

ВИТЯЕВ Е.Е.^{1,2}

¹ Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, vityaev@math.nsc.ru

² Новосибирский Государственный Университет

ЗАКОНЫ МИРА, НА КОТОРЫХ ОСНОВЫВАЮТСЯ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ РАБОТЫ МОЗГА. ПОЧЕМУ ВОЗМОЖНО ПОЗНАНИЕ ПРИРОДЫ*

В работе рассматриваются три закона, которые лежат в основе организации информационных процессов работы мозга: причинность, комплексность и экологичность, которые будут объяснены далее. С точки зрения когнитивной эволюции эти законы проявляются соответственно в принципе опережающего отражения действительности (П.К.Анохин), психологии образа (А.Н.Леонтьев) и экологической оптики (Дж.Гибсон). Формализация этих принципов сталкивается с проблемами: отсутствием эффективного определения предсказания для индуктивно выведенных знаний; отсутствием формализации взаимно предсказывающих комплексов признаков; парадоксальностью предсказания. Приводятся формализация этих принципов: предсказания – семантическим вероятностным выводом; взаимно предсказывающих признаков – неподвижной точкой предсказаний; доказательством парадоксальности индукции. Данная работа отчасти отвечает на вопрос В.Г.Редько: почему возможно познание природы.

Ключевые слова: Закон, причинность, экологическая оптика, индукция, образ, образ мира, восприятие, математическая модель

Причинность и предсказание.

Принцип опережающего отражения действительности, сформулированный П.К.Анохиным [1], основан на причинности наблюдаемого мира. Но причинность и её обнаружение вызывают ряд проблем. Что понимается под причинностью? Причинность является следствием *физического детерминизма*, который выполняется для окружающей человека среды: «для всякой изолированной физической системы, произвольно фиксированное состояние системы детерминируют все последующие состояния»

* Работа поддержана грантом РФФИ № 11-07-00560-а; интеграционными проектами СО РАН № 3, 87, 136, а также работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ (проект НШ-276.2012.1)

[2]. Но возьмем, например, автомобильную аварию [3], что явилось её причиной? Это может быть состояние поверхности дороги, её влажность, расположение солнца относительно взоров водителей, нарушение правил дорожного движения, психологическое состояние водителей, неисправность тормозов и т.д. Понятно, что в этом случае нет определенной причины происшествия. Понятие причинности внимательно анализировал Д.Юм, но, как правильно отмечается в [4] он «не нашел никакого другого основания, кроме некоторого внутреннего чувства привычки». Мы вернемся к этому «внутреннего чувства привычки» в последнем разделе. Поэтому в философии науки причинность сводится к предсказанию и объяснению. «Причинное отношение означает предсказуемость ... в том смысле, что, если полная предыдущая ситуация будет известна, событие может быть предсказано ..., если будут даны все относящиеся к событию факты и законы природы» [3]. Понятно, что все факты, которых потенциально бесконечно, и всех законов никто знать не может. Какие-то законы известны, а какие-то нет. Некоторые из недостающих законов могут быть обнаружены на данных. В итоге причинное отношение сводится к логическому выводу предсказаний из имеющихся фактов и законов с некоторой вероятностью.

При обнаружении законов (закономерностей) на реальных данных возникает проблема статистической двусмысленности, которая состоит в том, что в процессе обучения (индуктивного вывода) мы можем получать вероятностные правила, из которых выводится противоречие.

Чтобы избавиться от противоречий Гемпель [5] ввел требование максимальной специфичности, которое означает, что закон нельзя усилить (увеличив его условную вероятность) добавляя дополнительные условия. Максимально специфические правила должны использовать всю доступную информацию. Однако в настоящее время нет методов обнаружения максимально специфических правил.

