности «нужды» и должен быть прост, так как единственно, что надо достигнуть, это устранить данную нужду. Достижение таких результатов и обеспечивается отрицательными эмоциями, имеющими безусловную побудительную силу – устранить «нужду». Рост и развитие практически бесконечны и для побуждения к ним нужны сильно дифференцированные цели, оцениваемые положительными эмоциями, не имеющими безусловной побудительной силы, а имеющими характер награды: чем более «высокая» цель будет достигнута, тем выше награда. Отрицательные и положительные эмоции, как уже отмечалось, играют роль кнута и пряника в целенаправленной деятельности – кнута для достижения необходимых для нормальной жизнедеятельности целей («нужды»), побуждаемых отрицательными эмоциями и пряником для достижения целей освоения внешнего (и внутреннего) мира («роста»). Освоения все новых территорий, навыков, завоевание социального статуса и т. д. во внешнем мире, а также в сопричастности, любви, уважении, признании и самоактуализации, во внутреннем мире (см. А. Маслоу, гуманистическая и экзистенциальная психологии).

Если результаты могут значительно варьироваться по качеству для различных способов достижения цели, как, например, в функциональных системах пищеварения, половой системе, информационных, духовных, и т. д., то нас в этом случае должно интересовать не только достижение цели, но и качество получаемого результата. Но как это сделать, если мы *принципиально* не можем включать элементы качества в постановку цели? Знать о возможном качестве результата можно *только* после его достижения. Поэтому невозможно ставить в качестве цели некоторый качественный результат просто потому, что мы еще не знаем, что это такое. *Определить качество достигнутого результата и дать ему оценку и есть функция положительных эмоций*. Но как положительная эмоция, соответствующая достижению некоторого качественного результата, может ставить «высокую цель» по его достижению, если до достижения результата мы даже не знаем, какими качествами он может обладать? Поскольку положительные эмоции имеют не только определенную силу, зависящую от качества соответствующей санкционирующей афферентации, но и соответствующее им энергетическое влияние, то только они сами должны ставить цель по достижению соответствующего качественного результата. Но каким возбуждением (типа мотивации) ставится цель, если еще нет результата и, следовательно, вызываемой им положительной эмоции? Здесь-то и проявляется тот принципиальный момент в информационной теории эмоций, согласно которому эмоции возникают не только после достижения результата, но и до возникновения всякого результата на основании одного лишь вероятностного прогноза достижимости этого результата в данной обстановке. *При наличии опыта* по достижению результата определенного качества *цель может быть поставлена положительной эмоцией ещё до начала всякого действия* за счет *вероятностного прогноза* достижимости этой качественной цели в данных условиях. *Поэтому качественный результат сам ставит цель по своему достижению*, как только получен положительный прогноз его достижимости в данных условиях. При этом критерием наличия цели будет не тот результат, который ставится соответствующим мотивационным возбуждением, а результат определенного качества и соответствующей ему более богатой санкционирующей афферентации и более сильной положительной эмоции.

Несмотря на свою силу, положительная эмоция практически всегда действует в паре с соответствующей менее дифференцированной отрицательной эмоцией. Сама по себе положительная эмоция консервативна. Научившись достигать результат определенного качества, мы не знаем и принципиально не можем знать, что можно достигать лучшего и вполне можем ограничиваться достигнутым уровнем результатов. Пока случайно что-нибудь новое (экспериментирование, опыт других, поездки и т. д.) не

покажет нам, что мы «много потеряли», не умея что-то делать лучше. Не останавливаться на месте и не удовлетворяться достигнутым качеством заставляют отрицательные эмоции, которые обладают безусловной побудительной силой. Сенсорный голод (сенсорная депривация), жажда впечатлений, скука и т. д. являются примерами наименее дифференцированных, но эмоционально отрицательных мотиваций, приводящих к необходимости постоянно «поднимать планку» качества достигаемых результатов.

Поэтому обучение функциональных систем не заканчивается достижением результата, ставящегося мотивационным возбуждением. Цель и результат, ставящиеся мотивационным возбуждением, являются только первой ступенью среди качественных результатов. Дальнейшее развитие функциональных систем берут на себя положительные эмоции, которые начинают свою работу с эмоциональной оценки качества результатов. В этом случае достижение, по крайней мере, такого же качества результата, какой был достигнут в предыдущем случае, гарантировано опытом. Следовательно, задача сводится к тому, чтобы получить результат такого же качества, что возможно, только если каждый раз оценивать результат (уже после его достижения), т. е. оценивать во всей полноте санкционирующую афферентацию результата. Положительные эмоции очень важны, для того чтобы не терять достигнутого уровня притязаний, иерархии в обществе, достигнутого качества жизни (пищи, жилья, комфорта) и т. д. Для этого положительные эмоции должны иметь достаточно сильную энергетическую поддержку, чтобы, несмотря на большие энергетические затраты, которые, как правило, требуются для достижения качественного результата, стремиться к достижению такого результата. «Большую побуждающую силу потребностей роста по сравнению с потребностями нужды давно отметила народная наблюдательность в известной поговорке... «*Охота пуще неволи*». [75; с. 155].

«Для правильного понимания закономерностей человеческого поведения важно помнить, что хотя все... потребности тесно связаны друг с другом и редко обнаруживаются в изолированном, чистом виде, они принципиально не выводимы друг из друга и не заменяют друг друга. Любая степень удовлетворения одного типа потребностей не избавляет человека от необходимости удовлетворять потребности другого типа» [Там же. с. 156].

Дальнейшее рассмотрение потребностей «нужды» и «роста» в связи с освоением не только внешнего мира, но и внутреннего, духовного мира требует рассмотрения работ А. Маслоу, где эти потребности называются потребностями «дефицита» и «развития», а так же гуманистической и экзистенциальной психологии. Но такое рассмотрение требует отдельной работы, хотя является прямым продолжением данной.

Синтез принципов целеполагания и вероятностного прогнозирования в работе мозга. Если в теории функциональных систем целями являлись мотивации и потребности, то в информационной теории эмоций за счет интегрированных эмоциональных оценок мы имеем только две цели: получение положительных эмоций и ликвидации отрицательных эмоций: “Поскольку положительная эмоция свидетельствует о приближении удовлетворения потребности, а отрицательная эмоция – об удалении от него, субъект стремится максимизировать (усилить, продолжить, повторить) первое состояние и минимизировать (ослабить, прервать, предотвратить) второе ...» [75; с. 28]. Эти две цели действительно являются целями, так как наличие или отсутствие положительной или отрицательной эмоции организм ощущает непосредственно, и эти ощущения являются критерием наличия этих целей.

Проанализируем эти две цели. Отрицательные эмоции являются субъективным отражением предвосхищения ликвидации неудовольствия («нужды»). Положительные эмоции являются субъективным отражением предвосхищения некоторого качественного результата. При максимизации предвосхищения ликвидации нужды отрицательные эмоции максимально ослабевают, а при максимизации предвосхищения получения некоторого качественного результата положительные эмоции максимально усиливаются. В обоих случаях достигается *главная цель организма*, субъективно воспринимаемая как *максимизация положительных и минимизация отрицательных эмоций*. Таким образом, *в понятии предвосхищения объединяются два параметра: первый – вероятностная оценка достижимости результата и второй – качество санкционирующей афферентации*. Первый параметр отражает действие *принципа вероятностного прогнозирования*, а второй – действие *принципа целеполагания*. Максимизация предвосхищения достижения результатов как для положительной эмоции, так и для отрицательной эмоции является главной целью организма. Таким образом, если в теории функциональных систем целями были мотивации и результаты, то в информационной теории эмоций единственной и главной целью организма является максимизация предвосхищения достижения результата определенного качества. При этом результат соответствующей цели (в смысле теории функциональных систем) обязательно должен быть достигнут, так как в процессе достижения цели второй параметр – эмоциональная оценка результата – фиксирован и, следовательно, масимизироваться должен первый параметр – вероятностная оценка достижимости конечного результата, что и должно привести к достижению результата. План действий должен быть в этом случае организован так, чтобы каждый его шаг увеличивал оценку вероятности достижения конечного результата. Как это может быть сделано, подробно рассмотрено в последующих раз-

делах. Главная цель (в отличие от теории функциональных систем) достигается в этом случае непрерывно во времени, как до начала всяких действий, так и в процессе действий. Из **главной цели** организма вытекает **принцип доминанты**, так как для достижения главной цели иногда необходимо переключаться на достижение другого результата после или даже в процессе достижения текущего результата.

Максимизация предвосхищения достижения результатов определенного качества и является принципом, синтезирующим принципы целеполагания и предсказания. Назовем его главным принципом работы мозга. Субъективно он ощущается как максимизация положительных и минимизация отрицательных эмоций. Максимизация предвосхищения означает одновременную максимизацию двух параметров – оценки вероятности и качества достигаемого результата, соответствующих двум различным принципам: вероятностного прогнозирования и целеполагания.

§ 86. Формальный анализ главного принципа работы мозга.

Анализ главного принципа работы мозга с точки зрения искусственного интеллекта. Из теории функциональных систем следует, что достижение каждой цели осуществляется последовательностью и иерархией функциональных систем и соответствующих результатов и, следовательно, каждая цель автоматически разбивается на последовательность и иерархию подцелей, приводящих к достижению цели. Полученное дерево целей и дерево результатов образуют ту *логическую схему достижения цели*, которая разрешает парадокс цели и определяет способ ее достижения. Эта схема является логической, так как достижение цели и получение результата вполне описывается логически – цель может быть либо достигнута, либо нет, и результат может быть либо получен, либо нет, в противном случае это не результат. Из теоремы о формализуемости задач [45] в рамках слабых формальных систем следует, что достижение любых целей может быть описано логически в рамках иерархии слабых формальных систем. Тем самым *формальная модель работы мозга, вытекающая из принципа целеполагания, вполне может быть описана иерархией слабых формальных систем*. Когда процесс обучения закончен и действия становятся автоматизированными (без эмоций и ориентировочно-исследовательской реакции) и когда результаты действий точно согласуются с ожидаемыми, тогда вероятностное прогнозирование (с вероятностью 1) сводится к логическому выводу и процесс достижения цели вполне может быть описан логически – иерархией слабых формальных систем. Поэтому, логика (*математическая логика*) как раз и предназначена для точного описания *автоматизированных действий*. Но этого, как следует из информационной теории эмоций, недостаточно для описания способов дос-

тижения мозгом своих целей. Как показано в предыдущем параграфе, главной целью работы мозга является стремление максимизировать положительные и минимизировать отрицательные эмоции, включая входящие в них вероятностные оценки достижимости результата. При этом поскольку эмоциональные оценки достигаемого результата фиксированы, то в процессе достижения цели, *главной целью работы мозга* является максимизация второго параметра – вероятности достижения цели. Поэтому в процессе достижения цели главной целью работы мозга является не принцип целеполагания, а, наоборот, принцип вероятностного прогнозирования. Рассмотрим, какие формальные методы, известны в искусственном интеллекте, касающиеся формализации процесса вероятностного прогнозирования.

В искусственном интеллекте, философской логике, принятии решений, вероятностной логике и т. д. рассматриваются только логические схемы достижения результатов. Во всех перечисленных областях вероятностные оценки предсказания осуществляются «вдогонку» (параллельно) логическому выводу. Таким образом, во всех этих областях, на первое место ставится логический вывод, т. е. принцип целеполагания (в решении задач), а вероятностные оценки полученного результата вычисляются в соответствии с полученной иерархией задач. Тем самым вероятностное прогнозирование и принцип предсказания ставится в подчинение принципу целеполагания. Мозгом в процессе достижения своих целей, наоборот, на первое место ставится достижение максимальных вероятностных оценок достижения цели, а логическая схема достижения цели выстраивается затем исходя из необходимости достижения максимальности этих оценок. Следует понять, что *мозг – это не логическое, а, прежде всего, предсказывающее устройство*. Но, как мы увидим далее, теории предсказания нет и быть не может, пока логический вывод ставится на первое место. Причина этого имеет очень давнюю традицию и связана с тем, что логический вывод всегда рассматривался вместе с аксиоматическим подходом к построению теорий и, впоследствии автоматически был перенесен на знания.

Критика аксиоматического подхода к знаниям. Проанализируем подробнее, что известно о вычислении вероятностных оценок предсказания в искусственном интеллекте, экспертных системах, принятии решений и вероятностных логиках. Во всех этих областях безоговорочно принимается аксиоматический подход к знаниям. Мы имеем в виду не идеализированные знания, например математические, а эмпирические, имеющие некоторую степень достоверности, вероятности, подтвержденности и т. д. В дальнейшем мы всегда будем иметь в виду именно эмпирические знания. Аксиоматический подход к знаниям предполагает, что если некоторые знания каким-то образом установлены (вместе с оценками их вероятности, достоверности и т. д.), например, каким-либо индуктивным методом, ме-

тодом обучения, «извлечены» из эксперта опросом и т. д., то все утверждения, получаемые из них с помощью правил логического вывода, также являются знаниями. Оценки их вероятности (достоверности, подтвержденности и т. д.) могут быть получены по правилам вероятностной логики (нечеткой логики и т. д.) «вдогонку» логическому выводу. Рассмотрим вероятностные оценки выводимых знаний. Вычислению этих оценок посвящены работы по вероятностной и нечеткой логике ([87; 100; 102; 103; 107–108; 112; 137; 149–150; 144; 147]. Есть работы, в которых вероятность (достоверность и пр.) рассматриваются как значения истинности утверждений, а процесс логического вывода обобщается до так называемой «количественной дедукции» (дедуктивных систем, в которых значения истинности непрерывны и принимают значения в интервале [0,1]) [100; 107–108; 112; 147].

В работах ([100; 107–108]) описываются довольно богатые формальные системы, содержащие как частные случаи основные известные «количественные дедукции». Но, несмотря на значительный прогресс в разработке формальных систем, все они без исключения основаны на аксиоматическом подходе к знаниям. Анализ изменения оценок вероятности утверждений в процессе логического вывода показывает, что они всегда уменьшаются причем, как правило, существенно (за исключением случая, когда условная вероятность или вероятность равны 1). При этом полученные оценки нельзя улучшить, даже если ограничиться правилами с условной вероятностью не меньшей чем, например, 1-ε (как это сделано в работе [87]). И это не случайно.

Дело в том, что использование математической логики, и в частности правил вывода, неявно предполагает абсолютную достоверность (или гипотетичность) используемых в выводе знаний и отвечает требованиям сохранения истинности, а не вероятности. Это подтверждается тем фактом, что применение правила вывода modus ponens (из A и $A \Rightarrow B$ следует B) всегда строго уменьшает оценку вероятности m(B) (по отношению к оценке m(A)), при вычислении оценки m(B) по правилам вероятностной логики из m(A) и m(B /A) (за исключением случая, когда m(B /A) = 1, тогда m(A) = m(B)). Иными словами, только достоверное знание (m(B /A) = 1) не уменьшает вероятность, в любом другом случае она строго уменьшается. Только при достоверном знании можно применять правила вывода неограниченное число раз, и только в этом случае они действительно являются правилами вывода – сохраняют некоторую оценку (истинности или m(A) = 1). Неограниченное применение правил вывода к вероятностным знаниям неприменимо, так как может приводить к знаниям со сколь угодно низкой оценкой вероятности и фактически уже не являющимися знаниями. Как мы покажем далее, если отказаться от аксиоматического мето-

да и правил вывода, то можно построить такой семантический вероятностный вывод, оценки предсказания которого наоборот, всегда будут строго возрастать.

Таким образом, в философской логике, искусственном интеллекте, принятии решений, экспертных системах, вероятностных и нечетких логиках и других областях, использующих математическую логику, главенствующую роль всегда играл принцип целеполагания, формально представленный аксиоматическим методом. Перенос аксиоматического метода на эмпирические знания неправомерен, поэтому *необходимо изменить существующую парадигму – аксиоматический подход к знаниям – и построить такую формализацию, где главной целью знаний являлись бы их оценки предсказания, вероятности (достоверности и т. д.*). Только в таких формальных системах можно пытаться строить формальную модель работы мозга. В рамках старой парадигмы это принципиально невозможно. К счастью, в настоящее время математическая логика развита настолько, что давно уже вышла за рамки аксиоматического метода, и в ней существуют самые разнообразные формальные системы. Выясним, какая из них соответствует главному принципу работы мозга.

*Семантический подход к формализации главного принципа работы мозга***.** Таким образом, для получения максимальных вероятностных оценок предсказания необходимо отказаться от аксиоматического подхода к знаниям и использования правил вывода. Как это можно сделать?

Первый шаг к получению вероятностных оценок предсказания был сделан в «количественных дедукциях», где значения истинности были обобщены до значений вероятности (достоверности и пр.). Но в количественных дедукциях сохраняется *очевидное несоответствие: при обобщении значений истинности, не обобщаются правила вывода*. Правила вывода применяются для сохранения значений истинности, но если значения истинности обобщены, то и правила вывода должны быть обобщены так, чтобы сохранять эти обобщенные значения, а не старые значения истинности. Каким образом можно обобщить правила вывода?

Рассмотрим процесс вычисления с точки зрения «*семантического*» *подхода к программированию* [104]. Идея семантического программирования состоит в том, чтобы процесс вычисления, обобщающий логический вывод, рассматривать как проверку истинности утверждений (включая возможное использование логического вывода) на некоторой модели. При таком взгляде на процесс вычисления процедуру логического вывода можно обобщить, определяя новые взаимоотношения высказываний и модели. Можно рассмотреть, например, не только проверку истинности, но и проверку предсказуемости, подтверждаемости, достоверности высказываний на модели. Такие выводы будем называть семантическими. Для се-

мантического вывода проверку истинности можно заменить поиском максимальной предсказуемости (имеющей наибольшую оценку условной вероятности), наиболее сильно подтверждающих фактов, наиболее достоверных фактов и т. д. Это возможно потому, что истинность имеет только два значения, а вероятность, подтвержденность, достоверность и т. д. имеют континуум значений. Поэтому если использовать не два значения истинности: истина и ложь, среди которых не имеет смысла искать «наиболее истинное», а континуум значений, то поиск наиболее вероятного, достоверного и т. д. утверждения уже имеет смысл. В этом случае мы, вообще говоря, даже не нуждаемся в правилах вывода. Назовем *принципом предсказания* такую формализацию понятия предсказания, где главной целью была бы максимизация оценки предсказания. Такая формализация осуществлена в виде **се**мантического вероятностного вывода.

