

УДК 519.764

Использование билингв типа 'знамя–нота' для выявления инвариантных структурных единиц знаменного распева¹

Бахмутова И.В., Гусев В.Д., Титкова Т.Н.

Аннотация. Проблема нотолинейной реконструкции (дешифровки) древнерусских знаменных песнопений в общем случае (при отсутствии у знамен специальных помет, поясняющих их певческое значение) остаётся открытой. Авторы развивают новый компьютерно-ориентированный подход к решению этой проблемы, основанный на использовании двознаменных певческих рукописей (билингв) конца XVII–начала XVIII в.в., представленных в формате "знамя–нота". Акцент делается на выявление в текстах двознаменников так называемых инвариантов и квазиинвариантов, т.е. цепочек знамен относительно небольшой длины с минимальной степенью неопределённости в их интерпретации. Разработаны алгоритмы выделения таких цепочек и использования их для целей дешифровки. На достаточно представительном обучающем материале построены словари инвариантов и квазиинвариантов. Эксперименты на контрольном материале, не связанном с обучающим, показали, что уже на данном этапе (без апелляции к структурной организации знаменного распева) эти словари позволяют правильно дешифровать порядка 60–70% знаменного текста. Основным достоинством подхода является его ориентация на общий случай беспометной нотации.



Ключевые слова: знаменный распев, нотолинейная реконструкция, структурные единицы, попевки, внутригласовые инварианты, квазиинварианты, двознаменники, компьютерный анализ, электронные словари

Введение. Древнерусские церковные песнопения XII–XVII в.в. представлены преимущественно в знаменной форме записи. Проблема перевода их в современную нотолинейную форму носит дешифровочный характер и в общем случае (песнопения раннего и среднего периода) остаётся нерешённой. Знамена (или 'крюки') — специальные знаки, служащие для передачи мелодии. В процессе дешифровки они интерпретируются цепочками нот разной длины (обычно от одного до пяти-шести нотных знаков). Общие сведения о знаменном (или крюковом) пении можно найти в [1]. По оценкам, приведённым в [2], количество известных певческих книг (рукописей) измеряется на данный момент более чем тысячью экземпляров, из них расшифровано лишь около половины.

Особый интерес в плане дешифровки представляют так называемые двознаменники, являющиеся своего рода билингвами знаменного распева. Это певческие книги конца XVII–начала XVIII в.в., содержащие песнопения, записанные параллельно в знаменной и нотолинейной форме вместе с сопутствующими им стихотворными текстами. Количество известных двознаменников типа 'знамя–нота' невелико (порядка десятка, см. [1]), однако именно они позволяют определять число, длительность и абсолютную высоту звуков, составляющих распев знамени.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 13-07-00400.

В истоках знаменного распева лежит древнегреческое церковное пение, перенесённое на русскую почву после принятия христианства. Оно регламентировалось достаточно сложной системой *осмогласия*, подразумевающей пение на 8 ладов (гласов): дорийский, фригийский, лидийский и т.д. Под *гласом* понимали звукоряд, одна из ступеней которого была доминирующей в напеве, а другая служила конечным тоном. В русском осмогласии понятие гласа деформировалось, а средством мелодической характеристики гласа стала выступать система *попевок* — основных структурных единиц (*СЕ*) знаменного распева. Одно и то же знамя может иметь разную интерпретацию в зависимости от гласа, типа *СЕ*, в состав которой он входит, её позиции в тексте и ряда других факторов.

Характер многозначности соответствия 'знамя–нота' отражён в построенной нами на основе двознаменников электронной азбуке знаменного распева [3]. Её анализ показывает, что некоторые знамена, например, такие как  ("статья закрытая малая") или  ("статья простая с подвёрткой") имеют до 10 различных интерпретаций, отличающихся друг от друга своими интервально — ритмическими характеристиками. При этом каждый из распевов может иметь не единственную звуковысотную привязку. Именно с многозначностью соответствия 'знамя–нота' связаны основные проблемы дешифровки. Начиная с XVII века, для устранения неопределённости, связанной с выбором конкретной интерпретации каждого знамени, их начинают снабжать специальными знаками — *пометами*. Различают *степенные* и *указательные* пометы. Первые уточняют высоту распева знамени, а вторые — особенности его распева. Певческие рукописи, снабжённые пометами, считаются 'читаемыми'. Фактически же наличие помет лишь облегчает дешифровку, но не гарантирует однозначного результата, так как обычно не все знамена снабжаются пометами, а также имеют место многочисленные разночтения и исключения в интерпретации самих помет [4, 5]. *Беспометные* рукописи XVI века и более раннего периода практически *нечитаемы*. Другим приёмом устранения неопределённости в интерпретации знамен является привлечение контекста, что эквивалентно переходу от отдельных знамен к более крупным *СЕ*, таким как *попевки*, *лица*, *фиты* и др. Однако известные подборки таких *СЕ* (азбуки, кокизники, фитники) малоприспособлены для целей дешифровки из-за формы их представления. Например, в подборке В.М.Металлова [6] попевки приведены только в нотопетлевой форме, а в подборке М.В.Бражникова [7] около половины лиц и фит имеют лишь знаменное представление вместо требуемого для дешифровки двознаменного. Заметим, что отсутствием знаменных эквивалентов характеризуются не только подборки *СЕ*, но и основной корпус песнопений знаменного распева, переведённый на пятилинейную нотацию ещё в третьей четверти XVIII века. По мнению автора [2], данное обстоятельство выводит этот 'интереснейший и богатейший материал' из среды научного оборота, с чем трудно не согласиться.

Опираясь на двознаменники, мы предложили *новую систему СЕ* знаменного распева, основанную на выявлении в текстах двознаменников цепочек знамен длины L ($L = 1, 2, \dots$), *однозначно* или *почти однозначно* (с допустимыми отклонениями) интерпретируемых в пределах одного гла-

са. Цепочки первого типа естественно называть *внутригласовыми инвариантами (ВИ)*, а второго – *квазиинвариантами (КВИ)*. Основанием для такого подхода послужил тот факт, что при всей вариативности знаменного распева в песнопениях каждого гласа существует некоторое количество знамен, т.е. цепочек длины 1, не меняющих своей интерпретации (см. [3]). Обычно их доля не превышает 10% от размера алфавита.