Нами получена формализация причинного отношения, как предсказания по максимально специфическим правилам и фактам основанная на специально разработанном семантическом вероятностном выводе [6-10], который решает проблему обнаружения максимально специфических правил и предсказания без противоречий. Это причинное отношение положена нами в основу формализации принципа опережающего отражения действительности и формальной модели нейрона [11]. В этой формализации смысл деятельности каждого отдельного нейрона состоит в обнаружении причинных связей. Эта модель нейрона была нами использована

для объяснения функциональных систем [12-13] и экспериментально апробирована на работе аниматоров [14].

Закон комплексности признаков

Причинность проявляется во всем пространстве и одновременно по множеству признаков и свойств. Из физического детерминизма следует, что «произвольно фиксированное состояние системы детерминируют все последующие состояния». А это означает, что, если комплексом параметров зафиксировано текущее состояние системы, то однозначно определяются комплексы параметров последующих состояний системы. Тогда комплекс параметров текущего состояния системы позволяет предсказывать комплексы параметров последующих состояний системы.

Такое предсказание наиболее ярко проявляется в восприятии. Предсказание (антиципация) непрерывно во времени сравнивает «образ» с наличной стимуляцией и является процессом активного движения от «образа» к внешнему миру – непрерывным во времени процессом проверки предсказаний «образа» на соответствие стимулам внешнего мира. Только если все многочисленные предсказания будут совпадать с реальными стимулами непрерывно во времени, только тогда есть восприятие, что является аналогом физического детерминизма: «Все это позволяет нарисовать следующую картину хода познавательной деятельности на уровне восприятия. Индивид всегда имеет некоторый образ или модель окружения, которая непрерывна во времени и пространстве и носит прогностический характер, т.е. в ней экстраполируются и воспроизводятся на языке чувственных модальностей ожидаемые результаты воздействия источника стимула на наши органы чувств» [15]. На нейрофизиологическом уровне это проявляется как «нервная модель стимула» (Соколов Е.Н.), в которой зафиксированы все параметры знакомого комплекса раздражителей.

Закон комплексности признаков: образы восприятия описываются комплексами признаков (нервной моделью стимула) взаимно предсказывающих друг друга степенным числом закономерностей (нейронов).

Этот закон впервые обнаружил В.Л. Кожара и сформулировал его в виде свойства «таксономической насыщенности» классификации: «если проводить классификацию объектов имеющих N признаков некоторым методом классификации по $n \ll N$ случайно выбранным из N признакам, то начиная с некоторого n классификация становится устойчивой – результат классификации практически не зависит от выбора n случайных признаков» [16, 17]. Этот результат означает, что для классификации достаточно идентифицировать комплекс раздражителей посредством n при-

знаков, тогда остальные $N-n$ признаков каждого класса будут определяться по значениям этих n признаков. Выбрать n признаков из N можно C_N^n (символ не всем понятен) способами и при этом в каждом из этих выборов мы будем иметь, как минимум $n(N-n)$ закономерностей, предсказывающих значения остальных $N-n$ признаков. Это число закономерностей степенным образом зависит от n .

Такая классификация называется естественной или генетической (объективной) и можно показать [18-21], что она удовлетворяет всем требованиям, которые естествоиспытатели предъявляют к своим классификациям. Генетической она называется потому, что в основу рассмотрения берется генезис возникновения рассматриваемых объектов (искусственных, произведенных человеком, или естественных). В генетической классификации за основу классификации берется генезис объектов. В соответствии с физическим детерминизмом объекты одного класса порождаются варьирующимися начальными условиями возникновения (создания) объектов по одним и тем же законам рождения (производства) объекта. Например, классификация горных пород по происхождению дает три большие группы: изверженные, осадочные и метаморфические (видоизмененные). В порождаемых объектах причинность многомерна и пространственная в том смысле, что объекты целиком порождаются из некоторых начальных условий по заданным законам в соответствии с физическим детерминизмом. Это объясняет, почему для идентификации классов не нужны все признаки, а достаточно некоторого числа n признаков, а остальные предсказываются степенным множеством закономерностей. В совокупности все признаки образуют определенный комплекс признаков.