§ 87. Критика гипотезы суммации возбуждений на единичном нейроне. Новая формальная модель нейрона.

Прежде чем определять новую формальную модель нейрона, покажем что существующая формальная модель не имеет под собой никаких оснований. Господствующая уже более 30 лет в *Neuroscience гипотеза суммации возбуждений на уровне нейрона – это еще одно научное заблуждение*. Эта гипотеза была подвергнута критике П. К. Анохиным еще в 1974 г. [2]. Работа была переведена на английский язык, но в *Neuroscience* до сих пор придерживаются этой гипотезы. Полная ее абсурдность следует из самой работы [2]. Ниже приведен краткий вывод.

Критика гипотезы суммации возбуждений на уровне нейрона.

«Следовательно, теория электрической суммации... признает наличие:

а) возможности распространения отрицательных и положительных потенциалов по мембранам дендрита и тела нервной клетки;

б) возможности их алгебраических суммационных объединений при встрече на поверхности нейрона;

в) возможности адекватного воздействия этой суммы мембранных изменений на генераторный пункт нейрона.

Благодаря огромному авторитету упомянутых выше исследователей теория «электрической суммации», призванная объяснить интегративную деятельность нейрона, почти безоговорочно принята подавляющим большинством нейрофизиологов, хотя вообще к этому не было никаких оснований, поскольку она никогда не обсуждалась и не аргументировалась достаточно серьезным образом» [2; с. 357].

П. К. Анохин выясняет причину возникновения этой «гипотезы»: «...Произошел тот незаметный перенос выработанной ранее традиционной логики исследовательского процесса на проводящих образованиях (нерв-

ных волокнах. – *Е. В.*) к исследованию синапсов и самой нервной клетки. Кодовое выражение «проведение возбуждения через синапс» лучше всего характеризует эту ошибку сделанного обобщения. Выражаясь более точно, можно сказать, что примат мембраноионных процессов, справедливо принятый нейрофизиологами безоговорочно для проводящих структур автоматически был перенесен и в качестве примата (!) на синапсы, на дендриты и на нервные клетки... *Так возник первый «парадокс», определивший всю дальнейшую логику исследований по нейрофизиологии*: синапс, дендриты и нервная система были приняты как часть системы, проводящей (!) нервный импульс по мембране нервной клетки от синапса к аксонному холмику, т. е. к выходу на аксон» [2; с. 361].

Что позитивного, кроме критики, утверждается в теории функциональных систем по поводу нейронной активности? К сожалению, немного – только общее утверждение о системоспецифичности нейронов: «В разнообразных видах поведения, регистрируемого с помощью различных отметок и видеозаписи, мы исследовали активность нейронов моторной, зрительной, париетальной и лимбической области коры, гиппокампа, обонятельной луковицы и ретикулярной формации мозга. Эти исследования показали... что в стереотипном поведении многие нейроны различных областей мозга являются системоспецифичными, т. е. активируются и тормозятся при реализации тех или иных функциональных систем» [2; с. 14]. В теории функциональных систем дается так же абстрактное утверждения об уменьшении числа степеней свободы нейронов, в процессе работы функциональных систем. Таким образом, можно достаточно смело предполагать, что обоснованной формальной модели нейрона в настоящее время не существует.

Физиологическая интерпретация принципа предсказания. Как отмечалось, главной целью работы мозга является достижение наилучшей вероятностной оценки прогноза результата. Конкретизируем эту цель как *принцип предсказания: мозг способен автоматически осуществлять предсказания, обеспечивающие максимальные оценки прогноза достижимости результатов*. Если мы определим такой семантический вероятностный вывод, который способен обеспечить данный принцип, то его можно взять в качестве основы для формализации принципа предсказания.

Напомним, что принцип предсказания после формального анализа в был конкретизирован как принцип: «мозг должен уметь обнаруживать все вероятностные закономерности». Мы исходили из предположения о том, что вся воспринимаемая мозгом информация и поступающая на его вход афферентация может быть представлена некоторым множеством одноместных предикатов. Обоснуем это предположение.

Под информацией, поступающей на «вход» мозга, мы будем понимать всю воспринимаемую мозгом афферентацию: мотивационную, обстановочную, пусковую, обратную, санкционирующую афферентацию, афферентацию об осуществленных действиях, поступающую по коллатералям на «вход» и т. д. Любая афферентация, поступающая на вход по некоторому аксону, имеет два состояния – возбуждение или отсутствие возбуждения (существуют и другие параметры возбуждения, такие как сила возбуждения – число импульсов, частота, связанная с вероятностью сигнала, пачкообразность, связанная с мотивацией, и, возможно, еще некоторые другие, но мы будем учитывать (пока) только наличие возбуждения и его вероятность (частоту импульсов)). Поэтому определим поступающую на «вход» мозга информацию одноместными предикатами, которые фиксируют бинарное свойство возбуждения либо не возбуждения некоторого аксона. Возбуждение нейрона и передачу этого возбуждения на его аксон также определим одноместным предикатом, истинность которого будет означать возбуждение нейрона и передачу этого возбуждения на выход нейрона – на его аксон. Из экологической теории восприятия Дж. Гибсона следует, что под информацией может пониматься любая характеристика энергетического потока света, звука и т. д., поступающая на вход мозга. Признаки, свойства, понятия вторичны по отношению к этой информации и мы этими терминами пользоваться не будем. Поэтому в дальнейшем мы будем предполагать, что вся афферентная информация задается некоторым множеством одноместных предикатов, значения которых соответствуют некоторой, поступающей на вход мозга, информации.

Нейрон определим как преобразование $<P_1, ..., P_к> \Rightarrow P_0$ значений предикатов $P_1, ..., P_к$, обозначающих все входные возбуждения (как правило, несколько тысяч), приходящих по аксонам на вход (синапсы) нейрона, в значение предиката P_0, обозначающего выход (аксон) нейрона. Известно, что каждый нейрон имеет рецептивное поле, стимуляция которого возбуждает его безусловно. Первоначальной (до всякого обучения) семантикой предиката P_0 можно считать информацию, извлекаемую им из этого рецептивного поля. Но в процессе обучения эта информация меняется. Ей становится гораздо более богатый класс стимуляций в том числе условных, а не только безусловных*.

* Может показаться, что данное определение функции нейрона слишком упрощено и не учитывает такой важной функции возбуждения, как возбуждение тормозных синапсов, оказывающих тормозное действие на нейрон. Но известно, что аксон, ветвясь, передает свое возбуждение на один и тот же нейрон через множество синапсов как возбуждающих, так и тормоз-

Напомним о системоспецифичности нейронов: нейрон может вести себя совершенно по-разному, участвуя в работе различных функциональных систем (что приводит в недоумение нейрофизиологов, так как в этом случае отдельно взятый нейрон не имеет фиксированной семантики). Как формально можно разделить эти случаи? Так как мотивации, санкционирующая афферентация от достигнутого результата (в том числе определенного качества) и эмоции имеют генерализованное воздействие на нейроны коры головного мозга, то мы можем полагать, что среди всех входных возбуждений $P_1, ..., P_к$ каждого нейрона есть все мотивационные, санкционирующие и эмоциональные возбуждения. Мы всегда будем предполагать, что каждый нейрон в некоторый момент времени работает в рамках определенной функциональной системы и, значит, активной для него является только одна тройка <М, Р, Э> мотивации М, результата Р и эмоции Э, сочетающиеся в этот момент времени с его собственным возбуждением. Поэтому вместо преобразования $<P_1, ..., P_к> \Rightarrow P_0$ мы всегда будем рассматривать преобразование $<<М, Р, Э>, М, P_1, ..., P_к> \Rightarrow P_0$. Мотивация М добавлена в перечень входных стимулов, так как помимо активирующего воздействия она также может быть условным стимулом и участвовать в выработке вероятностных закономерностей, предсказывающих достижение поставленной ей же цели. Конечно, среди всех возбуждений $P_1, ..., P_к$ есть множество возбуждений, которые могут быть активизированы только при включении данного нейрона в работу других функциональных систем, но эти возбуждения будут автоматически проигнорированы нейроном, так как они не активны при работе функциональной системы, определяемой тойкой <М, Р, Э> (вероятностные закономерности на неактивных возбуждениях не вырабатываются). Другие мотивации и эмоции (определяющие другие функциональные системы), так же время от вре-

---

ных. Поэтому каждое возбуждение передается нейрону как через возбуждающие, так и через тормозные синапсы. Тормозные синапсы нужны для того, чтобы затормозить нейрон и прекратить его активность. Эта функция, как мы увидим в дальнейшем, нужна для «вытормаживания» альтернативных образов восприятия, признаков, свойств и т. д., которые в соответствии с обнаруживаемыми «тормозными закономерностями», тормозящими нейрон, не должны быть у воспринимаемых объектов. Иными словами, они нужны при анализе конкуренции целостных «схем», образов, планов действий и т. д. Для анализа того, как возбуждение передается от одного нейрона к другим, учет тормозных синапсов не обязателен. В дальнейших работах тормозные синапсы будут включены в виде своеобразного отрицания.

мени будут передавать свои возбуждения на вход данного нейрона, что может привести к выработке закономерностей, включающих данный нейрон в работу этих других функциональных систем. Но поскольку функциональные системы не могут выполняться одновременно, если только они не включены в иерархию одновременно работающих функциональных систем, то отдельный нейрон, при достижении некоторой цели, всегда работает в рамках только одной функциональной системы. Поэтому преобразование $<<M, P, Э>, M, P_1, ..., P_к> \Rightarrow P_0$ само автоматически выделит среди $P_1, ..., P_к$ те возбуждения, которые позволят с максимальной вероятностью предсказывать и тем самым возбуждать нейрон P_0 в рамках вполне определенной функциональной системы, определяемой тройкой $<M, P, Э>$.

Для рассмотрения оценок условных вероятностей предсказания, необходимо определить *вероятность*. Нам достаточно определить вероятность событий, фиксируемых нейронами, участвующими в работе некоторой функциональной системы. *Событием* $P_{i1}\& ... \&P_{im}$, где $P_{i1}, ..., P_{im} \subseteq \{P_1, ..., P_к\}$ в нейроне $<<M, P, Э>, M, P_1, ..., P_к> \Rightarrow P_0$ будем называть одновременное возбуждение входов $P_{i1}, ..., P_{im}$ этого нейрона непосредственно перед действием подкрепляющего возбуждения, т. е. тройки $<M, P, Э>$. Частоту $h(P_{i1}\& ... \&P_{im})$ события $P_{i1}\& ... \&P_{im}$, определим как $h = n / N$, где N – общее число подкреплений нейрона тройкой $<M, P, Э>$, а n – число случаев подкрепления, когда были одновременно возбуждены все предикаты $P_{i1}, ..., P_{im}$. Под *оценкой условной вероятности* $P(P_0 / P_{i1}, ..., P_{im})$ возбуждения нейрона P_0 при условии возбуждения его входов $P_{i1}, ..., P_{im}$ будем понимать условную частоту $h(P_0 / P_{i1}, ..., P_{im}) = h(P_0\&P_{i1}\& ... \&P_{im}) / h(P_{i1}\& ... \&P_{im})$. Примем *интерпретацию вероятности* введенную К. Поппером, как предрасположенность с определенной вероятностью к появлению некоторого события. Будем считать, что при рассмотрении работы некоторого нейрона $<<M, P, Э>, M, P_1, ..., P_к> \Rightarrow P_0$ в некоторой функциональной системе у нас определены вероятности всех событий.

Новая формальная модель нейрона. Гипотеза: функция нейрона состоит в семантическом вероятностном выводе всех вероятностных закономерностей между его входом и выходом для всех функциональных систем, в которые он вовлечен. Каждый нейрон $<<M, P, Э>, M, P_1, ..., P_к> \Rightarrow P_0$ внутри себя для своего выхода P_0 строит «уточняющий» граф для каждой функциональной системы, определяемой мотивацией М эмоцией Э и результатом Р.

У каждого нейрона есть рецептивное поле, стимуляция которого всегда безусловно возбуждает его выход P_0. Вероятностные закономерности обнаруживают вероятностные закономерности между входными возбуждениями нейрона, приходящими из разных отделов мозга на его синапсы, и его выходным возбуждением. *Нейрон реагирует (возбуждается) на те и только те возбуждения входов, которые являются либо возбуждениями от рецептивного поля, либо условиями хотя бы одной из выработанных им вероятностных закономерностей с достаточным для его возбуждения уровнем оценки условной вероятности*. Частота его возбуждения и быстрота возбуждения пропорциональны максимальной величине условной вероятности среди всех сработавших закономерностей.

Нейроны в разных состояниях возбудимости коры (бодрствование, мотивация, эмоция, ориентировочно-исследовательская реакция, сон и т. д.) имеют разный порог срабатывания. Под порогом срабатывания нейрона будем понимать то минимальное значение оценки условной вероятности закономерности, которое в состоянии возбудить нейрон. Из описания эмоций и ориентировочно-исследовательской реакции следует, что они способны изменять порог срабатывания нейрона.

Известно, что в процессе выработки условных связей, а также при замыкании условных связей на уровне отдельного нейрона, скорость проведения импульса от условного раздражителя(лей) к аксону нейрона, т. е. скорость ответа нейрона на условный сигнал, тем выше, чем выше оценка условной вероятности достижимости этого (этапного) результата. Это показывает, что мозг интересуют прежде всего высоковероятные прогнозы и нейроны срабатывают прежде всего на самые сильные закономерности с максимальными оценками условных вероятностей.

§ 88. Формальная модель работы мозга, основанная на принципе предсказания.

Формальная модель работы мозга, вытекающая из принципа предсказания. В силу сформулированной выше гипотезы, нейроны обнаруживают все вероятностные закономерности между его входом и выходом для различных функциональных систем, в которые он включен. Для выполнения принципа предсказания надо уметь обнаруживать все множество вероятностных закономерностей *PR*. Для этого необходимо, чтобы нейроны в мозге были связаны так, чтобы на их входы могла попасть любая из входных афферентаций мозга и их выход мог достигнуть любого эффекторного органа. Именно это и осуществляется *решеточным принципом межнейронных связей* [67]. «Мы считаем, что в самом фундаменте нейронной организации заложен биологически обусловленный принцип универсальной взаимосвязи всех воспринимающих раздражения элементов – рецепторов –

со всеми элементами, реализующими ответные реакции на раздражения – эффекторами, которыми обладает организм. *Любой рецептор или комбинация рецепторов, могут быть связаны с любым эффектором, или комбинацией эффекторов*. Анатомически данный принцип выявляется в виде схемы всеобщего перекрёста («решетки») нервных путей, соединяющих отдельные рецепторные точки тела, или их группы, с эффекторными» [67; с. 101]. Рис. 33, приведенный в работе [67], иллюстрирует эту «решетку». Жирными точками обозначены нейроны, стоящие в узлах решетки. Нейроны не просто стоят в местах схождения афферентаций, но и возникают в таких местах: «Как видно на приведенной схеме...нейроны возникают и структурно закрепляются именно в пунктах взаимодействия различных по своему происхождению и назначению нервных импульсов. Таким образом, нейрон с самого начала его появления в эволюции живых организмов предстает перед нами как аппарат схождения (конвергенции) и расхождения (дивергенции) переключаемых в нем импульсов» [Там же; с. 102].

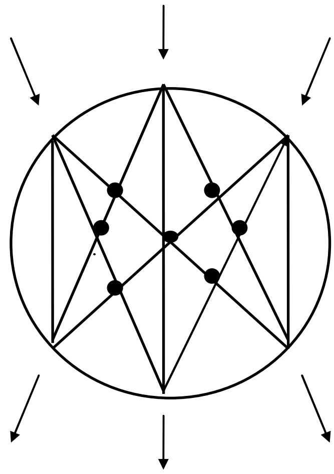


Рис. 33

В дополнение к «переключающей» функции нейронов надо еще добавить, что нейроны в каждом «узле решетки» получают на вход не только возбуждения от нейронов предыдущего слоя, но и от всех предыдущих слоев и посылают свое возбуждение всем последующим слоям. Кора головного мозга достаточно тонка и возбуждения поступающие в нее или возникающие в ней в вертикальном направлении (перпендикулярно ее поверхности) пронизывают почти всю кору (в отличие от горизонтального направления). Таким образом, мозг устроен в достаточно точном соответствии с необходимостью иметь максимально точные предсказания, которые можно получить обнаружением всех вероятностных закономерностей *PR*. Единственное ограничение, возникающее при обнаружении вероятностных закономерностей нейронами, состоит в том, что подкрепление нейронов осуществляется только в рамках некоторой функциональной системы, т. е. только тогда, когда достигается некоторая цель.

Определим понятие функциональной системы в терминах вероятностных закономерностей. Вспомним, что функциональные системы формируются для выполнения некоторых функций организма и достижения соответствующих результатов. «#Состав функциональной системы не может

быть определен каким-либо анатомическим принципом. Наоборот, самые разнообразные «анатомические системы» могут принимать участие и объединяться на базе одновременного возбуждения при выполнении той или иной функции организма#» [78; с. 19].

