

Различные ситуации рыночного взаимодействия при монополистической конкуренции

О.А. Тильзо, аспирант НГУ

И.А. Быкадоров, к.ф.-м.н., доцент, научный руководитель

ИМ СО РАН

Модель монополистической конкуренции с ритейлингом

Обзор литературы

В работе рассматривается модель монополистической конкуренции Диксита – Стиглица, изложенная в Dixit, Stiglitz (1977), в сочетании с вертикальным рыночным взаимодействием.

Рассматривается функция полезности репрезентативного потребителя, представленная в работе Ottaviano, Tabuchi, Thisse (2002).

Основные результаты изложены в работах:

- [1] Tilzo O., Bykadorov I. Retailing Under Monopolistic Competition: A Comparative Analysis // IEEE Xplore. 2019.
- [2] Tilzo O., Bykadorov I. Monopolistic Competition Model with Retailing // Communications in Computer and Information Science (CCIS). 2020.
- [3] Тильзо О.А. Лидерство ритейлера при монополистической конкуренции // Математическая теория игр и её приложения. 2022. Т. 14, №. 2 (в печати)

Апробация работы

Конференции:

- XVIII International Conference. Mathematical Optimiation Theory and Operations Research (MOTOR 2019). Ekaterinburg, 2019.
- Пятнадцатая международная азиатская школа-семинар "Проблемы оптимизации сложных систем". Новосибирск. НГУ, 2019.
- XIX Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям. Новосибирск. НГУ, 2019.
- XIX International Conference. Mathematical Optimiation Theory and Operations Research (MOTOR 2020). Novosibirsk, 2020.
- XIX Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям. Новосибирск. ФИЦ ИВТ. 2020.
- XX International Conference. Mathematical Optimiation Theory and Operations Research (MOTOR 2021). Irkutsk, 2021.
- Конференция "Женщины в математике". Новосибирск. ИМ СО РАН 2021.
- XXII Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям. Новосибирск. ФИЦ ИВТ. 2021.
- XXI International Conference. Mathematical Optimiation Theory and Operations Research (MOTOR 2022). Petrozavodsk, 2022.

Основные предположения

Предполагаем:

- модель монополистической конкуренции;
- предприятия производят товары одного и того же характера (разновидности продукции), но не абсолютные заменители;
- каждая торговая фирма производит только один вид продукции и выбирает ее цену;
- количество (масса) среднеквадратичных значений достаточно велико;
- условие свободного входа (нулевой прибыли) выполнено;
- на рынке есть другие продукты, numeraire;
- на рынке присутствует L одинаковых потребителей, каждый из которых производит одну единицу труда;
- каждый производитель производит только один продукт, и каждый продукт выпускается только одним производителем;
- производство каждого потенциального продукта включает определенные фиксированные затраты и характеризуется постоянными предельными затратами.

Постановка задачи

Задача репрезентативного потребителя:

$$U(q, N, A) = \alpha \int_0^N q(i) di - \frac{\beta - \gamma}{2} \int_0^N [q(i)]^2 di - \frac{\gamma}{2} \left[\int_0^N q(i) di \right]^2 + A$$
$$U(q, N, A) \rightarrow \max_{(q, A)}$$
$$\int_0^N \bar{p}(i) q(i) di + P_A A \leq wL + \int_0^N \pi_M(i) di + \pi_R$$

$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow q(p, r, N)$

α, β, γ - некоторые
положительные константы;
 N - длина продуктовой линейки;
 $q(i)$ - функция спроса;
 $\bar{p}(i)$ - цена i -го продукта;
 A - агрегированные продукты;

P_A - цена агрегированных
продуктов;
 w - ставка заработной платы;
 L - труд;
 $\pi_M(i)$ - прибыль производителя;
 π_R - прибыль ритейлера.

Постановка задачи

Задача максимизации прибыли i-го производителя:

$$\pi_M(i) = (p(i) - d)q(i, p + r) - F \rightarrow \max_{p(i)} \Rightarrow p(q, r, N)$$

Задача максимизации прибыли ритейлера:

$$\pi_R = \int_0^N [r(i) - d_R]q(i, p + r)di - \int_0^N F_R di \rightarrow \max_r \Rightarrow r(q, p, N)$$

$\pi_M(i)$ - прибыль i-го производителя;

π_R - прибыль ритейлера;

N - длина продуктовой линейки;

$r(i)$ - торговая надбавка;

F - фиксированные издержки на производство продукции;

d - затраты на производство единицы продукции;

F_R - фиксированные издержки на продажу продукции;

d_R - затраты на продажу единицы продукции.