С точки зрения восприятия комплексы раздражителей исследовал Дж. Гибсон [22]: Мир устроен иерархически: «мелкие элементы содержатся в более крупных ... поэтому я ввожу для него специальный термин: встроенность». «Следует отметить ... что на любом участке земной поверхности встречаются, в общем-то, одни и те же элементы. Размер песчинок, где бы они ни встретились, всегда приблизительно один и тот же. Стебли травы также везде более или менее одинаковы. То же самое можно сказать о камнях, пучках травы, кустах и т.п. ... И хотя их повторяемость лишена метрической регулярности, они все же обладают регулярностью стохастической, то есть они регулярны в вероятностном смысле».

Существующие методы классификации не используют закон комплексности раздражителей и классифицируют на основании некоторых суперцелей, что заведомо не даёт генетической (естественной) классификации.

Отсюда возникает проблема разработки методов генетической классификации. Нами разработана теория и метод построения генетической классификации на основе формализации «неподвижной точки предсказаний комплексов признаков» [23]. Этот метод в виде программы «естественной» классификации был успешно применен для решения ряда прикладных задач [24-26]. Например, в биоинформатике были обнаружены сайты связывания транскрипционных факторов [24]. Этот метод положен нами в основу формализации восприятия как непрерывного во времени процесса предвосхищения множественного набора стимулов воспринимаемого объекта и проверки всех этих предвосхищений на соответствие стимулам внешнего мира.

Неподвижная точка предсказаний представляет собой адаптивный резонанс закономерных связей, который осуществляется клеточным ансамблем. Поэтому данная формализация является формализацией функция клеточного ансамбля – обнаружения многомерной и пространственной причинности.

Впервые понятие адаптивного резонанса ввел Гроссберг [27]: «идентификация и распознавание объекта получается в результате взаимодействия ожиданий «сверху-вниз» и сенсорной информацией «снизу-вверх». Ожидания рассматриваются как память, которая сопоставляется с реально поступающей «снизу-вверх» сенсорной информацией». Но Гроссберг не опирается на закон комплексности раздражителей, а вводит резонанс сопоставления параметров модели с реально поступающей информацией.

Парадоксальность индукции. Парадокс индукции Гудмена.

Необходимость экологичного подхода.

Индуктивный вывод причинных зависимостей сталкивается с ещё одной проблемой – зависимостью от языка и априорностью языка, о чем говорил ещё И.Кант.

Наиболее бесспорным считается следующее правило индуктивного вывода: если некоторый предикат P применим ко всем объектам $a(t_1), \dots, a(t_n)$, протестированным до настоящего времени t_n , то для достаточно большого n мы можем скорее полагать, что предикат P должен быть применим и к следующему объекту $a(t_{n+1})$, чем не применим.

Парадокс Гудмена является контр примером против этого правила и показывает, что даже это простейшее правило зависит от выбора языка представления данных. Приведем парадокс индукции Гудмена в его традиционной формулировке. Рассмотрим изумруд. Изумруд характерен тем, что иногда он может выглядеть зеленым, а иногда голубым. Предполо-

жим, что во все моменты времени $t_i, i = 1, \dots, n$ до настоящего времени он был зеленым. Определим язык L , содержащий единственный предикат $Green$. Тогда до настоящего времени предикат $Green$ истинен на объектах $a(t_1), \dots, a(t_n)$. Это можно записать в виде протокола наблюдений $pr_L(a(t_1), \dots, a(t_n)) = \{Green(a(t_1)), \dots, Green(a(t_n))\}$. Тогда по приведенному правилу индукции мы должны полагать, что и в следующий момент времени t_{n+1} он будет зеленый, т.е. предикат $Green(a(t_{n+1}))$ будет истинен.