Используя формальную модель нейрона, можно объяснить как происходит формирование функциональной системы на нейрофизиологическом уровне. Пусть тройка <М, Р, Э> ставит цель по выполнению некоторой функции организма. Если функциональная система не определена генетически, то на начальном этапе формирования функциональной системы у нас нет высоко вероятного прогноза достижения цели и, следовательно, возникает *ориентировочно-исследовательская реакция* для обучения достижению данной цели, которая:

– во-первых, стремится к тому, что бы *все окружающие животное раздражители были известны*. «В новой неизвестной обстановке**...**поведение строится с использованием выраженной ориентировочно-исследовательской деятельности. На основе имеющейся потребности животные активно *исследуют все ранее неизвестные раздражители* окружающей среды ...» [Там же; с. 124];

– во-вторых, все обследованные раздражители она «*связывает*» с по типу условного рефлекса *с конечным результатом*;

– в-третьих, она генерализованно *поднимает и выравнивает активность нейронов* коры головного мозга, что делает возможным возникновение условных связей между отдаленными нейронами коры: «ориентировочно-исследовательская реакция...всегда ведет к десинхронизации электрической активности коры...часто выражающееся на записи почти прямой линией...Эта десинхронизация является общепризнанным результатом активности ретикулярной формации ствола мозга...является выражением энергетического влияния на кору больших полушарий» [6; с. 346]; «...можно сказать, что без этого активирующего действия со стороны ретикулярной формации отдельные раздражения, приходящие в кору, были бы в значительной степени изолированными и не могли бы вступить между собой в непосредственную тесную связь так легко, как они вступают при повышении тонуса коры через подкорковое возбуждение ориентировочно-исследовательской реакции» [Там же; с. 351].

Нетрудно видеть, что все эти функции ориентировочно-исследовательской реакции так же направлены на то, что бы обнаружить максимальное число вероятностных закономерностей *PR* и сформировать такие функциональные системы, которые бы включали максимальные возможности предсказания результата, предоставляемые схемой соединения нейронов (см. рис. 33). Действительно, добиваясь чтобы все раздражители были известны, она максимально увеличивает «вход» мозга (см. рис.

33); поднимая и выравнивая активность нейронов коры, она обеспечивает равномерное увеличение числа активных нейронов, «срабатывающих» по не достаточно сильным вероятностным закономерностям, что еще больше увеличивает объем доступной информации и возможность ее передачи из одних отделов мозга в другие и, наконец, «связывает» условными связями всю эту информацию с конечным результатом путем обнаружения вероятностных закономерностей. Облегчается также выработка условных связей, так как даже при небольшом числе сочетаний условного сигнала с безусловным, когда вероятностная закономерность еще недостаточно сильна, мы получаем предсказание безусловного сигнала при срабатывании соответствующего нейрона по этой слабой закономерности.

При таком действии практически любая вероятностная закономерность из *PR*, полезная для предсказания какого-либо (этапного) результата P_0 какой-либо из потребностей <М, Р, Э>, может быть обнаружена схемой нейронов рис. 33, и включена в функциональную систему (если только для этой вероятностной закономерности $(M\&P_{i1}\& \ldots \&P_{ik} \Rightarrow P_0) \in PR$ существует нейрон $\langle\langle M, P, Э\rangle, M, P_1, \ldots, P_к\rangle \Rightarrow P_0$, такой что $\{P_{i1}, \ldots, P_{ik}\} \subseteq \{P_1, \ldots, P_к\}$). Теоретически в нашей модели мы будем считать, что такой нейрон всегда существует. Для обнаружения вероятностных закономерностей $(M\&P_{i1}\& \ldots \&P_{ik} \Rightarrow P_0) \in PR$ некоторой функциональной системой <М, Р, Э> достаточно мотивации М, и того факта, что, если при условии $M\&P_{i1}\& \ldots \&P_{ik}$ сработал нейрон P_0, то это приблизит нас к достижению конечного результата P_0, вызывающего положительную эмоцию Э. Каждая вероятностная закономерность из *PR* подкрепляется единственной тройкой <М, Р, Э>. Множество всех вероятностных закономерностей из *PR* и обнаруживающих их нейронов, подкрепляемых некоторой тройкой <М, Р, Э>, и есть та функциональная система, определяемая <М, Р, Э>. Обозначим через *PR*(М, Р, Э) все те вероятностные закономерности (и содержащие их нейроны), которые соответствуют этой функциональной системе. Пусть {<М, Р, Э>} – множество всех потребностей. Множество {<М, Р, Э>} разбивает все множество вероятностных закономерностей *PR* на непересекающиеся группы *PR*(М, Р, Э), так как каждая вероятностная закономерность закрепляется только одной потребностью <М, Р, Э>. Поэтому $PR = \cup\{PR(M, P, Э)\}$. Однако, вырабатывающие их нейроны могут принадлежать разным группам, так как один и тот же нейрон может участвовать в работе нескольких функциональных систем. Множество {*PR*(М, Р, Э)} и есть все *множество функциональных систем, обнаруживаемых мозгом и та математическая модель работы мозга, которая вытекает из принципа предсказания*.

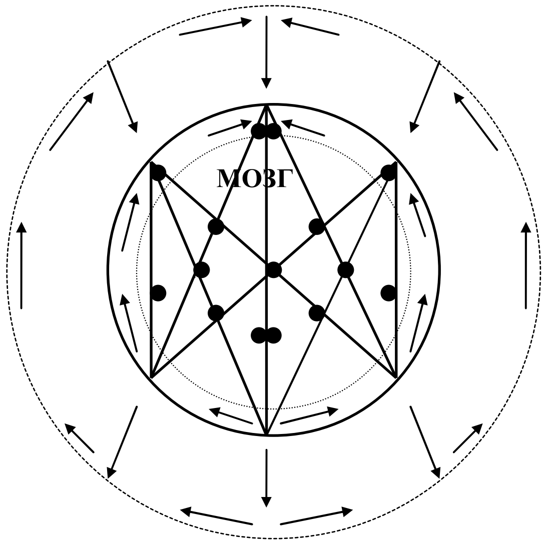
Это определение дает нам функциональные системы в полном объеме со всеми промежуточными результатами. Рассмотрим как развиваются функциональные системы. Это позволит нам дать подробную структуру данной формальной модели работы мозга и каждой функциональной системы в отдельности.

Структура формальной модели работы мозга {PR(M, P, Э)}. Объясним формирование и совершенствование действий как оно описано в теории функциональных систем. Используя формальную модель работы мозга {*PR*(М, Р, Э)} и формальную модель нейрона, сделаем это на нейронном уровне, что раскроет нам структуру формальной модели. Это даст нам возможность в следующем разделе объяснить в целом организацию целенаправленного поведения в теории функциональных систем на нейронном уровне. Объясним также свойства акцептора результатов действия, которые не могут быть объяснены на основе принципа целеполагания. Это «предвосхищение» в акцепторе результатов действия и его автоматическое обогащение и совершенствование.

Приведем высказывания из теории функциональных систем о свойствах акцептора результатов действия, которые мы хотим объяснить: «Формирование «цели» в центральной архитектуре поведенческого акта связано с построением следующей стадии системной организации поведенческого акта аппарата предвидения будущего результата (всей последовательности и иерархии результатов), удовлетворяющего доминирующую потребность, – аппарата акцептора результатов действия» [78; с. 81]. «Он «предвосхищает» афферентные свойства того результата, который должен быть получен в соответствии с принятым решением, и, следовательно, опережает ход событий в отношениях между организмом и внешним миром... По сути он должен сформировать какие-то тонкие нервные механизмы, которые позволяют не только прогнозировать признаки необходимого в данный момент результата, но и сличать их с параметрами реального результата» [4; с. 95].

Как уже говорилось, под «предвидением» понимается предвосхищение в соответствии с принципом опережающего отражения действительности [5], всей последовательности и иерархии результатов необходимых для достижения конечной цели. Более конкретно предвосхищение не определяется. Как показано в работах школы П. К. Анохина, нейрофизиологически предвосхищение реализуется специальными коллатеральными ответвлениями от произведенных действий и поступающих на «вход» мозга, конвергируя с афферентацией от входных стимулов: «Речь идет о коллатеральных ответвлениях пирамидного тракта, отводящих ко многим межуточным нейронам “копии” тех эфферентных посылок, которые выходят на пирамидный тракт...Таким образом, момент принятия решений и начала

Внешний Мир



Внешний Мир

Рис. 34

выхода рабочих эфферентных возбуждений (начало действий – *Е. В.*) из мозга сопровождается формированием обширного комплекса возбуждений, состоящего из афферентных признаков будущего результата и из коллатеральной "копии" эфферентных возбуждений, вышедших на периферию по пирамидному тракту к рабочим органам.» [4; с. 97]. Таким образом, рис. 33 преобразуется в более сложную схему рис. 34.

В рис. 34 добавился внутренний контур обратных связей, обозначенный малой пунктирной линией, посылающий по коллатералям возбуждения с «выхода» мозга на его «вход», а также внешний контур обратных связей от результатов осуществленных действий во внешней среде, обозначенный большой пунктирной линией. Добавились и нейроны вдоль внутреннего контура по возбуждениям которых осуществляется «предвосхищение» результатов действий акцептором результатов действий.

Рассмотрим выработку классического условного рефлекса. Пусть *a* – выбранный нами условный сигнал, например, звонок и *b*, *c* и *d* – стук кормушки, вид хлеба и действие хлеба на вкусовые рецепторы языка (безусловный раздражитель).

Фактически все пусковые стимулы являются результатами действий – действием является ожидание пускового стимула и настройка сенсорного аппарата (предвосхищение в терминологии У. Найсера) на восприятие данного стимула, а результатом действия и обратной афферентацией является сам пусковой стимул. В соответствии с концепцией Схем восприятия У. Найсера, без такой настройки и предвосхищения мы просто не сможем воспринять (и не увидим и не услышим) соответствующий пусковой стимул. Например, чтобы воспринять звонок a, мы должны осуществить перцептивное действие da по настройке на его восприятие. Поэтому мы далее будем рассматривать пусковые стимулы как этапные результаты.

Верно и обратное – обратная афферентация об успешном завершении некоторого этапного действия и получение этапного результата является пусковой для начала следующего действия и продолжения достижения цели, так как мы не можем продолжить следующее действие, пока не совершено предыдущее. Например, после того как прозвучал звонок a, животное начинает следующее действие db – ожидание стука кормушки. Достижение результата b – стука кормушки, будет пусковым для начала следующего этапа действий – подхода к кормушке и восприятие хлеба dc. Получение результата c – вида хлеба, «запустит» последнее действие dd – поедание хлеба с целью получения конечного результата d – ощущение хлеба рецепторами языка.

«Запуск» действия db может быть осуществлен нейроном db при действии на него пускового стимула a по закономерности $a \Rightarrow db$. Эта закономерность будет закреплена в том и только в том случае, если действие db приведет к такой обратной афферентации $Res(db)$ от результатов этого действия, которая вызовет результат b, для которого закономерность $b \Rightarrow d$, обнаруженная нейроном d, будет иметь большую оценку условной вероятности, чем закономерность $a \Rightarrow d$ от предыдущего этапного результата. В этом случае в соответствии с информационной теорией эмоций возникшая положительная эмоция, закрепит «запуск» действия $a \Rightarrow db$, активацию обратной афферентацией $Res(db)$ результата b по закономерности $Res(db) \Rightarrow b$, а так же закономерность $b \Rightarrow d$. После получения условного стимула a и запуска действия db следующим пусковым стимулом станет уже стимул b, запускающий действие dc, а этапным результатом будет результат c. Этот следующий этап действий приведет к выработке аналогичных закономерностей $b \Rightarrow dc$, $Res(dc) \Rightarrow c$ и $c \Rightarrow d$ (35). «Запуск» действия da осуществляется самой мотивацией М, поскольку мотивация является не только активирующим возбуждением, но и стимулом. «Запуск» $M \Rightarrow da$ закрепится по той же причине, что и другие запуски, так как приведет к этапному результату a, предсказывающему по закономерности $a \Rightarrow d$ дос-

тижимость конечного результата с большей вероятностью, чем по закономерности $M \Rightarrow d$.

Полученные после рассмотрения всех этапов действия закономерности $a \Rightarrow d$, $b \Rightarrow d$ и $c \Rightarrow d$ будут иметь последовательно возрастающие оценки условных вероятностей. Таким образом, на нейронном уровне мы вместо последовательности $a \Rightarrow b \Rightarrow c \Rightarrow d$ будем иметь следующую последовательность (графическое представление этой последовательности приведено на рис. 35):

$$\begin{gathered} M \Rightarrow da \to Res(da) \Rightarrow a \Rightarrow db \to Res(db) \\ \Rightarrow b \Rightarrow dc \to Res(dc) \Rightarrow c \Rightarrow dd \to Res(dd) \Rightarrow d \end{gathered} \tag{35}$$

где $a \Rightarrow$, $b \Rightarrow$, $c \Rightarrow$ – условные связи «запуска» очередного этапа действий, выработанные нейронами da, db, dc. Стрелка $\to$ после действий da, db, dc, dd означает совершение действий во внешней среде. $Res(da)$, $Res(db)$, $Res(dc)$, $Res(dd)$ – обратные афферентации, поступающие на входы нейронов a, b, c, d из внешней (внутренней) среды и сигнализируюшие о достигнутом результате действий.

Каждое действие da, db, dc, dd в соответствии с рис. 35 по коллатералям передает свое возбуждение на «вход» мозга и, следовательно, можно считать, что возбуждение от моторного нейрона da одновременно с активацией самого действия передает свое возбуждение на вход нейрона a, действие db на вход нейрона b, действие dc на вход нейрона c и действие dd на вход нейрона d. Значит, на входы нейронов результатов a, b, c, d поступит не только обратная афферентация $Res(da)$, $Res(db)$, $Res(dc)$, $Res(dd)$ от результатов осуществленных действий, поступающая по внешнему контуру, но и возбуждения от самих действий da, db, dc, dd, поступающая по внутреннему контуру мозга. Поэтому схема условного рефлекса (35) преобразуется в схему на рис. 35. В ней М – мотивация, «извлекающая из памяти» активацией $\downarrow$ (см. подробнее далее) всю цепочку действий (план действий) по достижению цели. Обстановочная афферентация $Обс(da)$, $Обс(db)$, $Обс(dc)$, $Обс(dd)$ представляет собой множество всех необходимых условий успешного совершения каждого отдельного действия и достижения в итоге конечного результата в данной обстановке. Никакого другого дополнительного смысла обстановочная афферентация не имеет. Обстановочная афферентация автоматически включится в закономерности $M\&Обс(da) \Rightarrow da$, $a\&Обс(db) \Rightarrow db$, $b\&Обс(dc) \Rightarrow dc$, $c\&Обс(dd) \Rightarrow dd$ как «существенная» информация (повышающая условную вероятность прогноза (см. рис. 35)) о необходимых условиях возможности «запуска» очередного действия и получения соответствующего (этапного) результата.

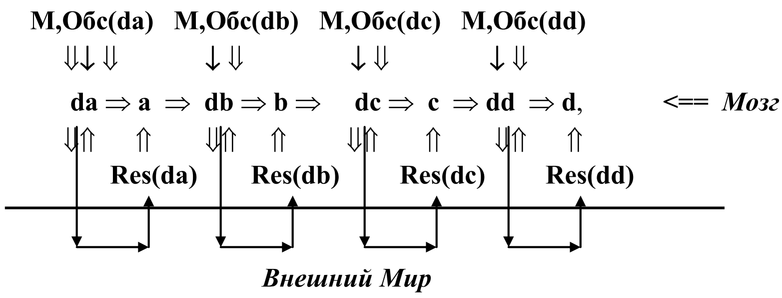


Рис. 35

Как видно из рис. 35, достижение цели представляет собой последовательность «блоков» (см. отдельный блок на рис. 36), каждый из которых начинается и заканчивается двумя последовательными этапными результатами.

Как мы увидим при объяснении теории движений Н. А. Бернштейна, этот блок действий является основополагающим и называется «рефлекторным кольцом». В теории схем восприятия У. Найсера этот же блок действий называется «Перцептивным циклом». Более подробно этот блок действий будет рассмотрен далее.

Представим схему на рис. 35 через закономерности, возбуждающие соответствующие нейроны. Это следующие закономерности, вырабатываемые в процессе обучения.