Равновесия и их свойства

производители \rightleftharpoons ритейлер



Типы рыночного равновесия:

- Равновесие по Нэшу (равновесие Nash)

$$\left. \begin{array}{l} \pi_{\mathcal{R}} \rightarrow \max_r \\ \pi_{\mathcal{M}}(i) \rightarrow \max_{p(i)} \end{array} \right\} \Rightarrow r = r(N), p = p(N) \Rightarrow \pi_{\mathcal{M}}(i) = 0$$

- Лидерство производителей (равновесие ML)

$$\pi_{\mathcal{R}} \rightarrow \max_r \Rightarrow r = r(p(i)) \Rightarrow \pi_{\mathcal{M}}(i) \rightarrow \max_{p(i)} \Rightarrow \pi_{\mathcal{M}}(i) = 0$$

- Лидерство ритейлера (равновесие RL)

Лидерство ритейлера

Вычисляется поэтапно:

$$\pi_M(i) \rightarrow \max_{p(i)} \Rightarrow \begin{cases} \pi_R \rightarrow \max_{r,N}, \\ \pi_M(i) \geq 0. \end{cases} \Rightarrow \boxed{\mathcal{F} = \frac{F_R}{2F}}$$

\swarrow \searrow

$\mathcal{F} > 1$ $\mathcal{F} \leq 1$

Ограниченный рынок (RL):

$$\pi_R \rightarrow \max_{r,N} \\ (\pi_M(i) > 0)$$

Неограниченный рынок (RL(I)):

1. $\pi_M(i) = 0 \Rightarrow N = N(r)$
2. $\pi_R \rightarrow \max_r$

Ограниченный и неограниченный рынок

В модели монополистической конкуренции

- ① Ограниченный рынок возникает $\Leftrightarrow \mathcal{F} > 1$.
- ② Неограниченный рынок возникает $\Leftrightarrow \mathcal{F} \leq 1$.

$$\mathcal{F} = \frac{F_R}{2F}, \quad D = \frac{\alpha - d - d_R}{\sqrt{F \cdot (\beta - \gamma)}}, \quad (1)$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{F}{\beta - \gamma}} > 0, \quad \varepsilon = \frac{\beta - \gamma}{\gamma} > 0, \quad (2)$$

$$f = \sqrt{F \cdot (\beta - \gamma)} > 0, \quad (3)$$

$$H = \frac{F \cdot (\beta - \gamma)}{2\gamma} > 0. \quad (4)$$

Функции W и CS

Функция общественного благосостояния:

$$W = V(q, N) - \int_0^N (d + d_{\mathcal{R}})q(i)di - \int_0^N (F + F_{\mathcal{R}})di$$

Функция потребительского излишка:

$$CS = V(q, N) - \int_0^N (p(i) + r(i))q(i)di$$

$$W \equiv W(\mathcal{F}, D)$$

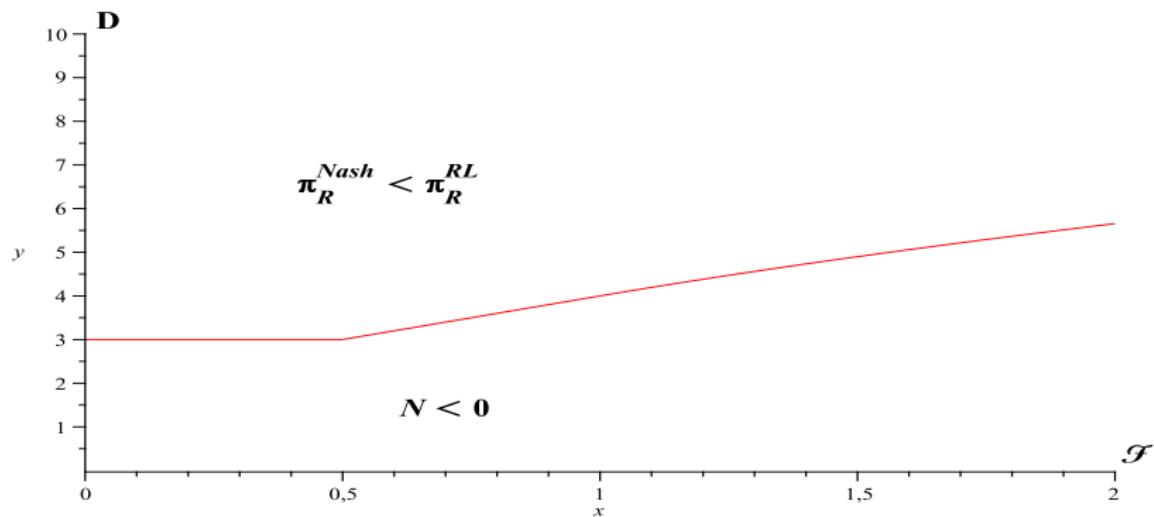
$$CS \equiv CS(\mathcal{F}, D)$$

Равновесие по Нэшу, лидерство производителей,
лидерство ритейлера

Прибыль ритейлера. Случай RL и Nash

Утверждение 1.

Прибыль ритейлера всегда больше в случае RL.

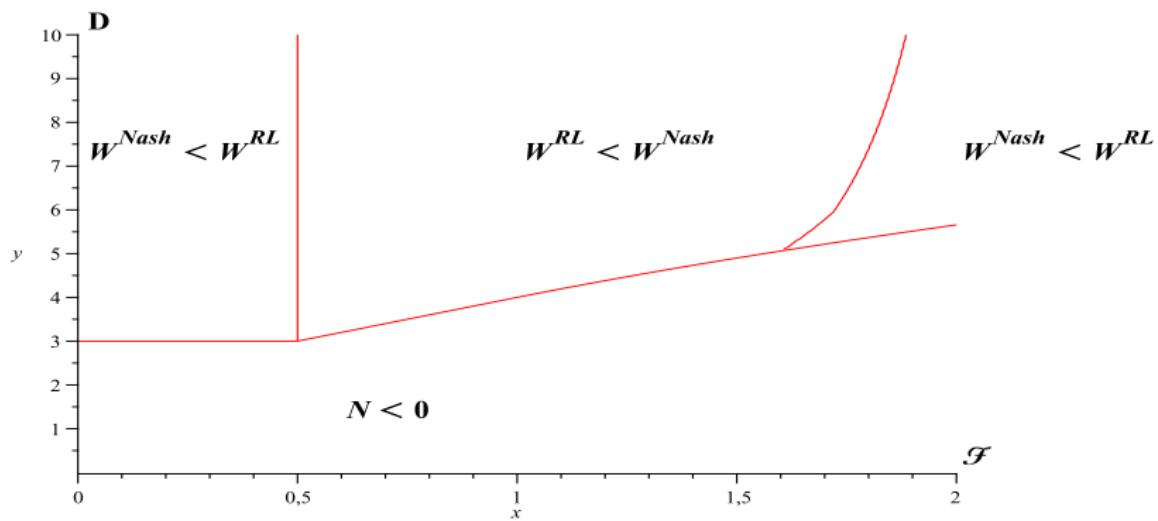


Общественное благосостояние. Случай RL и Nash

Утверждение 2.

Неравенство $W^{RL} < W^{Nash}$ выполняется при условии $\mathcal{F} > \frac{1}{2}$ и