Определим язык Q , содержащий предикат $Grue(a)$ (зелубой), который истинен, если изумруд $a(t)$ зелёный до настоящего момента времени, и голубой – в последующие моменты времени, в частности в момент времени t_{n+1} . Протокол наблюдения предиката $Grue(a)$ будет такой же, как и предиката $Green(a)$, а именно $pr_Q(a(t_1), \dots, a(t_n)) = \{Grue(a(t_1)), \dots, Grue(a(t_n))\}$. Относительно этого предиката по приведенному выше правилу индукции мы также должны будем сделать вывод о том, что и в следующий момент времени t_{n+1} он также будет истинным, т.е. предикат $Grue(a(t_{n+1}))$ будет истинным в момент времени $a(t_{n+1})$. Но, в силу определения предиката $Grue$, изумруд $a(t_{n+1})$ должен быть голубым, и значит, не зеленым, что противоречит истинности предиката $Green(a(t_{n+1}))$. Таким образом, применяя простейшее правило индукции, мы получаем противоречивое предсказание относительно цвета изумруда в момент времени t_{n+1} . Предикаты $Green$ и $Grue$ совершенно симметричны как синтаксически, так и по протоколам наблюдения и нет никаких оснований, формальных и объективных, предпочесть один из них другому. Предпочтение одного из этих предикатов есть предпочтение одного языка описания экспериментов и гипотез другому.

Многие авторы, в том числе и сам Гудмен, пытались найти выход из этого парадокса. Большинство из них пытались найти основания для предпочтения одного из двух предикатов.

Marrу Hesse [28] привела рассуждения о том, что «зелубой» кажется невероятен до тех пор пока «нет радикально новой теории ... которая стала бы столь обычной и привычной, как физика». Автор делает вывод о «возможности существования альтернативных теорий ... со своими предсказаниями внутри».

Единственным объективным на данный момент критерием выбора языка является понятие простоты гипотезы. Однако после долгих попыток

становится ясно, что не удаётся установить *o-priori*, что считать проще. Оснований для предпочтения нет в силу полной симметрии предикатов относительно существующих критериев.

Наиболее позитивно рассуждает F. Von Kutschera [29]. Автор предлагает расширить существующие модели, изначально введя общую договорённость о выборе «языка, который используется для описания мира». Он утверждает, что «наши представления о мире основаны на априорных предположениях, которые не могут быть установлены экспериментально». Поэтому стоит условиться о языке и, тем самым, сделать предположения о самом методе индукции. Автор приходит к выводу, что язык не обязан обладать свойством инвариантности при переходе от одного мира к другому «... вполне возможно, что несколько языков, являясь эквивалентными по своим выразительным возможностям, приводят к различным знаниям о мире».

Сам Гудмен в своей теории проекции (*theory of projection*) о распространении гипотез в пространстве и времени пытается построить модель, в которой разрешается парадокс Гудмена. С каждой гипотезой он связывал понятие степени «распространения», т.е. способности гипотезы к предсказанию. Многие авторы [29-30], анализируя теорию Гудмена, пришли к выводу, что нет логического критерия для определения этого свойства гипотезы. Поэтому в настоящее время нет решения парадокса индукции Гудмена.

Покажем, что парадокс индукции Гудмена имеет всеобъемлющий характер, что этот парадокс возникает при каждой попытке усиления гипотез индуктивными методами. Самохвалов [31] предложил и исследовал наиболее общее формальное определение методов индукции вместе с набором необходимых требований, которым они должны удовлетворять. Необходимость требований определялась таким образом, что бы без их выполнения теряла смысл сама проблема индукции. Было доказано [31], что методов индукции, удовлетворяющих этим требованиям, не существует. Тем самым получен отрицательный результат о существовании методов индукции, удовлетворяющих этим требованиям.

Одним из основных необходимых требований к методам индукции является требование лингвистической инвариантности – инвариантности методов индукции к языкам, в которых они сформулированы (языкам представления гипотез и результатов экспериментов). Усиление гипотезы не должно зависеть от языка, в котором она сформулирована, а должно зависеть от результатов наблюдений и исходной гипотезы. Несмотря на очевидность этого требования, было доказано, что нет методов индукции

удовлетворяющих этому требованию. Анализ этого результата показал, что он основан на некотором варианте парадокса Гудмэна. Из доказательства фактически следует, что парадокс Гудмена возникает при каждой попытке усиления гипотез.