В [8, 9] были описаны первые словари *ВИ*, построенные на основе отдельных двозначенных Октоихов – многожанровых певческих книг конца XVII– начала XVIII в.в.² Проведена количественная и качественная характеристика *ВИ* разной длины для всех 8 гласов. Получены оценки покрываемости цепочками из словарей *ВИ* знаменных песнопений, не использовавшихся при построении словарей. В [10] описаны словари *КВИ*, построенные на том же исходном материале. Показано, что использование *КВИ* наряду с *ВИ* значительно улучшает результат, т.е. существенно увеличивает количество правильно интерпретированных знамен.

Основным недостатком описанного подхода к дешифровке является относительность понятий *ВИ* и *КВИ*: они зависят от объёма и состава исходной (обучающей) подборки. При увеличении объёма подборки или изменении её жанрового состава отдельные *ВИ* могут перейти в категорию *КВИ*, а некоторые *КВИ* – превысить порог 'допустимой вариативности'.

Целью данной работы является проверка зависимости методики формирования словарей и результатов её применения (процент правильно интерпретированных знамен на контрольном материале) от вышеупомянутых факторов. Особое внимание уделено анализу случаев 'отказа' от дешифровки (знамя не покрывается ни одной из цепочек, входящих в словари *ВИ* и *КВИ*) или 'неправильной дешифровки' (знамя покрывается *КВИ*, но имеет отличную от истинной интерпретацию).

1. Система обозначений.

Все знаменные песнопения записаны в диапазоне *обиходного звукоряда* (см. рис. 1). Он включает в себя ноты *G, A, H* (малой октавы), *c, d, e, f, g, a, b* (первой октавы), *C, D* (второй октавы). В пометных рукописях ступеням звукоряда соответствуют обозначения *Г, Н, Ц, Г, Н, •, М, П, П, М, П, П*. Соответствующая знамени степенная помета указывает на наивысший звук в распеве знамени.



²Этому предшествовала достаточно объёмная и кропотливая работа по переводу двозначенников в цифровую форму. Программ распознавания знаменной нотации, насколько нам известно, не существует.

Особенности нотолинейной интерпретации знамен поясняются с помощью системы указательных помет: — (или T) — тихая, no — ломка, б — борзая, у — ударка, « — качка (или купно), з — зевок, р — равно. Знамена с указательной пометой и без неё трактуются как разные, поскольку могут иметь отличающиеся распевы. Длительности звуков обозначаются следующим образом: o — 1 (целая), d — 2 (половинная), J — 4 (четвертная), J — 8 (восьмая). Для обозначения высоты и длительности звука используем комбинацию буквы и цифры (например, H4 — это четвертная нота «си» малой октавы). При формальном сопоставлении нотолинейных цепочек (см. далее раздел 3) такая комбинация буквы и цифры, характеризующая конкретный звук, рассматривается как один символ. Интервалы (число ступеней между высотами соседних звуков) кодируются целыми числами (1 — секунда, 2 — терция, 3 — кварта и т.д.), которые сопровождаются знаком (+) для восходящего движения и (—) для нисходящего. Например, (3+) — это скачок на кварту вверх, (2—) — на терцию вниз. При повторении звука на одной и той же высоте величина интервала условно обозначается (0+). Заметим, что при таком кодировании не указывается число тонов и полутонов, содержащееся в интервалах, однако наличие нотолинейного текста дает возможность отличать, например, большую секунду d4e4 от малой секунды e4f4 или малую терцию e2g2 от большой f2a2 . Знак (*) используется в качестве разделителя между нотолинейными интерпретациями разных знамен, а (\sim) — как символ эквивалентности, отделяющий знаменную цепочку от её нотолинейного представления (например, запись $\text{H} \text{ш} \text{no} \text{H} \sim \text{d4c4d2} * \text{c4e4}$ означает, что цепочка из двух знамен, стоящая слева от (\sim), интерпретируется в тексте двознаменника, соответственно, цепочками из трёх и двух нот, отделёнными друг от друга знаком (*)).

2. Формирование словарей инвариантов и квазиинвариантов.




Основным источником для выявления *ВИ* и *КВИ* являются двознаменники. В нашем распоряжении имеются три редакции певческой книги Октоих, датируемые концом XVII — началом XVIII века (РНБ, г. С.—Петербург, Соловецкое собрание, шифры 619/647, 618/644 и QI188). Каждое песнопение представлено: цепочкой знамен со степенными и указательными пометами³; нотолинейным текстом, разбитым на фрагменты, соответствующие распеву отдельных знамен; стихотворным (старославянским) текстом, разбитым на слоги с привязкой их к знаменному тексту. Число песнопений в разных гласах двух первых Октоихов варьирует в диапазоне от 25 до 29; в двознаменнике QI188 этот показатель на треть ниже. Длины песнопений составляют от нескольких десятков до двух-трёх сотен знамен. В качестве контрольного материала использовался двознаменник 'Праздники' (РНБ, г. С.—Петербург, Кирилло-Белозерское собрание, шифр 797/1054) и фрагмент двознаменного Ирмология из собрания В.Ф.Одоевского (М. ГБЛ, Ф.210, №18).

В основу выделения *ВИ* и *КВИ* положены следующие соображения:

³У части знамен пометы отсутствуют

(1) элементами словарей *ВИ* и *КВИ* могут быть лишь повторяющиеся в песнопениях конкретного гласа цепочки знамен, поскольку понятие инвариантности подразумевает сохранение нотолинейной интерпретации (в строгом смысле или с допустимыми вариациями) при повторении цепочки. Требование повторяемости исключает из рассмотрения однократно встречающиеся цепочки знамен, хотя формально они имеют единственную интерпретацию. Это же требование в неявной форме ограничивает длины *ВИ* и *КВИ*, поскольку с увеличением длин цепочек частота F их встречаемости в подборке быстро падает. При $F = 1$ цепочка выбывает из рассмотрения. Реально это происходит гораздо раньше, если ввести ограничение снизу на частоту встречаемости *ВИ* и *КВИ* в виде $F \geq F_{\text{пор}}$. Мы используем пороговое значение $F_{\text{пор}} = 3$;

(2) цепочка, составленная из многозначных (в общем случае) знамен, может оказаться однозначно или 'почти однозначно' интерпретируемой в гласе. Поэтому при формировании словарей *ВИ* и *КВИ* для конкретного гласа должен быть рассмотрен полный спектр цепочек произвольной длины, представленных в песнопениях гласа, со значениями $F \geq F_{\text{пор}}$;