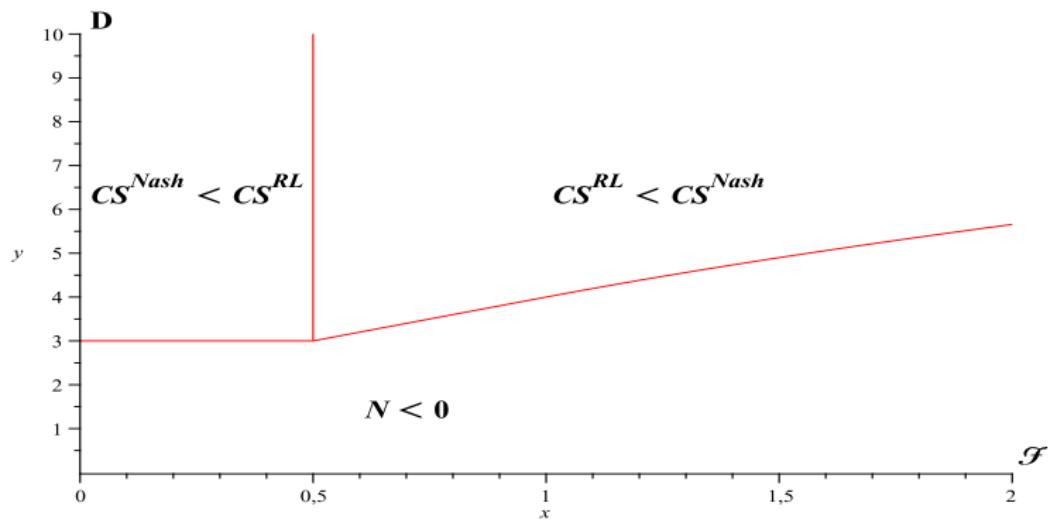
$$D > \frac{7\sqrt{\mathcal{F}}}{4 - 8\sqrt{\mathcal{F}}^3 + 18\mathcal{F} - 12\sqrt{\mathcal{F}}}, \text{ иначе выполняется } W^{RL} > W^{Nash}.$$



Потребительский излишек. Случай RL и Nash

Утверждение 3.

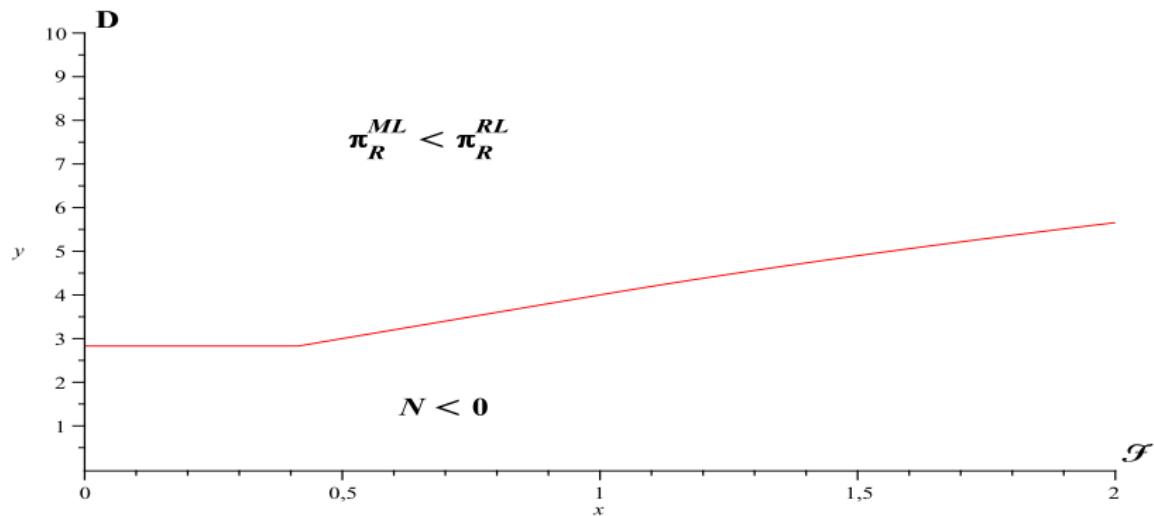
Если $\mathcal{F} < \frac{1}{2}$, тогда неравенство $CS^{RL} > CS^{Nash}$ выполняется, иначе: $CS^{RL} < CS^{Nash}$.



Прибыль ритейлера. Случай RL и ML

Утверждение 4.