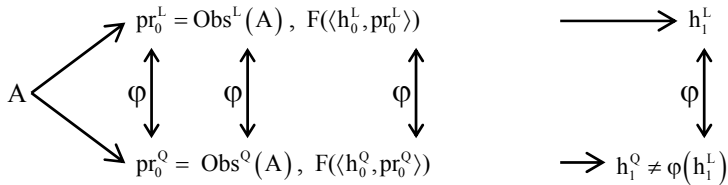


Рис. 1.

Суть возникающего в отрицательных результатах парадокса представлена на диаграмме рис.1. На ней показаны симметричные цепочки применения некоторого метода индукции F к двум различным языкам L и Q , такие, что исходные гипотезы эмпирически эквивалентны (т.е. наблюдение над одним и тем же множеством объектов одновременно подтверждает или опровергает их), и, в то же время, «усиленные» гипотезы не эквивалентны. Каждая цепочка включает следующие шаги:

- получить протокол эксперимента $pr_0 = \text{Obs}(A)$ (pr_0^L в языке L и pr_0^Q в языке Q) применением измерительной процедуры Obs к множеству объектов A . Измерительные процедуры $\text{Obs}^L(A)$ и $\text{Obs}^Q(A)$ фиксируют результаты измерения, записанные в двух различных языках L и Q ;
- взять исходную гипотезу h_0 и записать её в языках L и Q . Полученные гипотезы h_0^L, h_0^Q эмпирически эквивалентны в том смысле, что они подтверждаются и опровергаются на одном и том же (с точностью до трансляции $\varphi : L \leftrightarrow Q$ языков) наборе протоколов;
- произвести усиление гипотез h_0^L, h_0^Q методом индукции F , используя исходную информацию в виде пар $\langle h_0^L, pr_0^L \rangle, \langle h_0^Q, pr_0^Q \rangle$;
- получить усиленные гипотезы h_1^L, h_1^Q в языках L и Q ;
- можно доказать [31-33], что полученные гипотезы h_1^L, h_1^Q различны (при их сравнении с учетом преобразования φ) и порождают

различные предсказания. Более того, различные предсказания можно получить при каждом усилении гипотез h^{L_0}, h^{Q_0} .

В [31-32] доказательство проведено для языка первого порядка, а в [32-33] в наиболее наглядной форме признакового пространства R^2 .

В терминах данной диаграммы общий вид парадокса индукции Гудмэна состоит в следующем:

- если методом индукции F получено усиление h_1^L гипотезы h_0^L (не совпадающее с h_0^L), то существует протокол pr , который подтверждается гипотезой h_0^L , но опровергается гипотезой h_1^L ;
- тогда может быть построен язык Q и трансляция $\varphi: L \leftrightarrow Q$ языков такая, что протокол $\varphi(pr)$ подтверждает гипотезу h_1^Q , в то время как он опровергает гипотезу h_1^L ;
- в результате, на протоколе pr мы получаем противоречивые предсказания: если мы усилим гипотезу методом индукции F в языке L , то этот протокол pr – недопустим, если же мы усилим её в языке Q , то этот же протокол $\varphi(pr)$, в другом языке – допустим.

Традиционно, индукция и, получающиеся на её основе предсказания, рассматривает как объективная, однако диаграмма наглядно демонстрирует зависимость индукции и предсказания от нашего субъективного выбора языка. Более того, подобрав язык и соответствующую измерительную процедуру, можно получить любые предсказания.