Далее в этом и следующем разделе все эти закономерности будут объяснены. Определим сначала, что такое, например, действие *dc.* Для этого заметим, что вся совокупность обратных афферентаций от результатов действия *dc*, которую обозначим через *GenRes(dc)*, поступает на «вход» мозга непрерывно во времени, начиная с момента начала действия и кончая достижением этапного результата *c*. Само действие *dc* в виде возбуж-

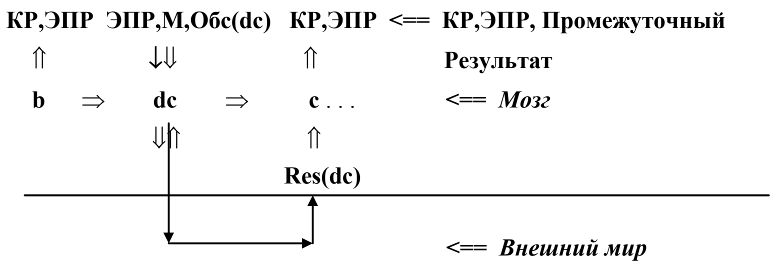


Рис. 36

дения отдельного нейрона или группы нейронов так же непрерывно во времени передает свои возбуждения эффекторным механизмам (мышцам, органам и т. д.) и одновременно по коллатералям на «вход» мозга. Рассмотрим подробнее взаимодействие обратной афферентации $GenRes(dc)$ и действия dc в процессе обучения. Что будет первым во времени стимулом из $GenRes(dc)$, контролирующим правильность осуществления действия dc? Первым стимулом будет сигнализация о таком первом результате совершенного действия, который не всегда достигается при совершении этого действия, т. е. это первый момент, в котором действие может отклониться от заданной цели и в итоге не достичь результата c. Если обратная афферентация подтвердит правильность совершения действия, то действие может быть продолжено. Следующей обратной афферентацией из $GenRes(dc)$, контролирующей правильность совершения действия будет обратная афферентация от такого следующего момента действия, когда оно снова, в принципе, может отклониться от заданной цели. Зафиксируем множество моментов времени t1, t2, ..., tk, в которых действие dc_{ti}, i = 1, ..., k, в принципе, может отклониться от цели и в которых получаемую обратную афферентацию $Res(dc_{ti})$ следует контролировать. Разобьем действие dc на участки dc_{ti}, i = 1, ..., k. Первый участок действия запускается как мы знаем закономерностью $b\&Обс(dc) \Rightarrow dc_{t1}$. После получения обратной афферентации $Res(dc_{t1})$ об успешном завершении этого первого участка действия dc_{t1}, действие dc может быть продолжено. Продолжение действия «запускается» закономерностью $Obc(dc_{t1})\&dc_{t1}\&Res(dc_{t1}) \Rightarrow dc_{t2}$. Эта закономерность будет обнаружена автоматически, так как все условия «существенны» (удаление какого-либо условия строго уменьшает условную вероятность правила) в ней для продолжения действия. Далее действие продолжается по рекурентным закономерностям $Obc(dc_{ti})\&dc_{ti}\&Res(dc_{ti}) \Rightarrow dc_{ti+1}$, i = 1, ..., k-1, в которых действия dc_{ti} и dc_{ti+1} могут совпадать. Если для некоторых последовательных действий $dc_{ti}, ..., dc_{ti+l}$, i+l ≤ k совершается одно и то же действие dc_t, то закономерность примет вид $Obc(dc_t)\&dc_t\& Res(dc_t) \Rightarrow dc_t$, т. е. действие dc_t запускает само себя, если только обстановочная и обратная афферентации способствуют продолжению действия. Если же действие на каком-то участке отклонится от цели или будет достигнут конец действия dc, то это сразу же отразится на обратной афферентации Res, которая запустит другую закономерность. Таким образом, обратная афферентация будет сигналом для перехода к компенсаторным действиям, либо к запуску нового участка действия. Закономерности последовательного совершения участков действия обозначены на схеме рис. 35 двумя рядом стоящими стрелками $\Downarrow\Uparrow$. На рис. 37 эти закономерности представлены в явном виде.

M&Обс(da) ⇒ da   **b&M&Обс(dc) ⇒ dc**

a&M&Обс(db) ⇒ db   **c&M&Обс(dd) ⇒ dd**

Обс(da)&da ⇒ a	**Обс(db)&db ⇒ b**	**Обс(da)&dc ⇒ c**	**Обс(da)&dd ⇒d**
Обс(da$_{ti}$)&da$_{ti}$&	**Обс(db$_{ti}$)&db$_{ti}$&**	**Обс(dc$_{ti}$)&dc$_{ti}$&**	**Обс(dd$_{ti}$)&dd$_{ti}$&**
Res(da$_{ti}$) ⇒ da$_{ti+1}$	**Res(db$_{ti}$)⇒ db$_{ti+1}$**	**Res(dc$_{ti}$) ⇒ dc$_{ti+1}$**	**Res(dd$_{ti}$) ⇒ dd$_{ti+1}$**
da&Res(da) ⇒ a	**db&Res(db) ⇒ b**	**dc&Res(dc) ⇒ c**	**dd&Res(dd) ⇒ d**

Рис. 37

При описании теории движений Н. А. Бернштейна мы объясним как автоматически строится иерархия действий в процессе обучения и какими закономерностями и возбуждениями эти действия выполняются. Но на самом верхнем уровне организация действий уже не может быть объяснена только закономерностями, так как зависит от целей достигаемых организмом. Так как цель ставится мотивационным возбуждением, то она является сугубо внутренней постановкой для организма цели. Однако после постановки цели, оценка вероятности ее достижения может быть осуществлена по обнаруженным закономерностям, что и осуществляется переключающей функцией эмоций на стадии принятия решений. На стадии принятия решений действия представляют собой, как правило, линейную последовательность отдельных «блоков» действий. Поскольку в этой последовательности действий оценка вероятности предсказания конечного результата всегда строго возрастает, то принятие решений представляет собой своеобразный семантический “блочный” вероятностный вывод наилучшего плана действия. В результате получается та последовательность и иерархия результатов, которая описана в теории функциональных систем. Заметим, что эту последовательность и иерархию результатов мы вывели из анализа структуры предсказаний событий во внешней среде, которые улавливаются закономерностями из $\{PR(\text{М, Р, Э})\}$. Схемы приведенных ресунков дают нам, таким образом, структуру и процесс функционирования формальной модели работы мозга, основанной на принципе предсказания.

§ 89. Объяснение теории функциональных систем.

Объяснение целенаправленной деятельности в теории функциональных систем [65]. Рассмотрим и объясним на основе приведенных схем последовательно все стадии организации целенаправленного поведения в соответствии с теорией функциональных систем и информационной теорией эмоций, а также некоторые из процитированных выше свойств акцептора результатов действия.

Афферентный синтез осуществляется активацией ↓ мотивацией М различных последовательностей действий *da*, *db*, *dc*, *dd*, извлекаемых мотивацией из памяти. Как видно из схем на рис. 35 и рис. 37, при этом автоматически учитывается вся обстановочная афферентация и сама мотивация как стимул. «Извлечение из памяти» это не возбуждение действий, а такая их активация, которая производится только мотивационным возбуждением ввиду его химической специфичности и своеобразной «пачкообразной» активности: «...Доминирующая мотивация отражается в характерном распределении межимпульсных интервалов в нейронах различных отделов мозга. Распределение межимпульсных интервалов носит характер, специфический для различного биологического качества мотиваций» [78; с. 170]. «Таким образом, пачкообразная ритмика центральных нейронов в условиях доминирующего пищевого мотивационного возбуждения отражает процессы ожидания пищевого подкрепления» [Там же; с. 182]. Такая активность есть как бы «воображение», позволяющее мотивации по имеющимся закономерностям формировать конкретную цель, акцептор результатов действий и план действий. Получение реальных, а не в «воображении» результатов сразу же снимает специфическую активацию ↓ мотивацией этих результатов: «удалось объективно зафиксировать процесс ожидания параметров пищевого подкрепления и, следовательно, прямо отнести их к аппарату акцептора результатов действия. Такими оказались нейроны, которые у голодных животных проявляют выраженную пачкообразную активность. Было установлено, что практически все нейроны с такой формой активности немедленно переходят на регулярную разрядную деятельность, как только животные удовлетворяют свою доминирующую пищевую потребность...Причем было отмечено, что когда голодное животное видит пищу, пачкообразная активность заменяется на регулярную преимущественно у нейронов зрительной области коры мозга, при введении пищи в ротовую полость, – у нейронов таламической области, при поступлении пищи в желудок – у нейронов гипоталамической области, при введении глюкозы в кровь – у нейронов ствола мозга». [Там же; с. 180]. Из приведенных схем видно, что все этапы афферентного синтеза – мотивация, память, обстановочная и пусковая афферентации естественным образом сливаются.

План действий. Мотивация «извлекает из памяти» не просто последовательности действий *da*, *db*, *dc*, *dd*, а планы действий, выполнение которых приводило раньше к достижению цели. Далее на стадии принятия решений из всех «извлеченных из памяти» планов действий будет выбран один план. Поскольку план действий «извлекается из памяти» до всяких действий, то активация закономерностей плана может осуществляться только в «воображении». Более точно план действий представляет собой

последовательность закономерностей на рис. 37, которые активируются в «воображении» по внутреннему контуру работы мозга, обозначенному на рисунке стрелкой $\rightarrow$. На рис. 35 эта последовательность представлена средней цепочкой $da \Rightarrow a \Rightarrow db \Rightarrow b \Rightarrow dc \Rightarrow c \Rightarrow dd \Rightarrow d$. По этой цепочке происходит «*опережение хода событий в отношениях между организмом и внешним миром*». Эта цепочка представляет собой последовательно «срабатывающие» в «воображении» закономерности (см. рис. 37)

$$
\begin{aligned}
&Obc(da)\&da\&Res(da) \Rightarrow a,\\
&\qquad Obc(db)\&db\& Res(db) \Rightarrow b, \qquad\qquad (36)\\
&\qquad\qquad Obc(dc)\&dc\&Res(dc) \Rightarrow c,\\
&\qquad\qquad\qquad Obc(dd)\&dd\&Res(dd)\Rightarrow d.
\end{aligned}
$$

«Срабатывание» в «воображении» означает передачу этими закономерностями пачкообразной активности, но не регулярное возбуждение, переход на которое осуществляется только после получения реальных результатов и **безусловного** их срабатывания. Что значит «срабатывание» в «воображении», например, закономерности $Obc(da)\&da\& Res(da) \Rightarrow a$ при отсутствии результата $Res(da)$? Такое «срабатывание» осуществляется по более слабым закономерностям (см. рис. 37)

$$Obc(da)\&da \Rightarrow a,\ Obc(db)\&db \Rightarrow b,\ Obc(dc)\&dc \Rightarrow c,\ Obc(dd)\&dd \Rightarrow d, \qquad (37)$$

которые в соответствии с формальной моделью нейрона и семантическим вероятностным выводом, также обнаруживаются нейронами a, b, c, d. Но «срабатывание» нейронов a, b, c, d по закономерностям (37) не означает, что не будут ожидаться обратные афферентации $Res(da)$, $Res(db)$, $Res(dc)$, $Res(dd)$ от результатов действий, включенные в более «точные» закономерности (36) тех же самых нейронов a, b, c, d. Более «точная» закономерность включает в себя менее «точную», как, например, закономерность $Obc(da)\&da\& Res(da) \Rightarrow a$ включает в себя закономерность $Obc(da)\&da \Rightarrow a$. Более «точная» закономерность расположена на той же ветке семантического графа, что и менее точная и, значит, если нейроном обнаружена более «точная» закономерность, то всегда обнаружена и менее «точная». Более «точная» закономерность всегда имеет строго большую оценку предсказания и в этом смысле уточняет более слабую закономерность. «Срабатывание» менее «точной» закономерности при наличии более «точной» всегда означает, что в большинстве случаев в прошлом через какой-то момент времени приходила на «вход» нейрона и «уточняющая» информация, позволяющая «сработать» и более точной закономерности и тем самым сделать более точное предсказание как этапного, так и конечного результата, в противном случае более «точная» закономерность не смогла бы быть обнаружена на основании прошлого опыта. Поэтому, несмотря на

«срабатывание» менее точной закономерности, нейрон ожидает поступление уточняющей информации. Его ожидание состоит в том, что он готов немедленно (с меньшим латентным периодом срабатывания нейрона, ввиду более высокой вероятности этой закономерности) «сработать» (увеличить частоту импульсаций в соответствии с увеличением вероятности предсказания) по более «сильной» закономерности. Но, как было объяснено ранее, закономерности (36) не просто являются более «точными», а сигнализируют безусловно (с вероятностью, близкой к 1, или по безусловному стимулу) о фактическом достижении результата, что снимает «пачкообразную» активность и переводит нейрон на регулярную активность, тем самым различая «воображение» и факт. Пока же обратные афферентации от результатов не получены, «пачкообразная» активность мотивации переводит нейроны *a*, *b*, *c*, *d* в состояние ожидания этих результатов, так как регулярной активностью (безусловной) эти нейроны «сработать» не могут по той причине, что условия этих закономерностей не выполнены в силу того, что одно из условий *Res(da), Res(db), Res(dc), Res(dd)* не выполнено. Поэтому нейроны *a*, *b*, *c*, *d*, с одной стороны, передают пачкообразную активность в «воображении» по закономерностям (37) а, с другой стороны, ожидают обратную афферентацию *Res(da)*, *Res(db)*, *Res(dc)*, *Res(dd)*, требуемую более сильными закономерностями (36), срабатывающими безусловно, после чего они переходят в регулярную активность. Активация в «воображении» результатов *a*, *b*, *c*, *d*, активирует следующие действия по цепочке закономерностей на рис. 37. Тем самым в «воображении» активизируется весь план действий, эффективность которого, в целом, оценивается на следующем этапе – этапе принятия решений.

Принятие решений осуществляется при рассмотрении плана действий с учетом переключающей функции эмоций, т. е. на основании качества возникшей эмоции и вероятности прогноза достижения цели по данному плану. Вероятность прогноза оценивается не по плану (3). Как было сказано, принципиально не существует хороших методов пересчета вероятностей предсказания «вдогонку» логическому выводу, который представлен здесь планом (3). Мозг «обходит» любой логический вывод, находя всего одну вероятностную закономерность, предсказывающую конечный результат. Такой закономерностью в данном случае является закономерность

$$M\&da\&Обс(da)\&db\&Обс(db)\&dc\&Обс(dc)\&dd\&Обс(dd) \Rightarrow d, \quad (38)$$

выработанная нейроном *d*. Поэтому вероятность достижимости конечного результата по плану действий *da,db,dc,dd* оценивается закономерностью (38), учитываемой эмоциями. Это не означает, что план не «проигрывается» в «воображении». Для «проигрывания» планов действий достаточно в «воображении», моделируя, например, метод «проб и ошибок», выбрать некоторую последовательность действий *da, db, dc, dd*, по которой, если

«проиграть» закономерностями рис. 37 последовательность получаемых этапных результатов, то эти действия, во-первых, приведут к достижению конечного результата, а во-вторых, по закономерностям (38) дадут достаточно хорошую оценку предсказания достижимости этого результата. План должен проигрываться с целью обеспечения согласованности всех действий (и обеспечения его непротиворечивости, так как есть еще тормозные закономерности). Таким образом, план может быть оценен эмоциями по качеству мотивации и закономерности (38), дающей вероятностную оценку плана. Но для полной реализации переключающей функции эмоций в процессе принятия решений, необходимо допустить возможность произвольной вариации плана в «воображении». Это осуществляется мозгом как своеобразный «блочный» семантический вероятностный вывод, представленный рисунками рис. 35, рис. 36.

Рассмотрим более подробно как мозг осуществляет «блочный» семантический вероятностный вывод. Это одновременно объяснит, как совершенствуется план действий в целом путем его локальных и / или глобальных изменений. Это происходят за счет изменений «блочного» вывода путем вариации плана действий в соответствии с переключающей функцией эмоций. Принятие решения состоит в том, что при данной мотивации М и сопровождающей ее отрицательной эмоции, мозг стремится найти такой план действий, который давал бы максимальную положительную эмоцию – предвосхищение достижения результата определенного качества с максимальной оценкой вероятности достижимости этого результата. За счет активирующего действия мотивации М, мозг в «воображении» может «проигрывать» различные варианты достижения цели. При этом все необходимые для достижения конечной цели этапные результаты (строго увеличивающие вероятность достижения конечного результата) включаются в результирующий план действий. Поэтому принятие решений и есть процесс организации семантического "блочного" вероятностного вывода, осуществляемого мозгом. «Проигрывая» различные планы действий, мозг проигрывает тем самым различные семантические вероятностные выводы, пытаясь найти такой, который обеспечил бы как требуемое качество цели, так и максимальную оценку вероятности предсказания. Таким образом, эмоции как интегральные оценки решений являются в то же время теми оценками, которые организуют семантический вероятностный вывод как отдельных нейронов, так и мозга в целом (находя наилучший «блочный» семантический вероятностный вывод)**.** Нейрон организует семантический вероятностный вывод, а мозг – "блочный" вероятностный вывод. Цепочка предсказаний рис. 35, рис. 36 отличается от «уточняющего» графа, во-первых, тем, что она линейна в силу линейности последовательности действий, а во-вторых, тем, что она связана с деятельностью во внешней сре-

де, действия в которой надо одновременно предвосхищать и контролировать. *Но цель работы отдельного нейрона и мозга в целом одна и та же – организация семантического вероятностного вывода в целях достижения максимальной точности предсказания*.

Конкретная цель ставится активацией $\downarrow$ мотивацией М последовательности действий *da*, *db*, *dc*, *dd*, выбранной в процессе принятия решения. Как уже говорилось, эта активация в «воображении» передается всем нейронам результатов *a*, *b*, *c*, *d* по закономерностям (37). Так как результаты *Res(da)*, *Res(db)*, *Res(dc)*, *Res(dd)* действий еще не получены, то нейроны результатов *a*, *b*, *c*, *d* перейдут в состояние ожидания этих результатов в соответствии с закономерностями (36)**.** Это и есть *постановка конкретной цели* – ожидание всеми нейронами результатов *a*, *b*, *c*, *d* – всей совокупностью обратных афферентаций о результатах совершенных действий *Res(da)*, *Res(db)*, *Res(dc)*, *Res(dd)*.

Акцептор результатов действвия и есть вся ожидаемая обратная афферентация результатов *Res(da)*, *Res(db)*, *Res(dc)*, *Res(dd)*. Если конкретная цель ставится всей совокупностью результатов *a*, *b*, *c*, *d*, как ожидание достижения этих результатов, то обратная афферентация от всей совокупности действий и есть акцептор результатов действия. После совершения какого-либо действия мозг ожидает получение реального результата от действий по внешнему контуру. После получения реального результата осуществляется «сличение предсказания с параметрами реального результата». Это сличение осуществляется закономерностями (36). «Сличение» состоит в том, что все эти закономерности не смогут «сработать», если не будет получена именно та обратная афферентация, которая записана в закономерности. Если при каком-то действии будет получена другая афферентация, то немедленно возникнет ориентировочно-исследовательская реакция. Более точно, ориентировочно-исследовательская реакция возникает тогда и только тогда, когда теряется или резко падает оценка предсказания конечного результата, полученная на основании плана действий (см. рис. 37).