(3) формировать словари *ВИ* и *КВИ* следует на основе *беспометных* текстов. Тогда словари будут иметь формат 'беспометное знамя-нота', единственно пригодный для решения задачи дешифровки в общем случае (беспометная нотация). Указанные выше двознаменники — пометные. Чтобы использовать их для формирования словарей *ВИ* и *КВИ*, следует предварительно устранить все степенные и указательные пометы. Это равносильно агрегированию исходного знаменного алфавита, при котором объединяются в одну группу и обозначаются одним символом все встретившиеся (пометные и беспометные) варианты конкретного знамени. В пометных текстах они отличаются друг от друга комбинациями указательных и степенных помет. В соответствии с этим, например, в одну группу будут объединены  ("стрела мрачная крыжевая с оттяжкой"), она же с указательной пометой 'борзо' () и 'тихая' (), имеющие разные распевы. Предполагается, что в словарях *ВИ* и *КВИ* 'агрегированная стрела' будет встречаться в разных контекстах, определяющих тот или иной вариант её распева. Таким образом, словари *ВИ* и *КВИ*, формируемые на основе агрегированных данных, можно трактовать как контексты, необходимые для восстановления утраченной информации о пометах. Исходя из приведённых соображений, алгоритм формирования словарей *ВИ* и *КВИ* для произвольного гласа состоит из следующих шагов:

Шаг 1. Устраняем из песнопений гласа все степенные и указательные пометы. Формируем конкатенацию беспометных текстов $T = T_1 @ T_2 @ \dots T_k$, где k — число песнопений в данном гласе, T_l — песнопение с номером l ($1 \leq l \leq k$), '@' — символ — разделитель песнопений. Каждое знамя в T сопровождается нотолинейной интерпретацией, взятой из двознаменника. Одно и то же знамя, стоящее в разных позициях, может иметь отличающиеся интерпретации.

Шаг 2. По тексту T подсчитываем внутригласовую встречаемость всевозможных цепочек знамен длины L , не содержащих разделителя ($(L = 1, 2, \dots L_{\text{max}})$, где L_{max} — длина максимальной повторяющейся цепоч-

ки в T). Процесс ведётся итеративно по L . На L -той итерации проходим вдоль текста скользящим окном, выделяющим L очередных знамен (L -грамм), сдвигая его каждый раз на один символ. Сравнение и подсчёт L -грамм, выделяемых окном, осуществляется с помощью процедуры рекуррентного хеширования [11] за один просмотр текста T без непосредственного сопоставления каждой L -граммы с каждой. По завершении L -й итерации получаем полный спектр L -грамм, встретившихся в песнопениях гласа, с указанием частоты встречаемости каждой цепочки и списка всевозможных её интерпретаций (тоже с частотами).

Шаг 3. Устраняем из полного спектра L -грамм ($L = 1, 2, \dots$) низко-частотные с частотой встречаемости в гласе $F < F_{\text{пор}}$. Каждая из оставшихся L -грамм может иметь разное число интерпретаций. Если интерпретация единственная, цепочка является *внутригласовым инвариантом ВИ* относительно заданной подборки T . Когда интерпретаций несколько, проверяем, можно ли отнести цепочку к категории *КВИ*. Возможны разные варианты определения *КВИ* в зависимости от числа отличающихся интерпретаций у цепочки знамен, степени их различия и частот встречаемости в гласе. В используемом нами приближении цепочка знамен трактуется как *КВИ*, если одна из её интерпретаций доминирует над остальными по частоте, а именно, выполняется соотношение: $F_{\text{дом}} / F > 1/2$, где F – частота встречаемости цепочки в песнопениях гласа, $F_{\text{дом}}$ – максимальная из частот встречаемости её интерпретаций. Иногда мы использовали более жёсткое условие доминирования: $F_{\text{дом}} / F \geq 2/3$ для любых $F \geq 3$.

3. Сравнительный анализ словарей ВИ и КВИ при разных объёмах исходных данных.

Построенные по отдельным двознаменникам словари *ВИ* [8, 9] и *КВИ* [10] демонстрируют (при сходстве картины в целом) значимые отличия по объёму и составу цепочек знамен. Это можно объяснить недостаточностью объёма исходных данных, различиями в датировке двознаменников (эволюционный фактор) и отсутствием единства в трактовке тех или иных особенностей знаменной нотации у составителей певческих книг.

В данной работе мы строим словари *ВИ* и *КВИ* на основе всех трёх Октоихов, что соответствует почти утроению объёма исходных данных. Заранее не очевидно, как будут меняться объёмы и составы словарей для разных гласов с увеличением объёма исходной (обучающей) подборки. Можно предполагать, что часть *КВИ* и особенно *ВИ* будет при этом утеряна, однако, возможно также и появление новых *ВИ* и *КВИ*.

В таблицах 1 и 2 приведены для иллюстрации количественные данные об объёмах словарей *ВИ* и *КВИ*, построенных по трём Октоихам. Данные приведены лишь для гласов 1 и 4 (по остальным гласам картина сходная). Цепочки знамен, отнесённые к категории *ВИ* и *КВИ*, упорядочены по возрастанию длины L ($L = 1, 2, \dots$). Для сопоставления в обеих таблицах приведены аналогичные данные, полученные на материале только одного Октоиха (619/647 в табл.1 и 618/644 в табл. 2).

Сравнительный анализ обеих таблиц позволяет сделать следующие выводы:

- 1) размеры словарей *ВИ* и *КВИ* с увеличением объёма исходного ма-

Таблица 1. Количество различных *ВИ* и *КВИ* длины L , зафиксированное в песнопениях гласа 1 трёх двознаменников (левая половина таблицы) и одного из них (Октоих 619/647, правая половина)

L	Три двознаменника			Один двознаменник (619/647)		
	<i>ВИ</i> + <i>КВИ</i>	<i>ВИ</i>	<i>КВИ</i>	<i>ВИ</i> + <i>КВИ</i>	<i>ВИ</i>	<i>КВИ</i>
1	44	10	34	35	10	25
2	226	93	133	135	66	69
3	319	150	169	135	79	56
4	320	165	155	111	72	39
5	242	136	106	79	58	21
6	168	100	68	57	43	14
7	107	69	38	32	24	8
8	63	44	19	15	12	3
9	27	19	8	5	5	0
10	11	8	3	2	2	0
11	4	3	1	1	1	0

Таблица 2. Количество различных *ВИ* и *КВИ* длины L , зафиксированное в песнопениях гласа 4 трёх двознаменников (левая половина таблицы) и одного из них (Октоих 618/644, правая половина)