Этот результат означает, что предсказание возможно только во вполне определенном языке, в котором предикаты нельзя подменить. Все причины, влияющие на истинность предикатов должны быть «видны» невооруженным взглядом и эту «видимость» нельзя заменить ни на какую их формальную запись. Поэтому язык должен быть экологическим (эволюционно) отобранным так, что бы нам было «очевидно», что значения предикатов зависят только от «видимых» нами свойств объектов и только от них. Никакие эксперименты не дадут ответ на вопрос, о том, что на истинность предикатов в некоторой ситуации влияют *только* данные свойства и никакие другие. В этом кроется смысл «внутреннего чувства привычки» Д.Юма.

В [4] приводится цитата Лоренца, подтверждающая данную точку зрения: «Наши категории и формы восприятия, данные до индивидуального опыта, адаптированы к внешнему миру точно по той же причине, по какой копыто лошади адаптировано к почве степи и плавник рыбы адапти-

рован к воде». И.Кант также пришел к выводу об априорности наших форм опыта. Но в отличии от И.Канта мы считаем, что не «наш рассудок в познавательном процессе предписывает свои законы природе» [4], а рассудок формировался природой, так, что смог выработать отчетливое «видение» причин событий и точно предсказывать их последствия.

Выводы

Проведенный анализ показывает, что мозг организует свои информационные процессы в достаточно хорошем согласии с законами строения внешнего мира. На первом – нейронном уровне организации – он улавливает причинные связи. Обнаружение причинных связей позволяет предвосхищать события внешней среды. На следующем уровне – уровне клеточных ансамблей – организуется восприятие целостных объектов, которые характеризуются комплексами признаков. Причинность на уровне клеточных ансамблей улавливает уже не отдельные причинные зависимости, а целостные физические системы, какими, в частности, являются воспринимаемые объекты. Однако, как показывают отрицательные результаты относительно предсказания, правильное отражение причинности невозможно без экологической «настройки» воспринимаемых стимулов на окружающую среду. Воспринимаемые стимулы должны быть «просты» и «первичны», чтобы не возникали противоречия, аналогичные отрицательным результатам.

Список литературы

1. Анохин П. К. Опережающее отражение действительности // Философские аспекты теории функциональных систем. М.: Наука, 1978. с.7–27.
2. Закон. Необходимость. Вероятность. М., «Прогресс», 1967, с.366
3. Рудольф Карнап. Философские основания физики. М., «Прогресс», 1971, с.388
4. В.Г.Редько Эволюция, нейронные сети, интеллект. Модели и концепции эволюционной кибернетики. М., «ЛИБРОКОМ», 2011, с.220
5. Hempel, C. G. 'Maximal Specificity and Lawlikeness in Probabilistic Explanation', *Philosophy of Science* 35, 1968. – P. 16–33.
6. Vityaev E.E. The logic of prediction // *Mathematical Logic in Asia 2005, Proceedings of the 9th Asian Logic Conference*, eds. Goncharov S.S., Downey R. and Ono.H., August 16–19, Novosibirsk, Russia, World Scientific, 2006, pp. 263–276.
7. Vityaev E.E., Smerdov S.O. New definition of prediction without logical inference // *Proceedings of the IASTED international conference on Computational Intelligence (CI 2009)*, ed. Kovalerchuk B., August 17–19, Honolulu, Hawaii, USA, pp. 48–54.
8. Смердов С.О., Витяев Е.Е. Синтез логики, вероятности и обучения: формали-

