Автоморфизмы циклических расширений свободных групп

Шапорина Е. А.

6 июня 2022

Известные результаты и предварительные сведения

Часто группы записываются как факторгруппы свободных групп: $G = F/N$

Известные результаты и предварительные сведения

Часто группы записываются как факторгруппы свободных групп: $G = F/N$

1. Пусть F - свободная группа с базисом X, N - нормальное замыкание в F некоторого множества R. Пара $\langle X|R\rangle$ - представление для G. ($G = \langle X|R\rangle$)

Известные результаты и предварительные сведения

Часто группы записываются как факторгруппы свободных групп: $G = F/N$

1. Пусть F - свободная группа с базисом X, N - нормальное замыкание в F некоторого множества R. Пара $\langle X|R\rangle$ - представление для G. ($G = \langle X|R\rangle$)

2. Если $r = r(x_1...x_n)$ - элемент из R, то в G верно равенство $r = r(\overline{x_1}...\overline{x_n}) = 1$, где $\overline{x}-$ образы в G элементов x из X.

Известные результаты и предварительные сведения

Например:

Известные результаты и предварительные сведения

Например:

1. $\mathbb{Z}_3 = \langle\ a \mid a^3\ \rangle$

Известные результаты и предварительные сведения

Например:

1. $\mathbb{Z}_3 = \langle\ a \mid a^3\ \rangle$

2. $\mathbb{D}_n = \langle\ a, b \mid a^2, b^n, a^{-1}bab\ \rangle$

Известные результаты и предварительные сведения

Например:

1. $\mathbb{Z}_3 = \langle\ a \mid a^3\ \rangle$
2. $\mathbb{D}_n = \langle\ a, b \mid a^2, b^n, a^{-1}bab\ \rangle$
3. $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} = \langle\ a, b \mid [a, b]\ \rangle$

Известные результаты и предварительные сведения

3. Автоморфизм группы - биективный гомоморфизм группы на себя. Все автоморфизмы образуют группу - $Aut(G)$.

Известные результаты и предварительные сведения

3. Автоморфизм группы - биективный гомоморфизм группы на себя. Все автоморфизмы образуют группу - $Aut(G)$.

4. Автоморфизм φ - называется внутренним автоморфизмом группы G, если $\exists t \in G$ такой, что $x\varphi = txt^{-1}$. Группа внутренних автоморфизмов - $Inn(G)$.

Известные результаты и предварительные сведения

3. Автоморфизм группы - биективный гомоморфизм группы на себя. Все автоморфизмы образуют группу - $Aut(G)$.

4. Автоморфизм φ - называется внутренним автоморфизмом группы G, если $\exists t \in G$ такой, что $x\varphi = txt^{-1}$. Группа внутренних автоморфизмов - $Inn(G)$.

5. Известно, что $Inn(G) \triangleleft Aut(G)$. $Out(G) = Aut(G)/Inn(G) -$ группа внешних автоморфизмов группы G.

Известные результаты и предварительные сведения

В 2006 году О. В. Богопольский, А. Мартино и А. Вентура описали группы внешних автоморфизмов всех циклических расширений

$$M_\varphi = \mathbb{F}_2 \rtimes_\varphi \mathbb{Z}$$

свободной группы ранга 2.

Известные результаты и предварительные сведения

Всякий автоморфизм φ группы $\mathbb{F}_n$ индуцирует автоморфизм группы $\mathbb{Z}^n \cong \mathbb{F}_n/\mathbb{F}_n'$. Такое отображение является эпиморфизм (см. Р.Линдон, П.Шупп)

$$\alpha_n \colon Aut(\mathbb{F}_n) \to GL_n(\mathbb{Z}).$$

Известные результаты и предварительные сведения

О.В.Богопольский с соавторами смогли получить описание **всех** групп $Out(M_\varphi)$ во многом благодаря тому, что ядро α_2 совпадает с подгруппой $Inn(\mathbb{F}_2)$ внутренних автоморфизмов в группе $Aut(\mathbb{F}_2)$.