L	Три двознаменника			Один двознаменник (618/644)		
	<i>ВИ</i> + <i>КВИ</i>	<i>ВИ</i>	<i>КВИ</i>	<i>ВИ</i> + <i>КВИ</i>	<i>ВИ</i>	<i>КВИ</i>
1	38	10	28	30	5	25
2	253	98	155	110	40	70
3	364	182	182	124	49	75
4	342	170	172	108	39	69
5	281	149	132	76	37	39
6	176	102	74	40	26	14
7	96	62	34	23	13	10
8	48	35	13	9	7	2
9	23	18	5	4	4	0
10	14	9	5	2	2	0
11	9	5	4	1	1	0
12	4	2	2	0	0	0
13	2	1	1	0	0	0

териала заметно растут. Это справедливо для всех значений L за исключением $L = 1$, где результаты (по трём двознаменникам и по одному) сопоставимы;

2) словари *ВИ* и *КВИ*, построенные по трём двознаменникам, достаточно представительны (в сумме порядка полутора тысяч цепочек знамен разной длины в каждом гласе). Это означает, что они могут обеспечить достаточно высокую покрываемость дешифруемых песнопений;



3) длины *ВИ* и *КВИ* меняются в достаточно широком диапазоне — от 1 до 10 и более знамен. Средние значения этого диапазона примерно соответ-










ствуют длинам попевок — основных *СЕ* знаменного распева. Короткие *ВИ* и *КВИ* ($L = 1 \div 4$) можно трактовать как наиболее устойчивые (наименее вариативные) фрагменты попевок. Длинные *ВИ* и *КВИ* являются устойчиво повторяющимися комбинациями разных *СЕ* (двух и более попевок, тандемного повтора с попевкой и т.п.).


Поясним более подробно, за счёт чего меняется размер словарей *ВИ* и *КВИ* при увеличении объёма исходных данных. Для простоты ограничимся случаем $L = 1$ (глас 1) и сравним составы словарей *ВИ* и *КВИ*, построенных по одному Октоиху (619/647) и по трём (см. таблицу 3). Знамена *ВИ* и *КВИ* упорядочены по убыванию частоты (F) встречаемости их в гласе. Параметр $F_{\text{дом}}$ указывает на частоту доминирующей интерпретации. При $F = F_{\text{дом}}$ знамя классифицируется как *ВИ*, в противном случае ($F > F_{\text{дом}}$) — как *КВИ*. Предполагается, что $F \geq 3$ и $F_{\text{дом}} / F > 1/2$.






Таблица 3. Состав подсловарей *ВИ* и *КВИ* ($L = 1$, глас 1) для разных объёмов исходных данных





N	Три Октоиха				N	Один Октоих (619/647)			
	Знамя	Дом-я инт-я	F	$F_{\text{дом}}$		Знамя	Дом-я инт-я	F	$F_{\text{дом}}$
1	—	e2	524	386	1	—	e2	230	164
2	—	e2	251	127	2	—	d2	78	63
3	—	e1	228	118	3	—	e1	59	55
4	—	d2	222	171	4	—	d4c4	39	20
5	—	e1	212	186	5	—	d4e4f2	36	30
6	—	d4e4f2	80	64	6	—	d1	29	16
7	—	d4c4	79	41	7	—	e4f4g2	22	22
8	—	f4e4d2	69	44	8	—	A1	22	22
9	—	A1	69	69	9	—	e4f4d4	21	18
10	—	d2	64	41	10	—	e2f4g4	21	15
11	—	e4f4d4	62	54	11	—	e2	20	15
12	—	e2	61	50	12	—	c4d4e4d4	20	14
13	—	e2f4g4	61	41	13	—	g1	20	12
14	—	e4d4	61	36	14	—	f4e4	18	11
15	—	e4f4g2	55	53	15	—	f1	15	13
16	—	g2f2	51	26	16	—	e2d2	12	11
17	—	c4d4e4d4	50	33	17	—	d4e4d2	12	8
18	—	d1	47	24	18	—	c2d2	11	11

Продолжение таблицы 3									
N	Знамя	Дом–я инт–я	F	$F_{\text{дом}}$	N	Знамя	Дом–я инт–я	F	$F_{\text{дом}}$
19		f1	43	30	19		e2f4e4	11	11
20		f2g1	34	19	20		d2e2	11	8
21		d4c4d2	30	17	21		d4c4d2	10	6
22		f4g4a2	28	20	22		a8g8f4g4f4	9	9
23		e4f4	26	22	23		f4g4a2	8	8
24		d4e4f2	26	26	24		e4f4	8	7
25		e2f4e4	21	20	25		d4e4f2	8	8
26		e2d2	20	16	26		e4d4	7	4
27		e2d2	14	10	27		e1	5	5
28		a8g8f4g4f4	14	12	28		a2	5	3
29		d1	14	11	29		d1	5	4
30		e1	13	13	30		e2d2	4	3
31		a8g8f4g4f4	12	12	31		e4f4g2	4	3
32		c2d2	11	11	32		e2f4g4	4	4
33		f4e2	9	7	33		f4e2	4	3
34		e4f4g1	9	6	34		d2.c4	3	2
35		e4f4g4a4	9	9	35		e4f4g4a4	3	3
36		d2e4f4	8	7					
37		e4d4c4H4	7	5					
38		e2f4g4	6	6					
39		e4d4	6	4					
40		e4d4	5	4					
41		e2f4e4	4	4					
42		d1	4	4					
43		b2	3	3					
44		H4	3	2					

Анализ таблицы 3 показывает, что из 35 знамен, отнесённых к категории ($ВИ + КВИ$) на материале Октоиха 619/647, 29 знамен сохранили свой статус при увеличении объёма исходных данных до трёх двознаменников. Однако внутри этой группы некоторые $ВИ$, а именно, , , , перешли в разряд $КВИ$ (появились интерпретации, отсутствующие в Октоихе 619/647). Шесть оставшихся знамен (, , , , , )

при увеличении объёма исходных данных выбыли из состава *КВИ* (оказалось нарушенным условие доминирования $F_{\text{дом}}/F > 1/2$). Например, 'статья светлая' , отнесённая к категории *КВИ* в Октоихе 619/647 ($F_{\text{дом}}/F = 12/20 > 1/2$), уже не является *КВИ* на материале трёх Октоихов. Наиболее часто (в 30 случаях из 63) она интерпретируется в песнопениях первого гласа целой нотой $g1$, но этого недостаточно, чтобы считать эту интерпретацию доминирующей: $30/63 < 1/2$.