***Формула эмоций*. *Замещающая функция эмоций*.** В формуле эмоций $Э = f[П, (И_п - И_с), ...]$ основной является разность $(И_п - И_с)$ – «оценка вероятности (возможности) удовлетворения потребности на основе врожденного и онтогенетического опыта». Такой оценкой следует считать оценку условной вероятности $b \Rightarrow d$ достижимости конечного результата *d* после достижения некоторого этапного результата *b*. Как мы видели, после достижения каждого промежуточного результата, ведущего к достижению конечной цели, условная вероятность таких вероятностных закономерно-

стей строго возрастает и, значит, разность ($И_п$ - $И_с$) (даже если она отрицательна) всегда увеличивается, что приводит к положительным эмоциям.

Как было сказано, «нарастание эмоционального напряжения, с одной стороны, расширяет диапазон извлекаемых из памяти энграмм, а с другой стороны, снижает критерии «принятия решения» при сопоставлении этих энграмм с наличными стимулами». Происходит это автоматически, путем повышения уровня возбудимости нейронов при усилении мотивации (сильный голод) и соответствующем усилении отрицательных эмоций. В этом случае в соответствии с формальной моделью нейрона и «уточняющим» графом, происходит активация тех вероятностных закономерностей, которые были обнаружены на ранних этапах формирования функциональных систем и которые имеют не очень высокую оценку условной вероятности. Эти вероятностные закономерности имеют меньшее число предикатов в условиях закономерностей и, значит, являются более генерализованными и применимыми в более широком числе случаев. Это в точности реализует обратный, по сравнению с развитием функциональных систем, механизм редукции функциональных систем. Если ориентировочно-исследовательская реакция развивает функциональные системы и удлиняет ветви «уточняющего» графа в вероятностных закономерностях, то поднятие уровня возбудимости нейронов, позволяет «срабатывать» старым, «слабым» закономерностям (при неприменимости более сильных в данной новой или неожиданной обстановке) и возбуждать нейрон, приводя, таким образом, к более генерализованным способам действий.

Взаимосвязь принципов целеполагания и предсказания*. *Формальная модель работы мозга, синтезирующая оба принципа. Математическая модель работы мозга, вытекающая из принципа целеполагания, представляет собой иерархию слабых формальных систем. Математической моделью работы мозга, вытекающей из принципа предсказания, является множество функциональных систем $\{PR(\text{М, Р, Э})\}$. Принцип работы и содержание каждой функциональной системы описан в предыдущих разделах. Как связаны между собой эти две модели работы мозга?

Множество $\{PR(\text{М, Р, Э})\}$ вероятностных закономерностей обнаруживается на множестве всех потребностей $\{<\text{М, Р, Э}>\}$, являющемся множеством всех исходных целей организма. Как мы видели, эти исходные цели на начальном этапе формирования функциональных систем достигаются «реагированием по принципу доминанты» или методом «проб и ошибок», т. е. наименее дифференцированными деятельностями. Дальнейшее совершенствование функциональных систем организма происходит уже путем увеличения этапных результатов и обогащением акцептора результатов действия при участии ориентировочно-исследовательской реакции.

Обученный организм имеет уже довольно сложную последовательность и иерархию целей и подцелей для каждой функциональной системы. Эти последовательности и иерархии целей и подцелей формируются из структуры предсказаний во внешнем мире, которую улавливает мозг в виде множества вероятностных закономерностей {*PR*(М, Р, Э)}.

Формальная модель работы мозга, основанная на принципе целеполагания, и представляющая собой иерархию слабых формальных систем предполагает, что все множество целей каким-то образом задано. Принцип же предсказания только начинает с задания множества исходных целей {<М, Р, Э>}, остальные цели получаются в результате длительного процесса обучения. Кроме того, полученная по принципу предсказания иерархия результатов, включающая интуицию, уже не может быть полностью осознана и, как показано далее, даже не может быть «извлечена» из эксперта как знание. Поэтому полученная в результате обучения по принципу предсказания иерархия целей принципиально не может быть как-то изначально дана, как это требуется принципом целеполагания и, следовательно, применение формальной модели, основанной на иерархии слабых формальных систем, уже принципиально невозможно.

Предположим, что мы вывели чисто формально иерархию и последовательность целей из анализа множества {*PR*(М, Р, Э)}. Какую лучше в этом случае использовать формализацию работы мозга – основанную на слабых формальных системах или на множестве {*PR*(М, Р, Э)}? Как было сказано, множество *PR* «сильнее» любого логического вывода с точки зрения получения предсказаний.

Несмотря на все эти рассуждения, принцип целеполагания продолжает играть важную роль в модели {*PR*(М, Р, Э)}. Само обнаружение вероятностных закономерностей невозможно без целей (М, Р, Э). Фактически в модели {*PR*(М, Р, Э)} принцип целеполагания и принцип предсказания синтезированы в одну модель, которую мы и будем в дальнейшем считать *формальной моделью работы мозга, синтезирующей оба принципа*.

В других работах, которые не вошли в книгу, мы приводим объяснение теории движений Н. А. Бернштейна [26]; процесса принятия решений и функции эмоций [37]; рефлексии и мышления [25]; логики работы мозга [27] как предсказывающего устройства, главной функцией которого является организация предсказаний на всех уровнях его работы.

§ 90. Модель теории функциональных систем П. К. Анохина

В предыдущих параграфах была описана модель работы мозга, объясняющая теорию функциональных систем П. К. Анохина. Настало время экспериментальной проверки работоспособности теории.

Цель данного параграфа в том, чтобы, основываясь на полученной модели, построить некоторый простейший анимат и показать, что он обучается достаточно эффективно и, по крайней мере, не хуже, чем на основании существующих подходов, основанных на нейронных сетях и потактовом обучении (Reinforcement Learning) [28].

Такой анимат создан, запрограммирован и проведены машинные эксперименты по его обучению. Результаты сравнения его поведения, основанные на предложенной модели и моделях, основанных на Reinforcement Learning, показали, что предложенная модель обучается и действует эффективней.

Система управления аниматом. В соответствии с теорией функциональных систем будем считать, что моделируемая система управления аниматом имеет иерархическую архитектуру, в которой базовым элементом системы управления является отдельная функциональная система (ФС). При такой архитектуре функциональные системы верхнего уровня ставят цели системам нижнего уровня. При этом можно считать, что каждая ФС решает задачу достижения цели, используя те же методы, что и остальные ФС. На рис. 38 приведена архитектура системы управления аниматом.

Задачи отдельной функциональной системы:

– При заданной цели (подцели) и известной информации об окружающей среде и состоянии ФС, найти оптимальный способ достижения цели.

– Если на основе прогноза найдено действие, обеспечивающие достижение цели, то дать команду на выполнение этого действия.

– Осуществить контроль правильности выполнения действия, т. е. проверить соответствие параметров достигнутого и желаемого результатов.

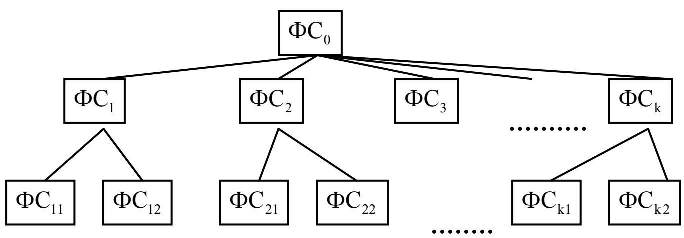


Рис. 38

Модель работы функциональной системы. На рис. 39 приведена модель работы функциональной системы. Будем считать, что в некоторый момент времени ФС ставиться цель $\boldsymbol{P}_0$. Цель ставится в виде запроса к ФС – достичь цель $\boldsymbol{P}_0$. На вход ФС также подается информация об окружающей среде в виде описания ситуации $\boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{im}$. В процессе афферентного синтеза из памяти извлекается вся информация, связанная с достижением цели $\boldsymbol{P}_0$. Эта информация храниться в памяти виде множества закономерностей вида $\langle \boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{ik},\boldsymbol{A}_i \rangle \to \boldsymbol{P}_0$. Поскольку информация об окружающей среде уже задана в виде описания ситуации $\boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{im}$ еще до постановки цели, то из памяти автоматически извлекается только та информация, связанная с достижением цели, которая может быть применена в данной ситуации. Это достигается использованием (извлечением из памяти) только тех закономерностей, в которых свойства ситуации выполнены, то есть, свойства ситуации $\boldsymbol{P}_{ij}$, которые есть в условии $\boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{ik}$ закономерности должны содержаться в описании ситуации $\boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{im}$.

Среди условий $\boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{ik}$ закономерности содержатся не только свойства ситуации, но и подрезультаты $\boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{in}$, достижение которых необходимо для достижения цели. Достижение подцелей осуществляется отправкой запроса на их достижение вниз по иерархии, что обозначено на

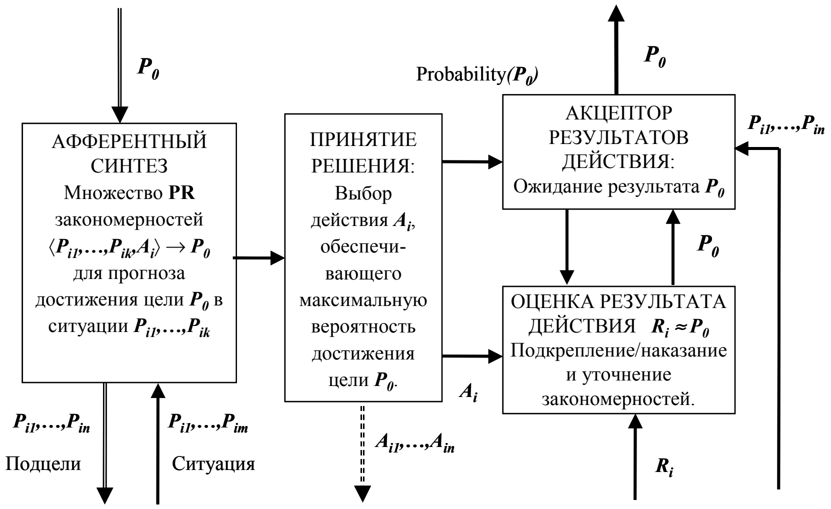


Рис. 39

рисунке двойной стрелкой вниз. Эти запросы активируют в ФС более низкого уровня всю информацию, связанную с достижением этих подцелей. Достижение подцелей может потребовать достижение других подцелей в иерархии целей и т. д. Если какая-то из подцелей не может быть выполнена в данной ситуации (нет закономерностей предсказывающих достижение подцели в данной ситуации), то ответом на запрос будет отказ и соответствующая закономерность исключается из рассмотрения.

Активация закономерностей $\langle \boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{ik},\boldsymbol{A}_i \rangle \to \boldsymbol{P}_0$ в блоке афферентного синтеза автоматически извлекает из памяти тот набор действий $\boldsymbol{A}_i$, включая действия, требуемые для достижения подцелей, которые могут привести к достижению цели $\boldsymbol{P}_0$. Весь этот набор действий вместе с оценками условных вероятностей достижения цели и подцелей передается в блок принятия решений. Блок принятия решений просматривает все действия $\boldsymbol{A}_i$ вместе с активирующими их закономерностями $\langle \boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{ik},\boldsymbol{A}_i \rangle \to \boldsymbol{P}_0$ и иерархией подцелей и соответствующих действий и выбирает такое действие, которое с учетом вероятностей выполнения подцелей дает максимальную оценку вероятности достижения цели. Далее, действие $\boldsymbol{A}_i$ и все действия, необходимые для достижения подцелей, запускаются на выполнение. В начальной стадии обучения, когда еще нет правил либо нет ни одного правила, применимого в данной ситуации, действие соответствующей ФС выбирается случайным образом из имеющегося арсенала действий и прогноз отсутствует.

Прогноз ожидаемого результата $\boldsymbol{P}_0$ и всех подрезультатов для всех подцелей отправляется в акцептор результатов действий. Кроме того, во всех функциональных системах более нижнего уровня прогноз подрезультатов также отправляется в акцептор результатов действия соответствующих подсистем.

Данные о полученном результате $\boldsymbol{R}_i$ поступают в акцептор результатов действий блока оценки результата. Проводится сравнение спрогнозированного и полученного результатов. В случае совпадения прогноза и результата с заданной степенью точности, закономерность, выбранная в блоке принятия решений, подкрепляется, в противном случае наказывается. Закрепление / наказание состоит в увеличении / уменьшении условной вероятности закономерности. Кроме того, после каждого действия производится уточнение набора правил. Если после уточнения для данного состояния находится закономерность с условной вероятностью, большей, чем у закономерности, использованной ранее, то новая закономерность будет в дальнейшем использоваться для прогноза и принятия решения.

Семантический вероятностный вывод позволяет найти набор *PR* закономерностей вида $\langle \boldsymbol{P}_{i1} \& \ldots \& \boldsymbol{P}_{ik} \& \boldsymbol{A}_i \rangle \to \boldsymbol{P}_0$, с максимальной условной вероятностью предсказывающий результат $\boldsymbol{P}_0$ действия $\boldsymbol{A}_i$ в состоянии $\langle \boldsymbol{P}_1, \ldots, \boldsymbol{P}_k \rangle$.

Иерархия функциональных систем. Представим на рис. 40 функциональные системы более схематично. Рассмотрим два уровня иерархии ФС. Функциональные системы не являются раз и навсегда заданными образованьями. Они меняются и формируются в зависимости от целей. Цели и подцели, в свою очередь, тоже формируются в зависимости от успешности достижения конечных целей. Покажем, как с помощью закономерностей могут автоматически формироваться цели и подцели.

Расширим понятие результата так, чтобы он мог автоматически формироваться в процессе целенаправленных действий в сложной вероятностной среде:

а) результат должен обладать свойством ветвления: если получен некоторый результат, то дальнейшие действия могут определяться неодно-

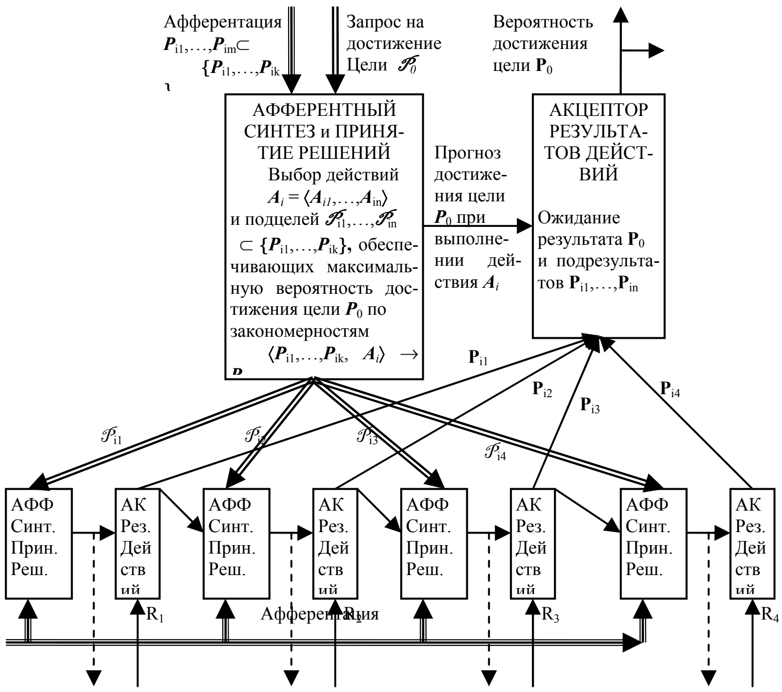


Рис. 40

значно;

b) результат должен содержать набор признаков, которые определяют, что цель цепочки действий достигнута и можно переходить к одной из следующих цепочек действий, т. е. результат – это фиксация законченности действия, обеспечивающая возможность осуществления некоторого следующего действия.

Условие *a* определения результата естественным образом улавливается закономерностями, так как закономерности хорошо прогнозируют результат последовательности некоторых элементарных действий (данного уровня), если эта последовательность действий «стандартна» (начавшись, она продолжается до некоторого результата без изменений). В этом случае с большой вероятностью закономерности прогнозируют выполнение цепочки действий до получения результата. На рис. 40 это действия A_1, A_2, A_3, A_4, приводящие к результатам R_1, R_2, R_3, R_4. Акцептор результатов действия сличает результаты R_1, R_2, R_3, R_4 с предсказанными по закономерностям и в случае совпадения выдает ответы $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_3}$, $\mathbf{P_4}$ на запросы $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$, $\mathscr{P}_3$, $\mathscr{P}_4$. Ответы о достижении цели передаются на входы других блоков. Эти ответы автоматически будут включаться в условия закономерностей последующих действия, так как сигнал о том, что предыдущее действие завершено, увеличивает вероятность завершения последующего действия.

Условие *b* также выполнено, так как сигналы от обратной афферентации, свидетельствующие о действительном завершении предыдущего действия, увеличивают вероятность достижения результата следующего действия.

Описание модели. Приведем схему работы анимата, реализующую схему функциональных систем. Будем предполагать, что система управления аниматом функционирует в дискретном времени $\boldsymbol{t = 0, 1, 2, \ldots}$. Пусть анимат имеет некоторый набор сенсоров $\boldsymbol{S_1, S_2, \ldots, S_n}$, характеризующих состояние внешней и внутренней среды, и набор возможных действий $\boldsymbol{A_1, A_2, \ldots, A_m}$. Среди множества сенсоров выделим сенсор $\boldsymbol{SA}$, который представляет информацию о совершенном действии. Считаем, что история деятельности анимата хранится в таблице данных $\boldsymbol{X = \{X_1, \ldots, X_t\}}$, в которой t-я строка таблицы содержит показания сенсоров в момент времени t: $\boldsymbol{X_t = \{S_1^t, S_2^t, \ldots, S_n^t, SA_t\}}$, $\boldsymbol{S_1^t, S_2^t, \ldots, S_n^t}$ – значения сенсоров $\boldsymbol{S_1, S_2, \ldots, S_n}$ в момент времени t. На множестве X определим множество предикатов $\boldsymbol{P = \{P_1(t), \ldots, P_k(t), PA_1(t), \ldots, PA_m(t)\}}$, где $\boldsymbol{P_i(t)}$ – *сенсорные предикаты*, определяющие некоторые условия на показания сенсоров в момент времени t; $\boldsymbol{PA_i(t) \Leftrightarrow (SA(t) = A_i)}$ – *активирующие предикаты*, показывающие, что в момент времени t было совершено действие $\boldsymbol{A_i}$.