- зация предсказания // Сибирские Электронные Математические Известия. Т.6, Институт математики им.С.Л. Соболева СО РАН, 2009, стр. 340-365.
9. Витяев Е.Е. Извлечение знаний из данных. Компьютерное познание. Модели когнитивных процессов. Новосибирский гос. ун-т. Новосибирск, 2006. 293 с.
 10. Kovalerchuk B.Ya., Vityaev E.E. Data mining in finance: advances in relational and hybrid methods. Kluwer Academic Publisher, 2000, pp.308
 11. Витяев Е.Е. Формальная модель нейрона, обеспечивающая непротиворечивость предсказаний // Материалы XVI Международной конференции по нейрокибернетике (24-28 сентября), Т.2, Ростов-на-Дону, 2012, стр. 81-84
 12. Витяев Е.Е., Принципы работы мозга, содержащиеся в теории функциональных систем П.К. Анохина и теории эмоций П.В. Симонова // Нейроинформатика, 2008, том 3, № 1, стр. 25-78
 13. Витяев Е.Е. Формальная модель работы мозга, основанная на принципе предсказания // Модели Когнитивных Процессов. (Вычислительные системы, 164), Новосибирск, 1998, стр. 3-61
 14. Демин А.В., Витяев Е.Е. Логическая модель адаптивной системы управления. Нейроинформатика, 2008, том 3, № 1, стр. 79-107
 15. С.Д.Смирнов. Психология образа. МГУ, М., 1985, с.231
 16. В.Л. Кожара. Анализ информативно насыщенных таксономических структур как способ выявления географических закономерностей // Дисс. Канд. Геогр. Н., М., 1989.
 17. Кожара В.Л. Функции классификации // Теория классификаций и анализ данных, Новосибирск, 1982, ч. 1.
 18. Забродин В.Ю. О критериях естественной классификации. – НТИ, сер.2, 1981, №8.
 19. Витяев Е.Е. Классификация как выделение групп объектов, удовлетворяющих разным множествам согласованных закономерностей // Анализ разнотипных данных (Вычислительные системы вып. 99), Новосибирск, 1983, с. 44-50.
 20. Витяев Е.Е. Естественная классификация и систематика как законы природы // Анализ структурных закономерностей (Выч. сис. 174), Новосибирск – 2005
 21. Витяев Е.Е., Костин В.С. Естественная классификация, систематика, онтология. Информационные технологии в гуманитарных исследованиях, Вып. 13, ИАЭТ СО РАН, Новосибирск, 2009, стр. 65-75
 22. Гибсон Дж. Экологический подход к зрительному восприятию. М.: Прогресс, 1988. С. 462.
 23. Витяев Е.Е., Неупокоев Н.В. Формальная модель восприятия и образа как неподвижной точки предвосхищений. Нейроинформатика, 2012, том 6, № 1, стр. 28-41
 24. Vityaev E.E., Lapardin K.A., Khomicheva I.V., Proskura A.,L. Transcription factor binding site recognition by regularity matrices based on the natural classification method. *Intelligent Data Analysis*. v.12(5), IOS Press, 2008, 495-512.
 25. Витяев Е.Е. Извлечение знаний из данных. Компьютерное познание. Модели когнитивных процессов // Новосибирский гос. ун-т. Новосибирск, 2006. с.293.
 26. Scientific Discovery: <http://www.math.nsc.ru/LBRT/logic/vityaev>

27. Carpenter, G.A. & Grossberg, S. (2003), Adaptive Resonance Theory // Michael A. Arbib (Ed.), The Handbook of Brain Theory and Neural Networks, Second Edition (pp. 87-90). Cambridge, MA: MIT Press
28. Hesse, M., 1969, Ramifications of “grue”, The British journal for the philosophy of science, vol.20, pp. 13-15
29. Kutschera F. Von. Induction and empiricist model of knowledge // Logic, Methodology and Philosophy of Science IV, eds.: P.Suppes et al, North-Holland Pub.Co., 1973, pp.345-356.
30. Teller, P., 1968, Goodman’s theory of projection, The British journal for the philosophy of science, vol.20, pp. 219-238
31. Самохвалов К.Ф. “О теории эмпирических предсказаний”, (Вычислительные системы, вып. 55), Труды ИМ СО РАН, Новосибирск, 1973, с.3-35.
32. Витяев Е.Е., Хомичева И.В. Универсальность парадокса Гудмена - возникновение парадокса Гудмена в каждом акте усиления гипотез // Информационные технологии работы со знаниями: обнаружение, поиск, управление (Вычислительные системы, вып. 175), Новосибирск, 2008, стр. 107-121.
33. Vityaev E.E., Novikov V.F. “Induction method paradoxicality”, International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, v3, No. 1 (1989) 147-157.