Из 44 знамен, отнесённых к категории (*ВИ* + *КВИ*) на совокупном материале трёх Октоихов, 29 знамен, как говорилось выше, входили и в словарь *ВИ* + *КВИ* Октоиха 619/647. Остальные 15 *ВИ* и *КВИ* — результат расширения исходной подборки. Их можно разделить на две группы: относительно высокочастотные ($F \geq 34$) и низкочастотные $F \leq 8$, среднечастотных мало. Знамена первой группы характеризуются тем, что хотя они и не вошли в словарь *КВИ* для Октоиха 619/647, но в большинстве своём близки к этому. Так, для знамен , , , ,  интерпретации с максимальной частотой лишь на одну-две сотые не дотягивали до порогового значения $1/2$. Добавление нового материала приводило уже к превышению этого порога, порой весьма значительному.

Ко второй группе (низкочастотные, $F \leq 8$) относятся знамена, которые по отдельным двознаменникам чаще всего не попадали в словари инвариантов из-за низкой частоты встречаемости ($F < 3$). Но при объединении двознаменников имеет место кумулятивный эффект: даже однократно встретившееся в каждой из рукописей знамя в сумме по трём двознаменникам обеспечивает прохождение по порогу встречаемости ($F = 3$). Таковы знамена , ,  и ряд других. Например, знамя  ("подчасшие простое") попало в разряд *КВИ* на материале трёх двознаменников с показателями $F = 5$, $F_{\text{дом}} = 4$, хотя в Октоихе 619/647 оно вовсе не было представлено, в QI встретилось один раз ($F = F_{\text{дом}} = 1$) и только в Октоихе 618/644 имело статус *КВИ* ($F = 4$, $F_{\text{дом}} = 3$). Представители второй группы существенно увеличивают объёмы словарей *ВИ* и *КВИ* при пополнении исходной подборки, но эффект от их использования при дешифровке не слишком велик из-за малой частоты встречаемости.

4. Оценка покрываемости контрольных песнопений цепочками из словарей *ВИ* и *КВИ*.

В предыдущих работах [8, 9, 10] мы использовали в качестве обучающего материала один из трёх Октоихов, а в качестве контрольного — два оставшихся. В данной работе словари *ВИ* и *КВИ* строятся на материале всех трёх Октоихов, что примерно соответствует утроению объёма исходных данных, а в качестве контрольного материала используются двознаменники других жанров ('Праздники' и 'Ирмологий') с предварительно устранёнными пометами. Их нотолинейная составляющая привлекается лишь на заключительном этапе для сравнения реконструированного распева с реальным.

Покрытие песнопения $T = t_1 t_2 \dots t_n \dots t_N$ осуществляем итеративно по L , т.е. сначала используем *ВИ* и *КВИ* длины 1, затем длины 2 и т.д. При $L = 1$ произвольное знамя t_n песнопения может быть покрыто лишь едино-

жды, если найдётся *ВИ* или *КВИ* длины 1, совпадающий с этим знаменем. В таком случае создаём список возможных интерпретаций знамени t_n и заносим в него певческое значение t_n из словаря инвариантов. При $L = 2$ знамя t_n может быть покрыто дважды, если среди *ВИ* (*КВИ*) длины 2 найдутся цепочки, совпадающие с биграммами $t_{n-1}t_n$ и t_nt_{n+1} песнопения. В этом случае пополняем список возможных интерпретаций знамени t_n его значениями в составе указанных выше биграммных инвариантов. Знамя t_n при $L = 2$ может быть покрыто и единожды (действуем аналогично схеме двукратного покрытия) или не покрыто ни разу.

При $L \geq 3$ имеем на каждой итерации не более чем L возможностей покрытия знамени t_n цепочками *ВИ* и *КВИ* длины L (обычно реализуется лишь незначительная их часть). Продолжаем пополнять список возможных интерпретаций знамени t_n вплоть до исчерпания словарей *ВИ* и *КВИ* для данного гласа. Из множества полученных певческих значений для t_n выбираем наиболее частое. При равенстве голосов фиксируем случайным образом лишь одно из допустимых решений.

По итогам описанной процедуры каждое знамя в песнопении получает единственную, хотя и не всегда правильную ⁴, интерпретацию либо оказывается не покрытым ни одной из цепочек словарей *ВИ* и *КВИ*. Сравнение результатов реконструкции с реальным нотолинейным текстом позволяет оценить количество правильно интерпретированных знамен (n_+) и число знамен, интерпретация которых отличается от истинной (n_-). Коэффициент покрытия песнопения цепочками из словарей *ВИ* и *КВИ* мы определяем тогда как отношение $k = n_+/N$, где N — число знамен в песнопении; k может изменяться в диапазоне от 0 до 1 и фактически (при усреднении по значительному числу песнопений конкретного гласа) позволяет оценить эффективность использования словарей *ВИ* и *КВИ* для дешифровки беспометных песнопений. Реально, если оперировать не отдельными знаменами, а их интерпретациями (цепочками нот) результат может оказаться выше, поскольку даже среди неправильных интерпретаций искажены не все ноты, причём часто эти искажения носят характер допустимых вариаций.

Нами были проведены три эксперимента для оценки покрываемости контрольных песнопений цепочками *ВИ* и *КВИ* из словарей, построенных по совокупности трёх Октоихов.

В первом эксперименте разделение данных, используемых для обучения и для проверки сформированных словарей *ВИ* и *КВИ*, осуществлялось с помощью процедуры 'скользящего контроля'. Суть её в следующем:

- объединяем песнопения i -того гласа ($1 \leq i \leq 8$) из трёх Октоихов в одну группу $T_i = T_{i1}, T_{i2}, \dots$;
- удаляем первое песнопение T_{i1} , а по оставшимся строим словари *ВИ* и *КВИ*;
- вычисляем коэффициент покрытия k_{i1} удалённого песнопения T_{i1} , используя построенные словари;

⁴В случае использования *КВИ* источником ошибок являются интерпретации, отличные от доминирующей. В случае *ВИ* нулевая ошибка может быть достигнута лишь на обучающем материале, на контрольном же статус *ВИ* может не сохраниться.