Введем понятие *предиката-цели* $PG(t) = P_{i1}(t) \& P_{i2}(t) \& \ldots \& P_{il}(t)$, реализующего условие достижения цели в момент времени *t*.

Каждой функциональной системе ΦC_j соответствует некоторая цель G_j, достижение которой является задачей данной ФС, и предикат-цель PG_j, характеризующий условие достижения цели.

Каждая ΦC_j содержит свой набор предикатов $P_j = P \cup \{PG_{j1},\ldots,PG_{jn}\}$, где PG_{jk} – предикаты-цели, соответствующие целям нижестоящих по иерархии функциональных ситем. Каждая ΦC_j содержит множество $PR_j = \{P_{i1},\ldots,P_{ik}, PA_i \mid PG_{j1},\ldots,PG_{jn}\} \to PG_j$, закономерностей, где | – означает, что в условии правила стоит только одно из указанных в фигурных скобках выражений. Каждая такая закономерность характеризуется некоторой оценкой p вероятности достижения цели PG_j при выполнении условия закономерности.

Предположим, что в некоторый момент времени *t* система ΦC_j получила запрос на достижение цели PG_j. Тогда из множества закономерностей PR_j извлекаются все закономерности, условие которых выполнено в текущий момент времени *t*. Если условие закономерности содержит предикаты-подцели $PG_{j1},\ldots,PG_{jn}$, то ФС отправляет запрос на достижение этих подцелей вниз по иерархии ФС. Среди всех отобранных закономерностей выбирается та закономерность, которая с учетом вероятностей выполнения подцелей дает максимальную оценку *f* вероятности достижения цели. Оценка *f* закономерности $\{P_{i1},\ldots,P_{ik}, PA_i \mid PG_{j1},\ldots,PG_{jn}\} \to PG_j$ вычисляется следующим образом: $f(PG_j \mid \{PS_{i1},\ldots,PS_{ik}, PA_i \mid PG_{j1},\ldots,PG_{jn}\}) = p \cdot f(PG_{j1}) \cdot \ldots \cdot f(PG_{jn})$, где *p* – оценка вероятности данной закономерности, $f(PG_{jk})$ – оценки вероятностей достижения подцелей. Если все условия выбранной закономерности выполнены, то действие A_i запускается на выполнение. Если множество закономерностей PR_j пусто, либо нет ни одной закономерности, применимой в данной ситуации, то действие выбирается случайно из арсенала имеющихся действий. После совершения действия обновляются показания сенсоров, оценивается результат действия и уточняется набор правил PR_j (см. ниже).

Оценка результатов действий. Предположим, что системой ΦC_j по-

лучен запрос на достижение цели G_j и после достижения цели был получен результат R_j. Определим оценку результата действий. Если после очередного действия предикат цели ложен $PG_j = 0$, то результат не достигнут и оценка результата действий $d^j(t) = 0$. Если результат был получен в момент времени t_0, то все оценки $d^j(t)$ начиная с момента времени t_0 и до предыдущего момента достижения цели t_1, пересчитываются следующим образом: $d^j(t) = re^{\alpha(t - t_0)}$, $t_1 < t \le t_0$, где r – функция оценки качества полученного результата, $\alpha > 0$ – параметр

$$r = \begin{cases} 0, \text{ если } PG_j = 0 \\ \| G_j - R_j \|, \text{ если } PG_j = 1 \end{cases},$$

где ||…|| – мера близости между полученным результатом R_j и поставленной целью G_j. Каждая $ФC_j$ хранит оценки результатов действий $d^j(t)$ для каждого момента времени t.

Генерация правил. Для получения множества закономерностей PR_j, которые использует система $ФC_j$, воспользуемся семантическим вероятностным выводом.

Семантический вероятностный вывод позволяет находить все закономерности вида $P_{i1},...,P_{in} \to P_0$ с максимальной вероятностью предсказывающие предикат P_0. Вывод осуществляется на некотором множестве обучающих данных **Y** с использованием заданного множества предикатов $\{P_1,...,P_m\}$.

Данный метод основывается на следующем определении вероятностной закономерности.

Правило $P_{i1},...,P_{in} \to P_0$ является *закономерностью*, если оно удовлетворяет следующим условиям:

1) $p(P_{i1},...,P_{in}) > 0$;
2) $\forall \{P_{ij},...,P_{ik}\} \subset \{P_{i1},...,P_{in}\}$ $p(P_0 \mid P_{i1},...,P_{in}) > p(P_0 \mid P_{ij},...,P_{ik})$.

Здесь p – оценка условной вероятности правила.

Введем понятие *уточнения* правила. Правило $P_{i1},...,P_{in},P_{in+1} \to P_0$ является *уточнением* правила $P_{i1},...,P_{in} \to P_0$, если оно получено добавлением в посылку правила $P_{i1},...,P_{in} \to P_0$ произвольного предиката P_{in+1}, и $p(P_0 \mid P_{i1},...,P_{in+1}) > p(P_0 \mid P_{i1},...,P_{in})$.

Алгоритм семантического вероятностного вывода. На первом шаге генерируется множество уточнений правила $\to \boldsymbol{P}_0$ (т. е. правила с пустой посылкой). Это множество будет состоять из правил единичной длины, имеющих вид $\boldsymbol{P}_{ij} \to \boldsymbol{P}_0$, для которых $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{P}_0 \mid \boldsymbol{P}_{ij}) > \boldsymbol{p}(\boldsymbol{P}_0)$.

На k-м (k > 1) шаге генерируется множество уточнений всех правил, созданных на предыдущем шаге, т.е. для каждого правила $\boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{ik-1} \to \boldsymbol{P}_0$, сгенерированного на (k-1)-м шаге, создается множество правил вида $\boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{ik-1},\boldsymbol{P}_{ik} \to \boldsymbol{P}_0$, таких, что $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{P}_0 \mid \boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{ik-1},\boldsymbol{P}_{ik}) > \boldsymbol{p}(\boldsymbol{P}_0 \mid \boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{ik-1})$.

Проверяется нельзя ли из полученных правил удалить какой-то из предикатов так, чтобы при этом условная вероятность правила выросла. Если можно, то такие предикаты удаляются из правила. Алгоритм останавливается, когда больше невозможно уточнить ни одно правило,

Для того чтобы избежать генерации статистически незначимых правил, вводится дополнительный критерий – оценка на статистическую значимость. Правила, не удовлетворяющие этому критерию, отсеиваются, даже если они имеет высокую точность на обучающем множестве. Для оценки статистической значимости в алгоритме используется критерий Фишера (точный критерий Фишера для таблиц сопряженности).

Очевидно, что все правила, полученные при помощи данного алгоритма, будут являться закономерностями. Чтобы найти все закономерности $\{\boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{ik},\boldsymbol{PA}_i \mid \boldsymbol{PG}_{j1},...,\boldsymbol{PG}_{jn}\} \to \boldsymbol{PG}_j$, с максимальной вероятностью предсказывающие достижение цели $\boldsymbol{G}_j$, строится дерево семантического вероятностного вывода на множестве данных истории деятельности анимата **X** и множестве оценок действий $\boldsymbol{d}^j(\boldsymbol{t})$ с использованием набора предикатов $\boldsymbol{P}_j$, которые использует данная ФС. Оценка условной вероятности $\boldsymbol{p}$ правила рассчитывается следующим образом: $\boldsymbol{p} = \sum_{i \in \boldsymbol{I}} \boldsymbol{d}_i^j \Big/ \|\boldsymbol{I}\|$, где I – множество моментов времени, когда может быть применено данное правило.

Извлечение подцелей. Изначально система управления аниматом имеет заданную априори иерархию ФС. В простейшем случае она может состоять всего из одной ФС. В процессе деятельности система управления может автоматически выявлять новые подцели и порождать новые ФС. Опишем процедуру порождения новых подцелей и ФС.

Предварительно определим два типа подцелей.

Подцелями первого типа будем называть ситуации, из которых достижение вышестоящей цели прогнозируется одним правилом, содержащим одну цепочку действий, с высокой вероятностью (близкой к 1).

Подцелями второго типа будем называть ситуации, которые увеличивают вероятность достижения вышестоящей цели, но при этом дальнейшие действия могут определяться неоднозначно.

Для выявления подцелей первого типа среди множества правил $\boldsymbol{PR_j}$ выбираются правила вида $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{in}, \boldsymbol{PA}_i \to \boldsymbol{PG}_j$, имеющие высокую оценку условной вероятности $\boldsymbol{p} > \delta_1$, например δ_1 = 0.9. Далее, для каждого отобранного правила $\boldsymbol{R}$ порождается подцель $\boldsymbol{G_i}$ и соответствующий предикат-цель $\boldsymbol{PG_i} = \boldsymbol{P_{i1}} \,\&\, \boldsymbol{P_{i2}} \,\&\ldots\&\, \boldsymbol{P_{in}}$, равный конъюнкции всех сенсорных предикатов правила $\boldsymbol{R}$.

Для выявления подцелей второго типа рассматриваются правила с достаточно высокой оценкой условной вероятности $\boldsymbol{p} > \delta_2$ (например, δ_2 = 0.7), имеющие вид $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{in}, \boldsymbol{PA}_i \to \boldsymbol{PG}_j$. Если среди этих правил найдется хотя бы два правила с разными активирующими предикатами, но такими, что все сенсорные предикаты одного правила содержатся в другом, то порождается новая подцель $\boldsymbol{G_i}$ и соответствующий предикат-цель $\boldsymbol{PG_i} = \boldsymbol{P_{i1}} \,\&\, \boldsymbol{P_{i2}} \,\&\ldots\&\, \boldsymbol{P_{in}}$, равный конъюнкции всех сенсорных предикатов, содержащихся в обоих правилах.

Таким образом, порождается новая подцель $\boldsymbol{G_i}$ и соответствующий ей предикат-цель $\boldsymbol{PG}_i$, если выполнено одно из следующих условий.

Если существует правило $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{in}, \boldsymbol{PA}_i \to \boldsymbol{PG}_j$, такое что $\boldsymbol{p} > \delta_1$, то формируется подцель $\boldsymbol{PG_i} = \boldsymbol{P_{i1}} \,\&\, \boldsymbol{P_{i2}} \,\&\ldots\&\, \boldsymbol{P_{in}}$.

Если существуют правила $\boldsymbol{R}_1 = \boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{in}, \boldsymbol{PA}_i \to \boldsymbol{PG}_j$ и $\boldsymbol{R}_2 = \boldsymbol{P}_{j1},...,\boldsymbol{P}_{jm}, \boldsymbol{PA}_j \to \boldsymbol{PG}_j$, $\boldsymbol{p}_1 > \delta_2$, $\boldsymbol{p}_2 > \delta_2$, $\{\boldsymbol{P}_{i1},...,\boldsymbol{P}_{in}\} \subseteq \{\boldsymbol{P}_{j1},...,\boldsymbol{P}_{jm}\}$ и $\boldsymbol{A}_i \neq \boldsymbol{A}_j$, то формируется подцель $\boldsymbol{PG_i} = \boldsymbol{P_{i1}} \,\&\, \boldsymbol{P_{i2}} \,\&\ldots\&\, \boldsymbol{P_{in}}$.

Затем, для каждой выявленной подцели $\boldsymbol{G_i}$ создается новая $\boldsymbol{\Phi C_i}$, находящаяся ниже по иерархии и реализующая эту подцель. Для созданной системы $\boldsymbol{\Phi C_i}$ при помощи семантического вероятностного вывода порождается множество закономерностей $\boldsymbol{PR_i}$. Для этого просматривается все множество данных истории анимата X и выявляются случаи, когда подцель $\boldsymbol{G_i}$ была реализована, и рассчитывается множество оценок действий $\boldsymbol{d^i(t)}$ $\boldsymbol{\Phi C_i}$ описанным выше способом. Для всех ФС, находящихся на один уровень выше $\boldsymbol{\Phi C_i}$, набор предикатов обогащается еще одним предикатом $\boldsymbol{PG_i}$ и генерируются новые правила. Тем самым, множество за-

кономерностей этих ФС обогащаются закономерностями, содержащими новую подцель $\boldsymbol{G}_i$.

*Описание эксперимента***.** Для исследования описанной выше системы управления был поставлен следующий простой эксперимент. При помощи компьютерной программы был смоделирован виртуальный мир и анимат, основной целью которого является обнаружение специальных объектов виртуального мира – «еды». Анимат должен научиться эффективно находить и собирать еду.

Мир анимата представляет собой прямоугольное поле, разбитое на клетки, и содержит три типа объектов: пустые клетки («трава»), препятствия («препятствие»), и еду («еда»). Объекты «препятствие» располагаются только по периметру виртуального мира, образуя тем самым его естественные границы. Анимат может совершать три типа действий: шагнуть на клетку вперед («шаг»); повернуть налево («налево»); повернуть направо («направо»). Когда анимат шагает на клетку, содержащую еду, считается, что он ее «поедает», клетка, на которой находилась еда, очищается и новый объект «еда» случайным образом появляется в другом месте поля. Таким образом, количество еды в виртуальном мире остается постоянным.

Также анимат обладает 19 сенсорами, девять из которых информируют его о наличие еды («еда на северо-западе», «еда на севере», «еда на северо-востоке», «еда на западе», «еда здесь», «еда на востоке», «еда на юго-западе», «еда на юге», «еда на юго-востоке»), еще 9 сенсоров предоставляют информацию о препятствиях («препятствие на северо-западе», «препятствие на севере», «препятствие на северо-востоке», «препятствие на западе», «препятствие на востоке», «препятствие на юго-западе», «препятствие на юге», «препятствие на юго-востоке») и один сенсор говорит о направлении анимата («направление»). Сенсор направления показывает ориентацию анимата относительно виртуального мира и может принимать следующие значения: «север», «восток», «юг» и «запад». Сенсоры еды и препятствий информируют о наличии данных объектов на клетке, на которой находится анимат, и на соседних с ней клетках, и принимают значения «да» или «нет». Показания этих сенсоров не зависят от ориентации анимата, т. е. сколько бы анимат ни крутился на одном месте, их показания не изменятся. Таким образом, чтобы эффективно ориентироваться в виртуальном мире, анимат должен научиться сопоставлять свое направление с положением еды и принимать решение о соответствующем действии.

Изначальный набор предикатов анимата состоит из 22 сенсорных предикатов – по одному на каждый сенсор еды и препятствий **s**: **(s = «да»)** и четыре на сенсор направления: («направление» = «север»); («направление» = «восок»); («направление» = «юг»); («направление» = «запад»); а

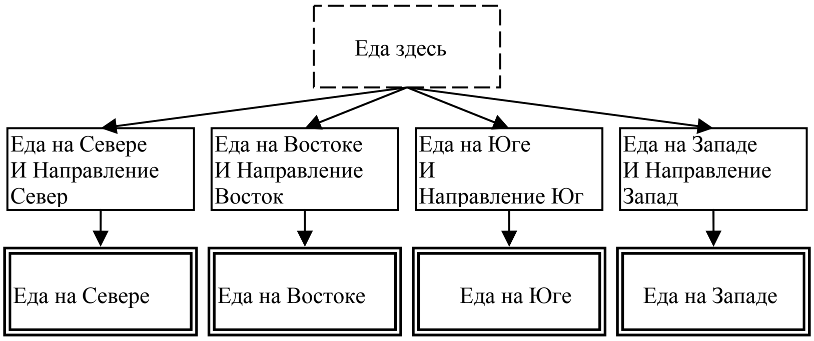


Рис. 41

также трех активирующих предикатов: (А = «шаг»); (А = «налево»); (А = «направо»).

Изначально система управления аниматом имеет только одну ФС, целью которой является ощущение наличия еды сенсором «еда здесь», соответствующий предикат-цель имеет вид **(«еда здесь» = «да»)**. Когда анимат достигает эту цель, то считается, что он «поедает» еду.

Результаты эксперимента. Одной из основных задач эксперимента была демонстрация возможности автоматического формирования иерархии целей и результатов при целенаправленном поведении. В ходе эксперимента системой управления аниматом были обнаружены подцели, достижение которых значительно увеличивает вероятность достижения цели. Пример первых двух уровней иерархии целей, сформированной аниматом, представлен на рис. 41. На рисунке пунктирной линией обозначена основная цель анимата, сплошной линией – подцели первого типа. Подцели, обозначенные двойной линией, – это подцели второго типа, поскольку они увеличивают вероятность достижения вышестоящей цели, но при этом дальнейшие действия определяются неоднозначно. К примеру, если после достижения подцели «Еда на севере» анимат направлен на восток, то ему надо повернуть налево, а если он направлен на запад – то направо.

Приведем пример, каким образом анимат использует выработанную им иерархию ФС для достижения цели. Допустим, что анимат ориентирован на восток и сенсор «еда на северо-востоке» обнаружил еду. Очевидно, что в данной ситуации, чтобы получить результат, анимат должен совершить три действия: шагнуть вперед, повернуть налево и шагнуть вперед. Рассмотрим, какие цепочки запросов сформирует система управления аниматом, начиная с самой верхней системы:

Еда здесь → Еда на Севере & Направление Север → Еда на Севере.