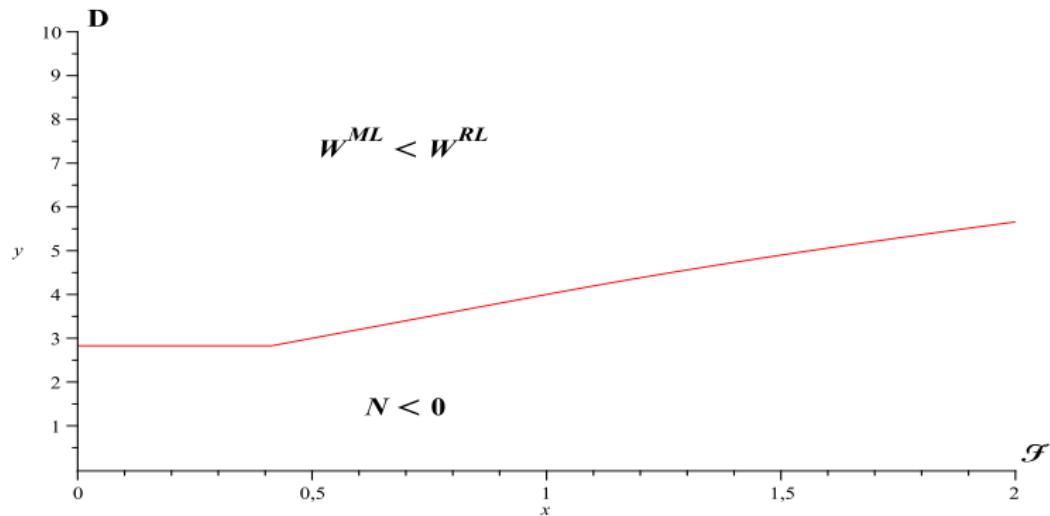
Прибыль ритейлера всегда больше в случае RL.



Общественное благосостояние. Случай RL и ML

Утверждение 5.

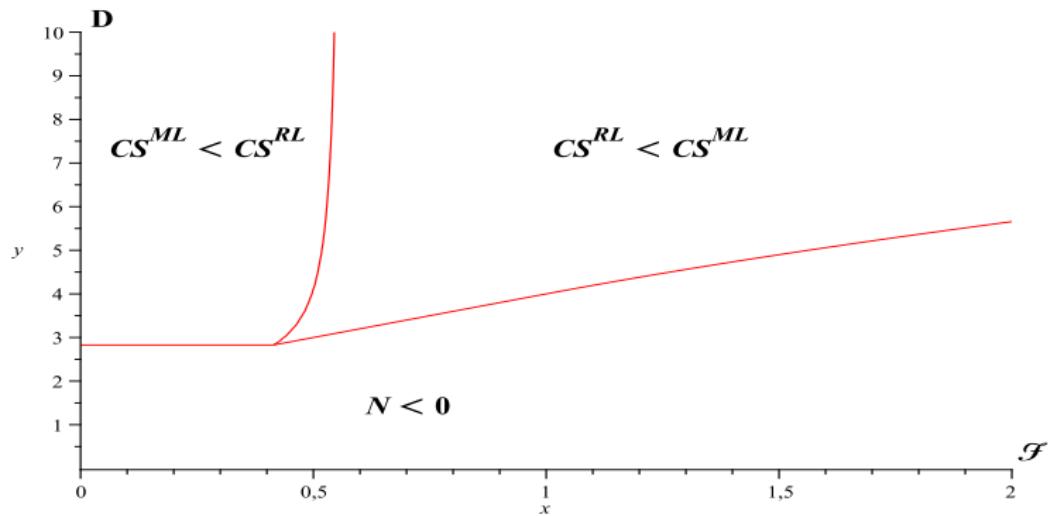
Для любых значений \mathcal{F} и D , удовлетворяющих условию $N > 0$, неравенство $W^{RL} > W^{ML}$ выполняется.



Потребительский излишек. Случай RL и ML

Утверждение 6.

Если $D < \frac{4(\mathcal{F}^2 + \mathcal{F} - 1)}{4\mathcal{F} + 2 - 3\sqrt{2}}$, тогда неравенство $CS^{RL} > CS^{ML}$ выполняется, иначе: $CS^{RL} < CS^{ML}$.



Равновесие по Штакельбергу. Лидерство ритейлера.
Оптимальное налогообложение.

В случае ($\mathcal{F} < 1$) с использованием условия “свободы входа” у ритейлера появляется несколько стратегий поведения:

- Случай RL(I)

Из условия свободы входа вычисляется $N(\bar{r})$ как функция от \bar{r} , затем максимизируется прибыль ритейлера относительно \bar{r} .

- Случай RL(II)

Сначала максимизируется прибыль ритейлера относительно \bar{r} . Затем применяется условие свободы входа.

- Случай RL(III)

Максимизируется прибыль ритейлера относительно \bar{N} . Затем применяется условие свободы входа.

Оптимальное налогообложение

Рассмотрим две концепции оптимального налогообложения:

- максимизация W по τ приводит к оптимальному τ_W^* , позволяет государству определять оптимальную фискальную политику;
- максимизация CS по τ приводит к оптимальному τ_{CS}^* .