- возвращаем T_{i1} в исходную подборку, удаляем следующее песнопение T_{i2} и повторяем процесс до исчерпания всех ni песнопений i -й группы;
- вычисляем усреднённый показатель покрываемости песнопений i -го гласа: $\bar{k}_i = \sum_{l=1}^{ni} k_{il}$.

В таблице 4 приведены усреднённые оценки покрываемости песнопений каждого гласа, полученные в режиме 'скользящего контроля' для четырёх случаев: 'а' (первая строка)—обучение и контроль проводятся на совокупном материале всех трёх Октоихов; 'б', 'в', и 'г' (строки 2, 3, 4) — аналогичные данные, полученные при обучении и контроле по каждому Октоиху в отдельности (соответственно, 619/647, 618/644 и QП188).

Таблица 4. Оценки покрываемости песнопений цепочками из словарей *ВИ* и *КВИ* ('скользящий контроль' $F \geq 3$, $F_{\text{дом}}/F > 1/2$)

Гласы		1	2	3	4	5	6	7	8
'а'	\bar{k}	0.786	0.701	0.744	0.730	0.735	0.685	0.801	0.725
'б'	\bar{k}	0.730	0.654	0.705	0.720	0.753	0.665	0.815	0.709
'в'	\bar{k}	0.729	0.610	0.690	0.635	0.702	0.608	0.780	0.647
'г'	\bar{k}	0.654	0.565	0.671	0.587	0.618	0.583	0.643	0.638

Анализ таблицы 4 показывает, что при обучении на полном материале (строка 'а') показатели покрываемости в подавляющем большинстве случаев выше, чем при обучении и контроле по отдельным Октоихам. Основное же отличие случая 'а' от случаев 'б', 'в', 'г' в том, что словари *ВИ* и *КВИ*, используемые в случае 'а', применимы к любому Октоиху и (забегая вперёд) даже к песнопениям других жанров, тогда как словари, характеризующие случаи 'б', 'в', 'г' — узконаправленные. Если обучение проводить на одном Октоихе а на контроль предъявить другой, показатели снижаются примерно на 10%. Отметим также, что снижение показателей в случае 'в' по сравнению со случаем 'б' может быть объяснено различием в датировке Октоихов: 618/644 — вторая половина XVII века, тогда как 619/647 — первая половина XVIII века. Наихудшие показатели, соответствующие случаю 'г', объясняются, по-видимому, уже другим фактором — ограниченностью объёма обучающей подборки (число песнопений в двознаменнике QI примерно на треть меньше, чем в двух других двознаменниках).

Во втором эксперименте в качестве контрольного материала были использованы песнопения двознаменника 'Праздники' (объём использованного материала был сопоставим с объёмом Октоихов). Результаты приведены в таблице 5 (обозначения те же, что и в табл. 4).

Анализ таблицы 5 показывает, что показатели строки 'а' вновь оказались выше показателей остальных строк (эффект большего объёма обучающей подборки). Однако в целом результаты, приведённые в табл. 5, несколько уступают аналогичным показателям из табл. 4. Это объясняется тем, что использовался новый материал, не связанный с обучающим (при скользящем контроле такая связь частично сохранялась: у поочерёдно удаляемых песнопений нередко имелись аналоги в оставшейся подборке).

В третьем эксперименте контрольный материал был представлен 22




Таблица 5. Оценки покрываемости контрольных песнопений ('Праздники') цепочками из словарей *ВИ* и *КВИ*, построенных на материале Октоихов

Гласы		1	2	3	4	5	6	7	8
'а'	\bar{k}	0.720	0.588	0.766	0.647	0.641	0.579	0.710	0.528
'б'	\bar{k}	0.656	0.543	0.716	0.631	0.631	0.539	0.671	0.522
'в'	\bar{k}	0.612	0.491	0.653	0.512	0.551	0.437	0.570	0.355
'г'	\bar{k}	0.460	0.322	0.552	0.296	0.418	0.330	0.446	0.272

песнопениями первого гласа Ирмология⁵ (песнопения этого жанра в Октоихах отсутствуют). Усреднённый коэффициент покрываемости указанных песнопений инвариантами первого гласа, полученными на совокупном материале трёх Октоихов, составил 0.717.




5. Обсуждение результатов.

1) Построенные на основе трёх Октоихов словари *ВИ* и *КВИ* достаточно представительны и в состоянии обеспечить дешифруемость независимого контрольного материала близкую в среднем к 60–70% даже при отсутствии помет у знамен. Анализ покрываемости на уровне отдельных песнопений показывает, что наряду с основной массой песнопений, обеспечивающих указанные выше средние показатели по гласу, существуют немногочисленные аномалии — песнопения с коэффициентами покрытия порядка 0.2 и ниже. Предварительный анализ показал, что причинами подобных аномалий могут быть: *неверно указанная гласовая принадлежность* песнопения (оно плохо дешифруется по словарю "собственного" гласа, но относительно хорошо по словарю другого); *наличие большого количества лиц и фит* в песнопении (разводы лиц и фит "рядовым" знаменем часто содержат интерпретации, отличные от доминирующих, фигурирующих в определении *КВИ*); неоговариваемые в явном виде звуковысотные переносы отдельных фрагментов мелодии.

2) Двознаменник КБ 797/1054 (Праздники), использованный в качестве контрольного материала, в основном составляют стихиры. Они значительно отличаются от стихир, представленных в обучающем материале (Октоихи), сложностью и развитостью распева, его вариативностью, широтой динамического диапазона. Так, биграммная цепочка , часто встречающаяся в тандемном варианте ( $\sim e2 \star d1 \star e2 \star d1$) в песнопениях гласа 4 (КБ), представлена в том же гласе всех Октоихов всего 4 раза, при этом не образует тандемных вхождений и имеет доминирующую интерпретацию $c2 \star H1$, отличную от $e2 \star d1$. Как следствие, все вхождения цепочки  в песнопения гласа 4 (КБ) интерпретированы неверно (сдвиг по высоте на две ступени вниз по сравнению с нотным текстом двознаменника). Этот далеко не единственный пример говорит о том, что кроме настройки на конкретный глас (так формируются словари *ВИ* и *КВИ*) желательна настройка и на конкретный жанр.








3) Ошибочно интерпретированные знамена обычно концентрируются в









⁵ Остальные гласы Ирмология пока недоступны для дистанционной работы с ними.