Известные результаты и предварительные сведения

О.В.Богопольский с соавторами смогли получить описание **всех** групп $Out(M_\varphi)$ во многом благодаря тому, что ядро α_2 совпадает с подгруппой $Inn(\mathbb{F}_2)$ внутренних автоморфизмов в группе $Aut(\mathbb{F}_2)$.

При $n \geq 3$ это не выполнено. Поэтому описывать автоморфизмы циклических расширений группы $\mathbb{F}_n, n \geq 3$ сложнее.

Известные результаты и предварительные сведения

В 1994 году С.Герстен исследовал действие циклического расширения свободной группы ранга 3

$$G = \mathbb{F}_3 \rtimes \mathbb{Z} = \langle a, b, c, t \mid a^t = a, b^t = ba, c^t = ca^2 \rangle$$

на $CAT(0)$ пространствах.

Известные результаты и предварительные сведения

В 1994 году С.Герстен исследовал действие циклического расширения свободной группы ранга 3

$$G = \mathbb{F}_3 \rtimes \mathbb{Z} = \langle a, b, c, t \mid a^t = a, b^t = ba, c^t = ca^2 \rangle$$

на $CAT(0)$ пространствах.

Он доказал, что группа, действующая на $CAT(0)$ пространстве собственно и кокомпактно, не может содержать группу G в качестве подгруппы.

Известные результаты и предварительные сведения

Группа

$$G = F_3 \rtimes \mathbb{Z} = \langle a, b, c, t \mid a^t = a, b^t = ba, c^t = ca^2 \rangle$$

называется группой Герстена. Эту группу и её обобщения изучали Дж. Баттон, Р.Лиман, Д.Вайс и др.

Автоморфизмы группы Герстена

Удалось доказать, что группу внешних автоморфизмов группы Герстена порождают восемь классов автоморфизмов:

Автоморфизмы группы Герстена

$$\lambda_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Автоморфизмы группы Герстена

$$\lambda_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \lambda_1 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ca \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Автоморфизмы группы Герстена

$$\lambda_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \lambda_1 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ca \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \Omega : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t^{-1} \end{cases}$$

Автоморфизмы группы Герстена

$$\lambda_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \lambda_1 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ca \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \Omega : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t^{-1} \end{cases}$$

$$\nu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto cac^{-1}b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Автоморфизмы группы Герстена

$$\lambda_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \lambda_1 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ca \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \Omega : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t^{-1} \end{cases}$$

$$\nu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto cac^{-1}b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \mu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto bab^{-1}c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Автоморфизмы группы Герстена

$$\lambda_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \lambda_1 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ca \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \Omega : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t^{-1} \end{cases}$$

$$\nu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto cac^{-1}b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \mu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto bab^{-1}c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \theta : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto c^{-1}b \\ c \mapsto c^{-1} \\ t \mapsto ta^{-2} \end{cases}$$

Автоморфизмы группы Герстена

$$\lambda_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \lambda_1 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ca \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \Omega : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t^{-1} \end{cases}$$

$$\nu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto cac^{-1}b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \mu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto bab^{-1}c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \theta : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto c^{-1}b \\ c \mapsto c^{-1} \\ t \mapsto ta^{-2} \end{cases}$$

$$\chi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto tc \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Автоморфизмы группы Герстена

$$\lambda_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \lambda_1 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto ca \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \Omega : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t^{-1} \end{cases}$$

$$\nu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto cac^{-1}b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \mu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto bab^{-1}c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \theta : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto c^{-1}b \\ c \mapsto c^{-1} \\ t \mapsto ta^{-2} \end{cases}$$

$$\chi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto tc \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \Psi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto tb \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Основной результат

Доказано, что $Out(G) = \langle [\Psi], [\chi], [\lambda_1], [\mu], [\nu], [\lambda_2], [\theta], [\Omega] \rangle$

Основной результат

Доказано, что $Out(G) = \langle [\Psi], [\chi], [\lambda_1], [\mu], [\nu], [\lambda_2], [\theta], [\Omega] \rangle$

Теорема. $Out(G) \cong (\mathbb{F}_3 \times \mathbb{Z}^3) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$.