Последняя функциональная система по закономерности

(еда на северо-востоке)&(направление = восток)&(действие = шаг) → (еда на севере)

с вероятностью 1 запустит на выполнение действие «шаг». Таким образом, будет достигнута подцель «Еда на Севере». По закономерности

(еда на севере)&(направление = восток) &(действие = налево) →(еда на севере & направление = север)

с вероятностью 1 анимат повернет налево и достигнет подцель «Еда на Севере & Направление Север». И, наконец, по закономерности

(еда на севере) & (направление = север) & (действие = шаг) → (еда здесь)

анимат шагнет вперед, в результате чего будет достигнута цель, и еда будет «съедена».

Для того чтобы оценить эффективность описанной модели, было решено провести сравнение данной системы управления с системами, построенными на основании теории обучения с подкреплением (*Reinforcement Learning*), описанной в работах [148].

Для сравнения мы выбрали две системы управления, построенные на основе популярного алгоритма обучения с подкреплением Q-Learning. Суть алгоритма заключается в последовательном уточнении оценок суммарной величины награды $\boldsymbol{Q(s_t, A_t)}$, которую получит система, если в ситуации s_t она выполнит действие A_t, по формуле

$$\boldsymbol{Q^{(i+1)}(s_t, A_t) = Q^{(i)}(s_t, A_t) + \alpha(r_t + \gamma \max_A Q^{(i)}(s_{t+1}, A) - Q^{(i)}(s_t, A_t))}.$$

Первая из этих двух систем (*Q-Lookup Table*) основана на использовании таблицы, которая содержит Q-значения для всех возможных ситуаций и действий. Изначально эти значения таблицы заполняются случайным образом. В процессе работы в каждый такт времени система совершает действие и уточняет соответствующие Q-значения.

Вторая система (*Q-Neural Net*) использует аппроксимацию функции $\boldsymbol{Q(s_t, A_t)}$ при помощи нейронных сетей. При этом для каждого возможного действия A_i используется своя нейронная сеть NN_i. В каждый такт времени система выбирает действие, чья нейронная сеть выдаст наибольшую оценку Q-значения, после чего действие совершается и происходит адаптация весов соответствующей нейронной сети по алгоритму Back Propagation.

Для эксперимента было выбрано поле размером 25 на 25 клеток. Весь период функционирования анимата был разбит на этапы по 1 000 шагов (тактов). Изначально все системы делают 5 000 случайных шагов, чтобы накопить статистику и исследовать окружающую среду, после чего начинают функционировать в обычном режиме. Оценивалось, какое количест-

во еды соберет анимат с разными системами управления за каждый этап работы. Очевидно, что после того как система управления полностью обучится и достигнет своего оптимального поведения, анимат начнет собирать примерно одно и то же количество еды за один этап. Таким образом, можно оценить как эффективность каждой системы управления в целом, так и скорость её обучения.

Было проведено несколько экспериментов, в ходе которых исследовалась эффективность и скорость обучения каждой системы управления в случаях с различной плотностью заполнения среды едой.

Система управления на основе семантического вероятностного вывода во всех случаях показывала более высокую скорость обучения и качество работы по сравнению с системами *Reinforcement Learning*. Обычно уже после 8,000–10,000 тактов работы система полностью обучалась и достигала своего оптимального поведения.

Система управления на основе нейронных сетей (*Q-Neural Net*) с использованием отдельной сети для каждого действия не смогла обучиться даже после 100,000 шагов. По этой причине в систему были внесены следующие изменения. Во-первых, было решено использовать по одной нейронной сети для каждого действия и каждого направления анимата. Таким образом, с учетом трех действий и четырех возможных направлений, система использовала 12 нейронных сетей. Во-вторых, задача для системы управления была упрощена путем уменьшения вдвое числа сенсоров, т. е. вместо 18 сенсоров на вход системы подавалось только 9 сенсоров, информирующих о наличии еды. Полученная таким образом система уже смогла научиться решать поставленную задачу.

Нейросетевая система управления оказалась чувствительна к плотности заполнения поля едой. При большой плотности заполнения система обучается быстрее. Так, при количестве еды на поле, равным 200, система достигает оптимального поведения в среднем через 30,000–40,000 эпох, тогда как при количестве еды равно 100 – через 70,000–80,000. При количестве еды равным 50 и меньше система перестает обучаться. Вероятно, это связано с чувствительностью алгоритма *Back Propagation* к числу показов отдельных примеров: чем меньше еды на поле, тем меньшее количество раз нейронной сети предъявляются примеры, связанные с достижением аниматом цели, соответственно тем меньше влияние этих примеров на процесс обучения. Кроме того, при уменьшении количества еды на поле, сильно возрастает нестабильность работы системы. Иначе говоря, при небольшой плотности заполнения едой анимат чаще попадает в ситуации, когда он длительное время не может встретить еду, в результате чего система начинает «разобучаться».

Системы управления с использованием таблицы Q-значений показала плохое качество работы, что объясняется достаточно большим количеством возможных ситуаций: с учетом трех действий и четырех направлений возможно 9 984 различных ситуаций. Результаты экспериментов показывают, что даже после 100 000 тактов работы система управления в среднем просматривает только около 4 000 ситуаций. Таким образом, даже после длительного времени обучения возникают ситуации, когда система реагирует неадекватно. Кроме того, система оказалась крайне нестабильной.

Система на основе таблицы значений, так же как и система на основе нейронных сетей, оказалась чувствительной по отношению к плотности заполнения среды едой. Однако в отличие от нейросетевой системы управления данная система лучше обучается при небольшой плотности заполнения. Это связано с тем, что при малом количестве еды вероятность попасть в ситуацию, в которой анимат уже был ранее, значительно выше, чем при большом количестве еды. Соответственно система управления обучается поведению в наиболее вероятных ситуациях. Но с уменьшением количества еды также возрастает и нестабильность системы. Наилучшие результаты были достигнуты при количестве еды, равном 100.

На рис. 42 представлены результаты экспериментов для случая, когда количество еды на поле поддерживалось равным 100. Для каждой системы управления рассчитывались средние значения по 20 испытаниям.

В данной модели анимата используется только простейший способ формирования подцелей. Но уже это дает значительные преимущества в обучении. Поэтому необходимо провести дальнейшие исследования возможности автоматического формирования целей, которые в итоге должны дать возможность автоматического построения иерархии целей.

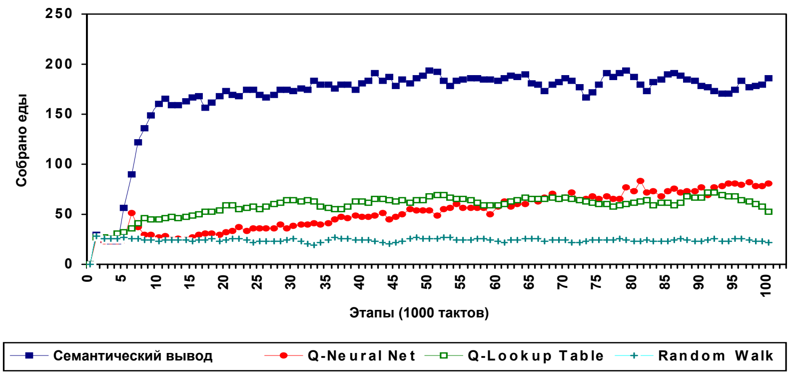


Рис. 42

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Анализ нечисловой информации Ю. Н. Тюрин, Б. Г. Литвак, А. И. Орлов и др. Препр. Научн. совет по комплексной проблеме «Кибернетика». М., 80 с.
2. Анохин П. К. Системный анализ интегративной деятельности нейрона // П. К. Анохин. Очерки по физиологии функциональных систем. М.: Медицина, 1975. С. 444.
3. Анохин П. К. Проблема принятия решения в психологии и физиологии // Проблемы принятия решения. М.: Наука, 1976. С. 7–16.
4. Анохин П. К. Принципиальные вопросы теории функциональных систем // Философские аспекты теории функциональных систем. М.: Наука, 1978. С. 49–106.
5. Анохин П. К. Опережающее отражение действительности // Философские аспекты теории функциональных систем. М.: Наука, 1978. С. 7–27.
6. Анохин П. К. Роль ориентировочно-исследовательской реакции в образовании условного рефлекса // Анохин П. К. Системные механизмы высшей нервной деятельности: Избр. тр. М.: Наука, 1979. С. 338–352.
7. Анохин П. К. Эмоции // Большая медицинская энциклопедия т. 35, М. 1964.
8. Борисова И. А., Загоруйко Н. Г. Естественная классификация // Сборник трудов ИАИ-2004. Киев, 2004. С. 33–42.
9. Витяев Е. Е. Метод обнаружения закономерностей и метод предсказания // Эмпирическое предсказание и распознавание образов. Новосибирск, 1976. Вып. 67. С. 54–68.
10. Витяев Е. Е. Обнаружение закономерностей, выраженных универсальными формулами // Там же. Новосибирск, 1979. Вып. 79. С. 57–59.
11. Витяев Е. Е. Закономерности в языках эмпирических систем и законы классической физики // Там же. Новосибирск, 1979. Вып. 79. С. 45–56.
12. Витяев Е. Е. Обнаружение функциональных зависимостей с одновременным формированием понятий // Вторая Всесоюзная конференция по автоматизации поискового конструирования. Новосибирск, 1980. С. 171–172.
13. Витяев Е. Е. Упрощение функциональных зависимостей за счет перешкалирования величин // 11-я Всесоюзная школа-семинар по «Программно-алгоритмическому обеспечению прикладного многомерного статистического анализа». М., 1983. С. 260–262.
14. Витяев Е. Е. Классификация как выделение групп объектов, удовлетворяющих разным множествам согласованных закономерностей // Ана-

лиз разнотипных данных. Новосибирск, 1983. Вып. 99. С. 44-50.

15. Витяев Е. Е. Числовое алгебраическое и конструктивное представление одной физической структуры // Логиго-математические основы МОЗ. Новосибирск, 1985. Вып. 107. С. 40–51.

16. Витяев Е. Е. Конструктивное числовое представление величин // Методы анализа данных. Новосибирск, 1985. Вып. 111. с. 23–32.

17. Витяев Е. Е. Шкала экстенсивных величин как абстрактный тип данных // Всесоюзная конференция по прикладной логике: Тез. докл. Новосибирск, 1985. С. 37–39.

18. Витяев Е. Е. Логико-операциональный подход к анализу данных // Комплексный подход к анализу данных в социологии: Тр. Инс–та социол. исслед. АН. М., 1989. С. 113–122.

19. Витяев Е. Е. Обнаружение закономерностей (методология, метод, программная система SINTEZ). 1. Методология // Методологические проблемы науки. Новосибирск, 1991. Вып. 138. С. 26–60

20. Витяев Е. Е. Семантический подход к созданию баз знаний. Семантический вероятностный вывод наилучших для предсказания ПРОЛОГ-программ по вероятностной модели данных // Логика и семантическое программирование. Новосибирск, 1992. Вып. 146. С. 19–49.

21. Витяев Е. Е. Принцип работы мозга и процесс познания в науке и исскусстве. Изд. НГУ, Новосибирск, 1995. С. 64

22. Витяев Е. Е. Целеполагание как принцип работы мозга // Модели когнитивных процессов. Новосибирск, 1997. Вып. 158. С. 9–52.

23. Витяев Е. Е. Вероятностное прогнозирование и предсказание как принцип работы мозга // Измерение и модели когнитивных процессов. Новосибирск, 1998. Вып. 162. С. 14–40.

24. Витяев Е. Е. Формальная модель работы мозга, основанная на принципе предсказания // Модели когнитивных процессов. Новосибирск, 1998. Вып. 164. С. 3–61

25. Витяев Е. Е. Рефлексирующие и мыслящие программные системы // Рефлексивное управление. (Международный симпозиум "Рефлексивные процессы и управление" 8-10 октября 2001 года, г. Москва) / Сборник статей под ред. В. Е. Лепского. М.: Изд-во Института психологии РАН, 2000. 192 с.

26. Витяев Е. Е. Объяснение Теории Движений Н.А.Бернштейна // VII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2005» Сборник научных трудов. М.: МИФИ, Ч. 1., 2005. С. 234–240

27. Витяев Е. Е. Логика работы мозга // Проблемы нейрокибернетики. (материалы XIV-ой Международной конференции по нейрокибернетике). Том. 2. Ростов-на-Дону, 2005. С. 14–17.

28. Демин А. В., Витяев Е. Е. Реализация модели анимата на основе

семантического вероятностного вывода // VIII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2006». М.: МИФИ, Сборник научных трудов. Том. 2, 2006. С. 16–24

29. Витяев Е. Е., Костин В. С. Естественная классификация как закон природы // Интелектуальные системы и методология. (Материалы научно-практического симпозиума "Интелектуальная поддержка деятельности в сложных предметных областях"). Новосибирск, 1992. Вып.4. С. 107–115.

30. Витяев Е. Е., Логвиненко А. Д. Метод тестирования систем аксиом. // Теория вычислений и языки спецификаций. Новосибирск, 1995. Вып. 152. С. 119–139.

31. Витяев Е. Е., Логвиненко А. Д. Обнаружение законов на эмпирических системах и тестирование систем аксиом теории измерений // Социология: методология, методы, математические модели. Научный журнал РАН. Том 10, 1998. С. 97–121.

32. Витяев Е. Е., Москвитин А. А. ЛАДА – программная система логического анализа данных // Методы анализа данных. Новосибирск, Вып.111. С. 38–58.

33. Витяев Е. Е., Москвитин А. А. Введение в теорию открытий. Программная система DISCOVERY // Логические методы в информатике. Новосибирск, 1993. вып. 148. С. 117–163.

34. Витяев Е. Е., Морозова Н. С., Сутягин А. С., Лапардин К. А. Естественная классификация и систематика как законы природы // Анализ структурных закономерностей. Новосибирск, 2005. Вып. 174. С. 80–92

35. Компьютерная система «Gene Discovery» для поиска закономерностей организации регуляторных последовательностей эукариот / Витяев Е. Е., Орлов Ю. Л., Вишневский О. В., и др. // Молекулярная биология. 2001. т. 35, № 6. С. 952–961.

36. Витяев Е. Е., Подколодный Н. Л. От экспертных систем к системам, создающим теории предметных областей // Компьютерный анализ структуры, функции и эволюции генетических макромолекул. Новосибирск, 1989. С. 264–282.

37. Витяев Е. Е. Принятие решений. Переключающая и подкрепляющая функции эмоций // VIII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2006», М.: МИФИ, 2006. С. 24-30

38. Вишневский О. В., Витяев Е. Е. Анализ и распознавание промоторов эритроид-специфичных генов на основе наборов вырожденных олигонуклеотидных последовательностей // Молекулярная биология. 2001. т. 35, № 6. С. 979–986.

39. Нечисловая статистика, экспертные оценки и смежные вопросы. Всесоюзная конференция. Тез. докл. М.-Таллин. 1980. 403 с.

40. Гибсон Дж. Экологический подход к зрительному восприятию.

М.: Прогресс, 1988. С. 462.
41. Гончаров С. С., Ершов Ю. Л. Конструктивные модели. Научная книга, Новосибирск, 1999. 345 с.
42. Гончаров С. С., Ершов Ю. Л., Самохвалов К. Ф. Введение в логику и методологию науки. Москва: Интерпракс, 1994. С. 255.
43. Девид Г. Метод парных сравнений. М.: Статистика, 1978. 150 с.
44. Ершов Ю. Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. М.: Наука, 1980. 415 с.
45. Ершов Ю. Л., Самохвалов К. Ф. О новом подходе к философии математики // Структурный анализ символьных последовательностей. Новосибирск, 1984. Вып. 101. С. 141 - 148.
46. Забродин В. Ю. О критериях естественной классификации // НТИ, 1981. Сер. 2, № 8.
47. Загоруйко Н. Г., Самохвалов К. Ф., Свириденко Д. И. Логика эмпирических исследований. Новосибирск, 1978. 66 с.
48. Загоруйко Н. Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. Новосибирск: Институт математики, 1999. С. 268.
49. Каменский В. С. Модели и методы не метрического многомерного шкалирования: (Обзор) // Автоматика и телемеханика. 1977. №8. С. 118–156.
50. Карнап Р. Философские основания физики. М.: Прогресс, 1971. 387 с.
51. Кендал М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973. С. 899.
52. Кини Р. Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. 560 с.
53. Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп. М.: Наука, 1982. 182 с.
54. Козелецкий Ю. Психологическая теория принятия решений. М.: Прогресс, 1979. 503 с.
55. Кузьмин В. Б., Орлов А. И. О средних величинах, сравнение которых инвариантно относительно допустимых преобразований шкалы // Статистические методы анализа экспертных оценок. М., 1977. С. 220–227.
56. Кулаков Ю. И. Элементы теории физических структур. Новосибирск: НГУ, 1968. 215 с.
57. Кулаков Ю. И. Математическая формулировка теории физических структур // Сиб. мат. журн. 1971. Т. 12, № 5. С. 1142–1145.
58. Кулаков Ю. И. О теории физических структур // Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. Т5. Л., 1983. С. 103–151.
59. Кулаков Ю. И. Новая формулировка теории физических структур

// Методологические и технологические проблемы информационно-логических систем. Новосибирск, 1988. Вып. 125. С. 3–32.

60. Куперштох В. Л., Миркин Б. Г., Трофимов В. А. Метод наименьших квадратов в анализе качественных признаков // Проблемы анализа дискретной информации. Новосибирск, 1976.

61. Мальцев А. И. Алгебраические системы, М.: Наука, 1970.

62. Мейен С. В., Шрейдер С. А. Методологические аспекты теории классификаций // Вопросы философии. 1976. № 12.

63. Миркин Б.Г. Анализ качественных признаков и структур. М.: Статистика, 1980. 316 с.