промежутках между попевочными структурами. Среди таких "переходных" знамен много высокочастотных: "крюк светлый" () , "голубчик борзый" () , "столица с очком" () и др. Это некий аналог служебных слов в естественном языке с широким диапазоном звуковысотных привязок. Нередко они образуют tandemно повторяющиеся структуры, но повтор на знаменном уровне не всегда соответствует нотолинейный повтор, что приводит к ошибочной интерпретации.

Знамена, которые не покрываются ни одним из *ВИ* или *КВИ*, являются либо низкочастотными ($F < F_{пор}$), либо не имеют доминирующей интерпретации. Однако иногда удаётся восстановить певческое значение, исходя из общеизвестных (почерпнутых из авторских азбук), а иногда и эмпирически наблюдаемых особенностей знаменного распева (см., например, [3]). Сказанное относится и к знаменам, которым приписана ошибочная интерпретация. Поскольку при реальной дешифровке, когда отсутствует нотолинейная компонента, мы не можем отделить истинные интерпретации от ошибочных, следует трактовку каждого знамени проверять на соответствие общим правилам знаменной нотации.








Проиллюстрируем, какого рода закономерности следует принимать во внимание. На рисунке ниже приведены результаты дешифровки фрагмента песнопения 4-го гласа из двознаменника КБ 797/1054 (стихир: "Веселясь прииме Захарие возопи Анна...") с использованием словарей *ВИ* и *КВИ*, построенных на основе трёх Октоихов.




поз.	+	+	?	+	+	?	+
10:							
	<i>d4e4d4c4</i>	<i>H4c4d4e4</i>	<i>e4d2.</i> <i>e4d1</i>	<i>d2</i>	<i>e4f4</i>	<i>g4e4</i> <i>g4f4</i>	<i>f4g4a4g4</i>
















поз.	+	?	?	+	+	+	+	?
17:								
	<i>a1</i>	<i>f4g4</i> <i>g4a4</i>	<i>a1</i> <i>g1</i>	<i>g2</i>	<i>f4e4</i>	<i>f4g4a2</i>	<i>g4f4</i>	<i>e2d2</i> <i>d2c2</i>


поз.	-	+	+	+	?	?	
25:							...
	<i>e4f4d4e4</i>	<i>f2.e4</i>	<i>f4g4f4e4</i>	<i>d1</i>	<i>g2</i> <i>f2</i>	<i>g4f4</i> <i>f4e4</i>	

Фрагмент начинается с 10-й позиции, промежуточные — 17-я и 25-я (нумерация слева). Верхняя строка двознаменного текста — последовательность знамен, под ней — нотолинейные интерпретации каждого знамени (истинные значения, взятые из двознаменника). Каждое знамя помечено сверху одним из трёх символов: "+" означает, что знамя интерпретировано правильно; знак вопроса "?" — знамя интерпретировано неверно (ошибочная интерпретация приведена ниже истинного значения);

”_” означает, что знамя не покрыто ни одной из цепочек словаря *ВИ* и *КВИ*. Поясним случаи ошибочной интерпретации (?) или отсутствия таковой (—). Знамя  (позиция 12) интерпретируется с помощью *КВИ* (   $\sim d4e4d4c4 \star H4c4d4e4 \star e4d1$) как $e4d1$, что несущественно отличается от истинного значения ($e4d2$). Заметим, что следующая за доминирующей интерпретация указанной цепочки содержит как раз значение $e4d2$ для . Необходимую поправку можно было бы сделать, обратившись к нотолинейной подборке В.М.Металлова [6], где цепочка $H4c4d4e4 \star e4d2$ классифицируется в 4-м гласе как попевка ”дербица малая”, знаменный эквивалент которой, в соответствии с [12], имеет вид  .

Знамя  (поз.15) интерпретировано нами как $g4f4$, что соответствует стандартному движению мелодической линии вниз на одну ступень. Истинная же интерпретация ($g4e4$) предписывает скачок вниз на 2 ступени, что нетипично для данного знамени. Объяснение следует искать в том, что таким образом мы избавляемся от повторения звука ($f4$) на той же высоте при переходе от знамени  к . Эта малоизвестная (и, возможно, не общепринятая) особенность знаменного распева указывается при описании азбуки на сайте ”Дьячье око”. Соответствующую коррекцию легко ввести после того, как получена интерпретация следующего знамени.

Цепочка из двух знамен   (поз. 18, 19) интерпретируется ошибочно ($g4a4 \star g1$) по сравнению с истинным значением ($f4g4 \star a1$). Здесь можно отметить два несоответствия. Первое: знамя ”статья светлая” () обычно указывает на мелодическую вершину, здесь же это не так, поскольку по шкале высот уровень ” g ” ниже уровня ” a ”. Второе: знамя ”голубчик борзый” () интерпретируется в 4-м гласе двумя четвертными в восходящем движении и в подавляющем большинстве случаев подводит к следующему за ним знамени ”снизу”, оставаясь на ступень ниже первой ноты этого знамени (см. [5]). В ошибочной версии всё наоборот. Певческие значения знамен  и  оказались не связанными друг с другом, потому что цепочка   не входит в состав словаря *ВИ* и *КВИ*. Первое знамя () интерпретируется (с ошибкой) на основе *КВИ* (    $\sim f4g4a4g4 \star a1 \star g4a4$), а второе () — на основе *КВИ* ( $\sim g1$). Это значение для ”статьи светлой”, занимающей 19-ю позицию в песнопении, оказывается ошибочным. Заметим, что ”статья светлая”, но уже в позиции 17, имеет тоже при $L = 1$ ошибочное значение $g1$, но проигрывает конкуренцию двум другим *КВИ*, обеспечившим её правильную интерпретацию $a1$.

Итак, знамя  в позиции 17 и оно же в позиции 19 имеет разные интерпретации, но в первом случае никаких противоречий не возникает, а во втором замечены два несоответствия. Чтобы их устранить, надо изменить интерпретацию знамени в позиции 19. Возможны два варианта: $a1$ и $f1$ (они конкурировали с доминирующим инвариантом $g1$, но уступили ему по частоте). Выбор в качестве истинного значения $f1$ лишь усугубит отмеченные выше несоответствия. Остаётся значение $a1$. Оно и определя-

ет правильную интерпретацию "голубчика борзого" ($\dot{\text{H}}$), предшествующего "статье светлой" в позиции 19: это $f4g4$ — подвод "снизу" к $a1$.

