ВСЕСОЮЗНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ПРИКЛАДНОЙ ЛОГИКЕ
(Новосибирск, 22-24 октября 1985), (Тезисы докладов), Новосибирск, 1985, с.37-39

Е.Е.Витяев (Новосибирск)

ШКАЛА ЭКСТЕНСИВНЫХ ВЕЛИЧИН КАК АБСТРАКТНЫЙ ТИП ДАННЫХ

В теории измерений [1] алгебраическая спецификация экстенсивных величин (массы, длины, скорости и т.д.) задается системой аксиом замкнутых экстенсивных структур
1. $<$ - слабый линейный порядок;
2. $\forall x,y,z(x\bullet(y\bullet z) \sim (x\bullet y)\bullet z)$,
3. $\forall x,y,z(x \le y \Leftrightarrow z\bullet x \le z\bullet y \Leftrightarrow x\bullet z \le y\bullet z)$,
4. Для любых x,y,z,u; если $x < y$, то существует натуральное число n, $nx\bullet z < ny\bullet u$, $nx = x\bullet\ldots\bullet x$ (n раз).
Семантика экстенсивных величин (структура данных) задается замкнутыми экстенсивными структурами - произвольными алгебраическими системами, удовлетворяющими системе аксиом 1-4. Числовое представление экстенсивных величин определяется следующей теоремой.

ТЕОРЕМА [1]. Система $\langle A; <, \bullet\rangle$, $A \ne \varnothing$ является замкнутой_экстенсивной структурой тогда и только тогда, когда существует отображение φ: $A \to Re$, для любых $a,b \in A$ удовлетворяющее условиям:

1. $a \le b \Leftrightarrow \varphi(a) \le \varphi(b)$,
2. $\varphi(a\bullet b) = \varphi(a) + \varphi(b)$.

Из теоремы следует, что числовым представлением замкнутой экстенсивной структуры является ее сильный гомоморфный образ в $R = \langle Re, <, +\rangle$. Каждому значению $a \in A$ экстенсивной величины $M = \langle A; <,\bullet\rangle$ можно сопоставить действительное число. Считается, что этой теоремой дается математическая модель измерительных приборов экстенсивных величин (весов, линейки, спидометра и т.д.).

Эта теорема, тем не менее, не дает способ построения отображения φ (шкалирования прибора). Шкала прибора, а в дальнейшем и результаты измерения, определяются процедурой шкалирования прибора, которая дает нам значения φ в отдельных точках. Процедура шкалирования также опирается на некоторую алгебраическую спецификацию, но ввиду ее конструктивного характера ей нужны, вообще говоря, другие свойства величины, чем те, которые требуются для гомоморфного вложения в R.

Поэтому более адекватным и конструктивным представлением экстенсивных величин является алгебраическая спецификация процедуры шкалирования величины. В этом случае семантикой величины может служить процедура шкалирования, определяемая первичной моделью алгебраической спецификации. Числовым представлением величины, а точнее шкалы величины, является в этом случае конструктивизация первичной системы.

Проиллюстрируем этот подход на примере экстенсивных величин. Алгебраическая спецификация процедуры шкалирования может быть задана аксиомами 1,2,3 и следующей схемой аксиом:

4'. $\forall y\exists x(kx \sim y)$, $k = 1,2,\ldots$
$\exists x,y \neg(x \sim y)$.

Семантикой процедуры шкалирования является первичная система $N = \langle B; <,\bullet\rangle$ системы аксиом 1-3,4'. Эта система может быть порождена произвольным своим элементом b, таким что $\neg(b\bullet b \sim b)$. Числовым представлением процедур шкалирования является конструктивизация факторсистемы N/~.

УТВЕРЖДЕНИЕ. Факторсистемама первичной системы N, удовлетворяющей системе аксиом 1-3,4', изоморфна $\Re a = \langle Ra^{+} ; \le, + \rangle$, $R^{+}a = \{m/n \mid m,n = 1,2,\ldots\}$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. D.H.Krantz, R.D.Luce, P.Suppes, A.Tversky Foundations of Measurement, v.1, Academic Press, New York and London, 1971.