64. Михайличенко Г. Г. Решение функциональных уравнений в теории физических структур. Докл. АН СССР. 1972. Т. 206, № 5. С. 1056–1058.

65. Михиенко Е. В., Витяев Е. Е. Моделирование работы функциональной системы // VI Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2004»: Сб. науч. тр. В 2 ч., М.: МИФИ, 2004. Ч.2. С. 124–129.

66. Нормативные и дескриптивные модели принятия решений: По материалам советско-американского семинара. М.: Наука, 1981. 340 с.

67. Поляков Г. И. О принципах нейронной организации мозга // М.: МГУ, 1965. С. 165.

68. Пфанцагль И. Теория измерений. М.: Мир, 1976. 248 с.

69. Психологические измерения. Под ред. Л.Д.Мешалкина. М.: Мир, 1967. 120 с.

70. Рутковский Л. Элементарный учебник логики. Спб., 1884.

71. Орлов А. И. Допустимые средние в некоторых задачах экспертных оценок и агрегирования показателей качества // Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях. М.: Наука, 1979, 293 с.

72. Орлов А. И. Устойчивость в социально-экономических моделях. М.: Наука, 1977. 182 с.

73. Саганенко Г. И. Социологическая информация. Л.: Наука, 1979. 142 с.

74. Сатаров Г. А., Каменский В. С. Общий подход к анализу экспертных оценок методами не метрического многомерного шкалирования // Статистические методы анализа экспертных оценок. М.: Наука, 1977. С. 251–266.

75. Симонов П. В. Эмоциональный мозг. М.: Наука, 1981. С. 140.

76. Симонов П. В. Высшая нервная деятельность человека (мотивационно-эмоцио-нальные аспекты). М.: Наука, 1975. С. 173.

77. Смирнов Е. С. Конструкция вида с таксономической точки зрения

// Зоол. Журн. 1938. Т. 17, № 3, С. 387–418.
78. Судаков К. В. Общая Теория Функциональных Систем М.: Медицина, 1984. С. 222.
79. Судаков К. В. Системные механизмы эмоционального стресса. М.: Медицина, 1981. С. 228.
80. Терехина А. Ю. Методы многомерного шкалирования и визуализации данных: (Обзор) // Автоматика и телемеханика. 1973. № 7. С. 80–94.
81. Тюрин Ю. Н., Василевич А. П., Андрукевич П. Ф. Статистические методы ранжирования // Статистические методы анализа экспертных оценок. М.: Наука, 1977. С. 30–58.
82. Анализ нечисловой информации / Ю. Н. Тюрин, Б. Г. Литвак, А. И. Орлов и др. // Всесоюзная школа «Программно-алгоритмическое обеспечение прикладного многомерного статистического анализа». Ереван, 1979. С. 231–243.
83. Фишберн П. С. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978. 352 с.
84. Функциональные системы организма (Под ред. К. В. Судакова) М., Медицина, 1987, С. 430.
85. Шмерлинг Д. С. О построении моделей парных и множественных сравнений со связями // Прикладной многомерный статистический анализ. М., 1978. С. 164–189.
86. Шрейдер С. А. Систематика, типологии, классификация // Теория и методология биологических классификаций, М.: Наука, 1983.
87. Adams Er. W. The logic of conditionals // An application of probability to deductive logic // Synthese Library. 1975. v. 86.
88. Anderson N. H. Integration theory, functional measurement and the psychological law // Advances in psychophysics / Ed. Geissler, Yu. Zabrodin. Berlin, 1976. p. 93–130.
89. Anderson N. H. Algebraic Rules in Psyhological measurement // Amer. Scientist. 1979. v.67. P. 555–563.
90. Apt K. R. Introduction to logic programming // Computer Science Department of Software Technology, Report CS-R874.
91. Investigating extended regulatory regions of genomic DNA sequences / V. N. Babenko, P. S. Kosarev, O. V. Vishnevsky et al. // Bioinformatics. 1999. v. 15, P. 644–653.
92. [BI-RADS], Breast Imaging Reporting and Data System, American College of Radiology, Reston, VA, 1998.
93. Bratko I., Muggleton S., Varvsek A. Learning qualitative models of dynamic systems // Inductive Logic Programming, S. Muggleton, Ed. Academic Press. London, 1992.
94. Bratko I. Innovative design as learning from examples // Proceedings

of the International Conference on Design to Manufacture in Modern Industries, Bled, Slovenia, June, 1993.

95. Bratko I., Muggleton S. Applications of inductive logic programming // Communications of ACM. 1995 Vol. 38 (11), p. 65–70.

96. Caldwell R. An Overview of the INFFC: from Organization to Results // Nonlinear financial forecasting, Proc. of the first INFFC, Finance and Technology, 1997. P. 9–22.

97. CAR'96 Computer Assisted Radiology, Proceedings of the International Symposium on Computer and Communication Systems for Image Guided Diagnosis and Therapy, Lemke HU, Vannier MW, Inamura K, Farman AG, (eds.) Paris, France, June 26–29, 1996, Elsevier Science.

98. Dzeroski S., DeHaspe L., Ruck B.M., Walley W.J. Classification of river water quality data using machine learning // Proceedings of the Fifth International Conference on the Development and Application of Computer Techniques to Environmental Studies (ENVIROSOFT'94).

99. Dzeroski S. Inductive Logic Programming and Knowledge Discovery in Databases // Advances in Knowledge Discovery and Data Mining, Eds. U. Fayad, G., Piatetsky-Shapiro, P. Smyth, R. Uthurusamy. AAAI Press, The MIT Press, 1996. P. 117–152.

100. Van Emden M. N. Quantitative deduction and its fix-point theory // J. Logic Programming. 1986. Vol. 3, № 1. P. 37–53.

101. Fenstad J. I. Representation of probabilities defined on first order languages // J.N.Crossley, ed., Sets, Models and Recursion Theory: Proceedings of the Summer School in Mathematical Logic and Tenth Logic Colloguium. 1967. P. 156–172.

102. Fitting M. C. Logic Programming on a Topological Bilattices // Fundamenta Informatica. 1988. Vol. 11. P. 209–218.

103. Gaifman H. Concerning measure in first order calculi // Israel journal of Math. 1964. Vol. 2, N 1. P. 1–18.

104. Goncharov S. S., Ershov Yu. L., Sviridenko D. I. Semantic programming // 10th World Congress Information Processing 86, Dublin, Oct., 1986. Amsterdam, 1986. P. 1093–1100.

105. Goodrich J.A., Cutler G., Tjian R. Contacts in context: promoter specificity and macromolecular interactions in transcription. Cell. 1996. Vol. 84(6). P. 825–830.

106. Thomas R. Gruber. Towards Principles for the Design of Ontology's Used for Knowledge Sharing // International Workshop on Formal Ontology. 1993. March, Padova, Italy.

107. Hailperin T. Probability Logic // Notre Dame J. of Formal Logic. 1984. Vol. 25, N 3. P. 198–212.

108. Halpern J. Y. An analysis of first-order logic of probability // Artificial

Intelligence. 1990. Vol. 46. P. 311–350.
109. Hansel G. Sur le nombre des fonctions Boolenes monotones den variables, C. R. Acad. Sci. Paris (in French). 1966. Vol. 262, № 20. P. 1088–1090.
110. Hardison R.C. Conserved non-coding sequences are reliable guides to regulatory elements // Trends Genet. 2000. Vol. 16. P. 369–372.
111. Hempel C. G. Maximal Specificity and Lawlikeness in Probabilistic Explanation // Philosophy of Science. 1968. Vol. 35. P. 116–133.
112. Kifer M., Subrahmanian V.S. Theory of Generalized Annotated Logic Programming and its Applications // Research Report, University of Maryland, USA. 1990.
113. King R.D., Karwath A., Clare A., Dehaspe L. The utility of different representations of protein sequence for predicting functional class // Bioinformatics. Vol. 17 P. 445–454.
114. Nikolay A. Kolchanov, Mikhail A. Pozdnyakov, Yury L. Orlov, Oleg V. Vishnevsky, Nikolay L. Podkolodny, Eugenii E. Vityaev and Boris Kovalerchuk Computer System "Gene Discovery" for Promoter Structure Analysis // Artificial Intelligence and Heuristic Methods in Bioinformatics. Eds: P. Frasconi, R. Shamir. IOS Press. 2003. P. 173–192.
115. Transcription regulatory regions database (TRRD): its status in 2000 / Kolchanov N.A., Podkolodnaya O.A., Ananko E.A. et al. // Nucleic Acids Research. Vol. 28, № 1. P. 298–301.
116. N.A. Kolchanov et al. Transcription Regulatory Regions Databases (TRRD): its status in 2002, Nucleic Acids Res. Vol. 30. P. 312–317.
117. Kovalerchuk B., Vityaev E., Ruiz J.F. Design of consistent system for radiologists to support breast cancer diagnosis // Joint Conf. of Information Sciences, Duke University, NC, 1997. Vol. 2. P. 118–121.
118. Kovalerchuk, B., Vityaev, E., Ruiz, J. Consistent Knowledge Discovery in Medical Diagnosis. IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine. Special issue: «Medical Data Mining», July / August, 2000. P. 26–37.
119. Kovalerchuk, B., Vityaev, E., Ruiz, J.F. Consistent and Complete Data and «Expert» Mining in Medicine // Medical Data Mining and Knowledge Discovery, Springer. 2001. P. 238–280.
120. Kovalerchuk B., Vityaev E. Discovering Lawlike Regularities in Financial Time Series // Journal of Computational Intelligence in Finance. Vol. 6, № 3. P. 12–26.
121. Kovalerchuk B., Vityaev E. Data Mining in Finance: Advances in Relational and Hybrid methods. (Kluwer international series in engineering and computer science; SECS 547), Kluwer Academic Publishers, 2000. P. 308.
122. Kovalerchuk B., Talianski V. Comparison of empirical and computed fuzzy values of conjunction // Fuzzy Sets and Systems. 1996. Vol. 46. P. 49–53.
123. Kovalerchuk B., Triantaphyllou E., Despande A., Vityaev E. Interac-

tive Learning of Monotone Boolean Function // Information Sciences. 1996. Vol. 94, issue 1–4, P. 87–118.

124. Kovalerchuk B., Triantaphyllou E., Ruiz J. Monotonicity and logical analysis of data: a mechanism for evaluation of mammographic and clinical data, in Kilcoyne RF, Lear JL, Rowberg AH (eds): Computer applications to assist radiology, Carlsbad, CA, Symposia Foundation. 1996. P. 191–196.

125. Kovalerchuk B., Triantaphyllou E., Ruiz J., Clayton J. Fuzzy Logic in Computer-Aided Breast Cancer Diagnosis: Analysis of Lobulation // Artificial Intelligence in Medicine. № 11. P. 75–85.

126. Kovalerchuk B., Conner N., Ruiz J., Clayton J. Fuzzy logic for formalization of breast imaging lexicon and feature extraction // 4th Intern. Workshop on Digital Mammography, June 7–10, University of Nijmegen, Netherlands, 1998.

127. Kovalerchuk, B., Vityaev, E. Detecting patterns of fraudulent behavior in forensic accounting // Proc. of the Seventh International Conference "Knowledge-based Intelligent Information and Engineering on Systems", Oxford, UK, Sept, 2003. Part 1. P. 502–509.

128. Kovalerchuk B., Vityaev E. Data mining in finance: From extremes to realism // Journal of Financial Transformation. 2004. Vol. 11, August. P. 81–89.

129. Krantz D.H., Luce R.D., Suppes P., Tversky A. Foundations of Measurement. Acad. Press, N.Y.; L. 1971; 1989; 1990. Vol. 1–3.

130. Kretschmann E., Fleischmann W., Apweiler R. Automatic rule generation for protein annotation with the C4.5 data mining algorithm applied on SWISS-PROT Bioinformatics. 2001. Vol. 17. P. 920–926.

131. Logvinenko A.D., Byth W., Vityaev E.E. We can order stimuli even when we are not able to see them: An evidence in favour of fuzzy sensory threshold // Perception and Psychophysics. 1997.

132. Mooney R., Ourston D. Induction over the unexplained: Integrated learning of concepts with both explainable and conventional aspects // Proceedings of the Sixth International Workshop on Machine Learning. Ithaca. N.Y.: Morgan Kaufmann, 1989. P. 5–7.

133. Muggleton S. Bayesian inductive logic programming // Proceedings of the Eleventh International Conference on Machine Learning W. Cohen and H. Hirsh, Eds. 1994. P. 371–379.

134. Muggleton S. Scientific Knowledge Discovery Using Inductive Logic Programming // Communications of ACM. 1999. Vol. 42, N 11, P. 43–46.

135. Muggleton S., Buntine W. Machine invention of first-order predicates by inverting resolution // Proceedings of the Fifth International Workshop on Machine Learning. Ann Arbor, MI: Morgan Kaufmann. 1988. P. 339–352.

136. Muggleton S., King R.D., Sternberg M. J. E. Protein secondary structure prediction using logic. Prot. Eng. 5, 7. 1992. P. 647–657.

137. Nils J. Nillson. Probability logic // Artif. Intell. Vol. 28, N 1. P. 71–87.
138. Pzelecki M. The logic of empirical theories. L.: Routledge Kogan Paul, 1969. 109 p.
139. Quandt K. et al. MatInd and MatInspector: new fast and versatile tools for detection of consensus matches in nucleotide sequence data // Nucleic Acids Res. 1995. Vol. 23. P. 4878–4884.
140. Prestridge D.S. Computer software for eukaryotic promoter analysis // Methods Mol. Biol. 2000. Vol. 130. P. 265–295.
141. De Raedt L., Kersting K. Logic Learning // ACM-SIGKDD Explorations, special issue on Multi-Relational Data Mining. Vol. 5(1). P. 31–48, July.
142. SCAR'96. Proceedings of the Symposium for Computer Applications in Radiology. Kilcoyne RF, Lear JL, Rowberg AH (eds): Computer applications to assist radiology, Carlsbad, CA, Symposia Foundation.
143. SCAR'98. Proceedings of the Symposium for Computer Applications in Radiology // Journal of Digital Imaging. 1998. Vol. 11, № 3, Suppl.
144. Scott D.S., Krauss P. Assigning Probabilities to Logical Formulas // Aspects of Inductive Logic, (ed. J.Hintikka, P.Suppes), N. Holland. 1966. P. 219–264.
145. Scott, D., Suppes P. Foundation aspects of theories of measurement // Journal of Symbolic Logic. Vol. 23. P. 113–128.
146. Shapiro E. Algorithmic Program Debugging // MIT Press. 1983. P. 204.
147. Shapiro E. Logic Programs witn Uncertainties: A Tool for Implementing Expert Systems // Proc. IJCAI '83, Williams Kauffman. 1983. P. 529–532.
148. Sutton R., Barto A. Reinforcement Learning: An Introduction. Cambridge: MIT Press. 1998.
149. Ng R.T., Subrahmanian V.S. Probabilistic reasoning in Logic Programming // Proc. 5th Symposium on Methodologies for Intelligent Systems, Knoxville, North-Holland. 1990. P. 9–16.
150. Ng R.T., Subrahmanian V.S. Annotation Variables and Formulas in Probabilistic Logic Programming // Technical report CS TR-2563, University of Maryland, 1990.
151. Suppes P. A probabilistic Theory of Causality, North-Holland, Amsterdam, 1970.
152. TIWDM, 1996. Third International Workshop on Digital Mammography, University of Chicago, Chicago, IL, Abstracts, June 9–12.
153. TIWDM, 1998. 4th Intern. Workshop on Digital Mammography, June 7–10, 1998, University of Nijmegen, Netherlands.
154. Vityaev E. The logic of prediction // Mathematical Logic in Asia. Proceedings of the 9th Asian Logic Conference (August 16-19, 2005, Novosibirsk, Russia), World Scientific, Singapore, 2006. P. 263–276.

155. Vityaev E. E. et al. Computer system «Gene Discovery» for promoter structure analysis // In Silico Biol. 2 0024 http://www.bioinfo.de/isb/2002/02/0024/

156. Vityaev E.E., Shipilov T.I., Pozdnyakov M.A., Vishnevsky O.V., Proscura A.L., Orlov Yu.L., Arrigo P. Software for analysis of gene regulatory sequences by knowledge discovery methods // Bioinformatics of Genome Regulation and Structure II. (Eds. N.Kolchanov and R. Hofestaedt) Springer Science+Business Media, Inc. 2006. P. 491–498.

157. Vityaev E., Kovalerchuk B. Empirical Theories Discovery based on the Measurement Theory // Mind and Machine. Vol. 14, № 4. P. 551–573.

158. Vityaev E., Kovalerchuk B. Relational Methodology for Data Mining and Knowledge Discovery // Sixteenth International Workshop on Database and Expert Systems Applications, 1st International Workshop on Philosophies and Methodologies for Knowledge discovery (22-26 Audust 2005, Copengagen, Denmark), IEEE Computer Society. 2005. P. 725–729.

159. Vityaev E., Kovalerchuk B. Data Mining For Financial Applications // O. Maimon and L. Rokach (eds.), Data Mining and Knowledge Discovery Handbook: A Complete Guide for Practitioners and Researchers, Springer, 2005. P. 1203–1224.

160. Werner T. Models for prediction and recognition of eukaryotic promoters // Mamm. Genome. 1999. Vol. 10. P. 168–175.

161. Wingender E. et al. The TRANSFAC system on gene expression regulation // Nucleic Acids Res. 2001. Vol. 29. P. 281–283.

162. Wingo P.A., Tong T., Bolden S. Cancer Statistics, Ca-A Cancer Journal for Clinicians. Vol. 45, № 1. P. 8–30.

163. Zagoruiko N., Borisova I. Principles of natural classification // Pattern Recognition and Image Analysis. 2005. Vol. 15, No. 1. P. 27–29.