Переходя к позиции 24, отмечаем, что истинная интерпретация ($e2d2$) "крюка с подчашием" (L) на ступень выше восстановленного значения ($d2c2$). По-видимому, это допустимая вариация, но она нарушает поступенный характер движения звуковысотной линии вниз, а затем вверх ($g4f4 \star e2d2 \star e4f4g4 \dots$), типичный для знаменного распева. Знамя L (поз. 25) не покрыто ни одним из *КВИ*. Оно встречается во всех трёх Октоихах 34 раза, но ни одна из пяти его интерпретаций не является доминирующей (наиболее частые интерпретации ($e4f4g4e4$ —истинная и $f4g4a4g4$) встретились каждая по 10 раз). В комбинации со своими соседями (L и L) это знамя не встретилось в Октоихах ни разу. С равными основаниями можно использовать любую из указанных выше интерпретаций.

И, наконец, цепочка L (поз. 29–30) ошибочно интерпретируется в составе *КВИ* длины 3 как $f2 \star f4e4$ ($\text{L} \sim d1 \star f2 \star f4e4$). Эта интерпретация более правдоподобна, чем приведённая в двознаменнике, поскольку там переход от "статьи" (L) к "параклиту" (L), фиксирующий границу между разными частями песнопения, сопровождается скачком в три ступени, не типичным ни для Октоихов, ни для "Праздников" (и там, и там доминирующим является скачок в две ступени).

Итак, анализ знамен, интерпретированных с ошибкой или не охватываемых построенными словарями инвариантов, показывает, что:

а) фиксируемые ошибки во многих случаях носят характер "допустимого варьирования". случаев радикального искажения нотолинейной структуры не наблюдается;

б) в ряде случаев учёт специфических особенностей знаменного распева позволяет внести необходимые поправки в результаты дешифровки, полученные в рамках используемого подхода;

в) существенную роль играет жанровая принадлежность песнопений. Построение словарей инвариантов отдельно по разным жанрам может устранить некоторые типы ошибок;

г) следует уделить особое внимание специфическим структурным единицам знаменного распева, таким как фиты, лица, тандемные повторы. В силу более редкой встречаемости, чем попевок, и высокой вариативности, они не всегда фиксируются в словарях инвариантов.

Заключение.

В работе рассматривается одна из наиболее известных и актуальных по сей день проблем музыкальной медиевистики, связанная с нотолинейной реконструкцией (дешифровкой) древнерусских знаменных песнопений. Развиваемый авторами компьютерно-ориентированный подход к решению этой проблемы основан на использовании двознаменных певческих рукописей (билингв) конца XVII–начала XVIII в.в., представленных в формате "знамя–нота". Акцент делается на выявление внутритригласовых инвариантов (*ВИ*) и квазиинвариантов (*КВИ*) знаменного распева, т.е. цепочек знамен относительно небольшой длины, однозначно (*ВИ*) или с допустимыми по-

грешностями (*КВИ*) интерпретируемых в пределах конкретного гласа. Основным достоинством предлагаемого подхода является его применимость к песнопениям раннего и среднего периода, не снабжённым специальными пометами, поясняющими певческое значение знамен.

На достаточно объёмном обучающем материале (три редакции двознаменной певческой книги Октоих из Соловецкого собрания РНБ, г. С.-Петербург) построены электронные словари *ВИ* и *КВИ* для всех 8 гласов знаменного распева, исследована на качественном и количественном уровне зависимость размеров и состава словарей от объёма обучающей выборки. Предложен и реализован алгоритм оценивания покрываемости (фактически дешифруемости) песнопений цепочками знамен из построенных словарей. Эксперименты на контрольном материале, не связанном с обучающим, показали, что уже на данном этапе (без привлечения дополнительной информации) словари *ВИ* и *КВИ* в состоянии обеспечить дешифруемость по гласам, в среднем близкую к 60 – 70%. Проведён достаточно детальный разбор ошибок, показавший, что часть из них носит характер допустимой вариативности, а некоторые могут быть устранены с привлечением дополнительной информации о структурной организации знаменного распева.

Список литературы

- [1] Бражников М.В. Древнерусская теория музыки. Л.: Музыка, 1972, 423 с.
- [2] Кутузов Б.П. Русское знаменное пение. Изд. 2-е, М., 2008, 304 с.
- [3] Бахмутова И.В., Гусев В.Д., Титкова Т.Н. Электронная азбука знаменного распева: Предварительная версия. // "Анализ структурных закономерностей", Вычислительные системы, Новосибирск, 2005, №174, с. 29–53.
- [4] Бахмутова И.В., Гусев В.Д., Титкова Т.Н. О функциях указательных помет (на материале двознаменника XVIII века) // Сибирский музыкальный альманах, Новосибирск: Изд-во НГК, 2002, с. 81–92.
- [5] Бахмутова И.В., Гусев В.Д., Титкова Т.Н. Факторы, влияющие на точность нотолинейной реконструкции пометных знаменных песнопений // Сибирский музыкальный альманах, Новосибирск: Изд-во НГК, 2004, с. 51–59.
- [6] 13) Металлов В.М. Осмогласие знаменного распева (сборник нотолинейных попевок), М.: 1899, с. 1–50.
- [7] 2. Бражников М.В. Лица и фиты знаменного распева, Л.: изд. «Музыка», 1984, 302 с.
- [8] Бахмутова И.В., Гусев В.Д., Титкова Т.Н. Об одном подходе к выявлению инвариантных структурных единиц знаменного распева. // Материалы Всерос. Конф. ЗОНТ-2009, Новосибирск, 2009, Т. 1, с. 63–72.
- [9] Бахмутова И.В., Гусев В.Д., Титкова Т.Н. Компьютерный поиск инвариантных структурных единиц знаменного распева // Проблемы музыкальной науки, Уфа, 2011, с. 20–24.
- [10] Бахмутова И.В., Гусев В.Д., Титкова Т.Н. Выявление инвариантов и квазиинвариантов знаменного распева с помощью билингв типа "знамя-нота" // Материалы Всерос. Конф. ЗОНТ—2013, Т. 1, с. 27–35.

- [11] Гусев В.Д., Титкова Т.Н. Хеширование символьных цепочек в режиме скользящего окна // "Анализ последовательностей и таблиц данных", Вычислительные системы, Новосибирск, 1994, №150, с. 94–106.
- [12] Бахмутова И.В., Гусев В.Д., Титкова Т.Н. Компьютерный анализ и восстановление знаменной составляющей подборки В.М.Металлова // Сибирский музыкальный альманах, Новосибирск: Изд-во НГК, 2010, с. 62–81.