

## Задача ценообразования

В задаче размещения и ценообразования заданы два множества: предприятия для производства некоторого продукта и потребители этого продукта. Фирма может открыть определенное число предприятий и установить цены на их продукцию. Для каждого потребителя известен бюджет и транспортные расходы на доставку продукции из каждого предприятия. Потребитель выбирает предприятие, на котором суммарные затраты на покупку товара и его доставку минимальны. Он приобретает товар, если эти затраты не превышают его бюджет. При равных затратах потребитель предпочитает ближайшее к нему предприятие. Требуется так выбрать подмножество предприятий и установить цены на их продукцию, чтобы максимизировать суммарный доход фирмы.

Введем следующие обозначения:

$J = \{1, \dots, n\}$  — множество клиентов;

$I = \{1, \dots, m\}$  — множество потенциальных предприятий;

$p \geq 1$  — число открываемых предприятий;

$b_j \geq 0$  — бюджет  $j$ -го клиента;

$c_{ij} \geq 0$  — транспортные расходы на обслуживание  $i$ -го клиента  $j$ -м предприятием

### Переменные:

$p_i$  — цена на продукцию, выпускаемую  $i$ -м предприятием;

$x_i = \begin{cases} 1, & \text{если } i \text{ предприятие открывается} \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$

$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } j \text{ клиент обслуживается в } i \text{ предприятии} \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$

### Математическая модель:

Найти:

$$\max \sum_{i \in I} p_i \sum_{j \in J} x_{ij}$$

при условиях:

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq 1, \quad j \in J;$$

$$x_i \geq x_{ij}, \quad i \in I, j \in J;$$

$$\sum_{i \in I} x_i = p;$$

$$\sum_{i \in I} (p_i + c_{ij})x_{ij} \leq b_j, \quad j \in J;$$

$$(p_i + c_{ij})x_{ij} \leq p_k + c_k \quad i, k \in I, i \neq k, j \in J;$$

$$p_i \geq 0, x_i, x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, j \in J.$$

Целевая функция задачи определяет суммарный доход фирмы. Первое ограничение гарантирует, что каждый клиент обслуживается не более, чем одним предприятием. Второе ограничение позволяет обслуживать клиентов только из открытых предприятий. Третье ограничение позволяет открывать только  $p$  предприятий. Четвертое ограничение позволяет каждому клиенту получать продукцию только из тех предприятий, где его расходы не превышают бюджета клиента. Пятое ограничение определяет поведение клиентов. Каждый из них выбирает предприятие, на котором суммарные затраты на покупку товара и его доставку минимальны.

Сформулированная задача представлена в виде задачи частично-целочисленного нелинейного программирования. Для ее решения разработаны методы локального поиска: имитация отжига (SA) и локальный поиск с чередующимися окрестностями (VNS) [1]. Введением вспомогательных переменных эта задача может быть сведена к задаче целочисленного линейного программирования, что дает возможность получать верхние границы линейным программированием (LP). Сложность аппроксимации исследовалась в [2,3].

#### Литература

1. Z. Diakova, Yu. Kochetov. A double VNS heuristic for the facility location and pricing problem // *Electronic Notes in Discrete Mathematics*. 2012. Vol. 39. P. 29–34.
2. А.А. Панин, А.В. Плясунов. Задача ценообразования. Часть I. Точные и приближённые Алгоритмы решения // *Дискрет. анализ и исслед. операций*. 2012.Т. 19, № 5. С. 83–100.
3. А.А. Панин, А.В. Плясунов. Задача ценообразования. Часть II. Вычислительная сложность // *Дискрет. анализ и исслед. операций*. 2012.Т. 19, № 6. С. 56-71.