Структура группы $Out(G)$

В представлении

$$Out(G) \cong (\mathbb{F}_3 \times \mathbb{Z}^3) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$$

Структура группы $Out(G)$

В представлении

$$Out(G) \cong (\mathbb{F}_3 \times \mathbb{Z}^3) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$$

подгруппу $\mathbb{F}_3$ порождают классы $[\mu], [\nu], [\lambda_2]$,

Структура группы $Out(G)$

В представлении

$$Out(G) \cong (\mathbb{F}_3 \times \mathbb{Z}^3) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$$

подгруппу $\mathbb{F}_3$ порождают классы $[\mu], [\nu], [\lambda_2]$,

подгруппу $\mathbb{Z}^3$ порождают классы $[\Psi], [\chi], [\lambda_1]$,

Структура группы $Out(G)$

В представлении

$$Out(G) \cong (\mathbb{F}_3 \times \mathbb{Z}^3) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$$

подгруппу $\mathbb{F}_3$ порождают классы $[\mu], [\nu], [\lambda_2]$,

подгруппу $\mathbb{Z}^3$ порождают классы $[\Psi], [\chi], [\lambda_1]$,

подгруппу $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ порождают классы $[\theta]$ и $[\Omega]$.

Основной результат

Фиксируем целое положительное k. Обозначим

$$G_k = \langle a, b, c, t \mid a^t = a, b^t = ba^k, c^t = c \rangle.$$

Основной результат

Заметим, что следующие отображения продолжаются до автоморфизмов группы G_k:

Основной результат

Заметим, что следующие отображения продолжаются до автоморфизмов группы G_k:

$$\psi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto tb \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Основной результат

Заметим, что следующие отображения продолжаются до автоморфизмов группы G_k:

$$\psi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto tb \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \chi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto tc \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Основной результат

Заметим, что следующие отображения продолжаются до автоморфизмов группы G_k:

$$\psi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto tb \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \chi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto tc \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \beta : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ba \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Основной результат

Заметим, что следующие отображения продолжаются до автоморфизмов группы G_k:

$$\psi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto tb \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \chi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto tc \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \beta : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ba \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

$$\kappa : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ab \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Основной результат

Заметим, что следующие отображения продолжаются до автоморфизмов группы G_k:

$$\psi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto tb \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \chi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto tc \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \beta : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ba \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

$$\kappa : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ab \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \mu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto bab^{-1}c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Основной результат

Заметим, что следующие отображения продолжаются до автоморфизмов группы G_k:

$$\psi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto tb \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \chi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto tc \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \beta : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ba \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

$$\kappa : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ab \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \mu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto bab^{-1}c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \theta_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto c^{-1}b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Основной результат

Заметим, что следующие отображения продолжаются до автоморфизмов группы G_k:

$$\psi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto tb \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \chi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto tc \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \beta : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ba \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

$$\kappa : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ab \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \mu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto bab^{-1}c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \theta_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto c^{-1}b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

$$\omega : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t^{-1} \end{cases}$$

Основной результат

Заметим, что следующие отображения продолжаются до автоморфизмов группы G_k:

$$\psi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto tb \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \chi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto tc \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \beta : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ba \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

$$\kappa : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ab \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \mu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto bab^{-1}c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \theta_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto c^{-1}b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

$$\omega : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t^{-1} \end{cases} \qquad \theta_1 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c^{-1} \\ t \mapsto t \end{cases}$$

Основной результат

Заметим, что следующие отображения продолжаются до автоморфизмов группы G_k:

$$\psi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto tb \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \chi : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto tc \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \beta : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ba \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

$$\kappa : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto ab \\ c \mapsto ac \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \mu : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto bab^{-1}c \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \theta_2 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto c^{-1}b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t \end{cases}$$

$$\omega : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c \\ t \mapsto t^{-1} \end{cases} \qquad \theta_1 : \begin{cases} a \mapsto a \\ b \mapsto b \\ c \mapsto c^{-1} \\ t \mapsto t \end{cases} \qquad \theta_3 : \begin{cases} a \mapsto a^{-1} \\ b \mapsto b^{-1} \\ c \mapsto b^{-1}cb \\ t \mapsto ta^{-k} \end{cases}$$

Основной результат

Теорема 1. $Out(G_k) = \langle [\psi], [\chi], [\beta], [\kappa], [\mu], [\theta_2], [\omega], [\theta_1], [\theta_3] \rangle$.

Основной результат

Теорема 1. $Out(G_k) = \langle [\psi], [\chi], [\beta], [\kappa], [\mu], [\theta_2], [\omega], [\theta_1], [\theta_3] \rangle$.

Теорема 2.

$$Out(G_k) \cong ((\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}_k) \times N) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2),$$

где $N = \langle \mu, \kappa, \theta_2 \rangle$.

Основной результат

В представлении

$$Out(G_k) \cong ((\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}_k) \times N) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$$

Основной результат

В представлении

$$Out(G_k) \cong ((\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}_k) \times N) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$$

подгруппу $\mathbb{Z}_k$ порождает класс $[\beta]$,

Основной результат

В представлении

$$Out(G_k) \cong ((\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}_k) \times N) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$$

подгруппу $\mathbb{Z}_k$ порождает класс $[\beta]$,

подгруппу $\mathbb{Z}^2$ порождают классы $[\psi], [\chi]$,

Основной результат

В представлении

$$Out(G_k) \cong ((\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}_k) \times N) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$$

подгруппу $\mathbb{Z}_k$ порождает класс $[\beta]$,

подгруппу $\mathbb{Z}^2$ порождают классы $[\psi], [\chi]$,

подгруппу $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ порождают классы $[\theta_1], [\theta_3], [\omega]$,

Основной результат

В представлении

$$Out(G_k) \cong ((\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}_k) \times N) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$$

подгруппу $\mathbb{Z}_k$ порождает класс $[\beta]$,

подгруппу $\mathbb{Z}^2$ порождают классы $[\psi], [\chi]$,

подгруппу $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ порождают классы $[\theta_1], [\theta_3], [\omega]$,

подгруппу N порождают классы $[\kappa], [\mu], [\theta_2]$.

Гипотеза

Обозначим $K = \langle\langle \mu, \kappa \rangle\rangle_N$. Тогда $N \cong K \rtimes \mathbb{Z}$.

Гипотеза

Обозначим $K = \langle\langle \mu, \kappa \rangle\rangle_N$. Тогда $N \cong K \rtimes \mathbb{Z}$.

Обозначим

$$\kappa_i = \theta_2^i \circ \kappa \circ \theta_2^{-i}$$

$$\mu_i = \theta_2^i \circ \mu \circ \theta_2^{-i}$$

Гипотеза

Доказано, что $\langle\ \mu_0, \kappa_0, \mu_1, \kappa_1\ \rangle \cong \mathbb{F}_2 \times \mathbb{F}_2$.

Гипотеза

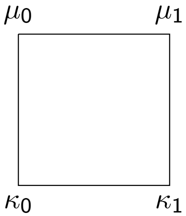
Доказано, что $\langle\ \mu_0, \kappa_0, \mu_1, \kappa_1\ \rangle \cong \mathbb{F}_2 \times \mathbb{F}_2$.

Граф в данном случае будет выглядеть так:

Гипотеза

Доказано, что $\langle\ \mu_0, \kappa_0, \mu_1, \kappa_1\ \rangle \cong \mathbb{F}_2 \times \mathbb{F}_2$.

Граф в данном случае будет выглядеть так:



Гипотеза

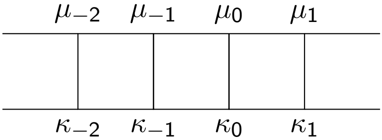
Основная гипотеза:

$$K \cong \langle\ \mu_i, \kappa_i, i \in \mathbb{Z} \mid [\kappa_i, \mu_i], [\mu_i, \mu_{i+1}], [\kappa_i, \kappa_{i+1}], i \in \mathbb{Z}\ \rangle.$$

Гипотеза

Основная гипотеза:

$$K \cong \langle\ \mu_i, \kappa_i, i \in \mathbb{Z} \mid [\kappa_i, \mu_i], [\mu_i, \mu_{i+1}], [\kappa_i, \kappa_{i+1}], i \in \mathbb{Z}\ \rangle.$$



Спасибо за внимание.