Утверждение 7.

Пусть выполняется условие $N|_{\tau=0} \geq 0$.

- 1) В случае RL оптимальное налогообложение с позиции общественного благосостояния имеет вид

$$\tau_W^* = \left(\frac{2 + \mathcal{F}}{\sqrt{\mathcal{F}}} - D \right) f < 0, \quad (5)$$

в то время как оптимальное налогообложение с позиции потребительского излишка

$$\tau_{CS}^* = -\infty. \quad (6)$$

Оптимальное налогообложение RL, RL(I)

Утверждение 8.

- 2) В случае $RL(I)$ оптимальное налогообложение с позиции общественного благосостояния отрицательно

$$\tau_W^* < 0, \quad (7)$$

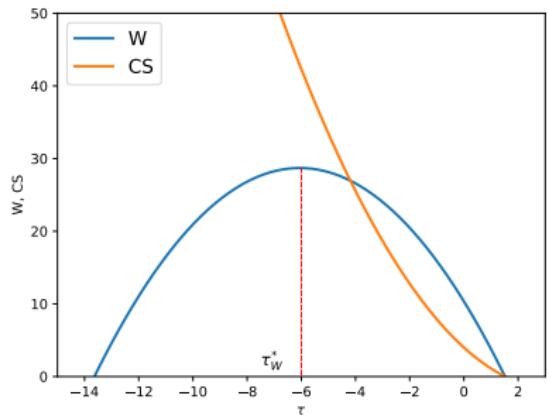
также как и оптимальное налогообложение с позиции потребительского излишка

$$\tau_{CS}^* < 0. \quad (8)$$

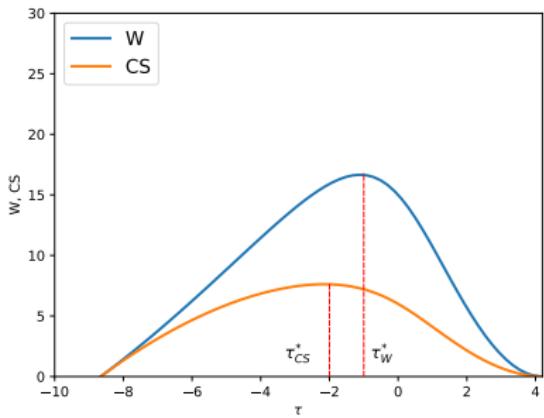
- 3) Оптимальное налогообложение с позиции потребительского излишка меньше, чем оптимальное налогообложение с позиции общественного благосостояния, т. е.

$$\tau_{CS}^* < \tau_W^* < 0. \quad (9)$$

Численный пример



a)



b)

Пример: a) RL с налогообложением, b) RL(I) с налогообложением.

Оптимальное налогообложение RL(II)

Утверждение 9

Пусть условие $N|_{\tau=0} \geq 0$ выполняется. В ситуации *RL(II)*, оптимальный налог с точки зрения общественного благосостояния

$$\tau_W \begin{cases} > 0, & \text{если } \mathcal{F} \in [0, \mathcal{F}'') \text{ или } D \in [4, 4\frac{2}{3}], \\ = 0, & \text{если } \mathcal{F} = \mathcal{F}'' \text{ и } D \in (4\frac{2}{3}, \infty), \\ < 0, & \text{если } \mathcal{F} \in (\mathcal{F}'', 1) \text{ и } D \in (4\frac{2}{3}, \infty), \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{где } \mathcal{F}'' = \frac{D+6}{4(D-2)}.$$

При этом оптимальный налог с точки зрения потребительского излишка всегда положительный:

$$\tau_{CS} > 0. \quad (11)$$

Выводы

Результаты:

- Рассмотрена модель монополистической конкуренции.
- Рассмотрены различные случаи взаимодействия производителей и ритейлера.
- Проведенный сравнительный анализ выявил наиболее предпочтаемые условия для общества и потребителей.
- Отдельно рассмотрены различные случаи лидерства ритейлера.
- Рассмотрено равновесие рынка при введении налогообложения.
- Рассмотрено оптимальное налогообложение с позиции общественного благосостояния и потребительского излишка.

Спасибо за внимание!

Новосибирский Государственный Университет

ИМ СО РАН

Приложение

Равновесие в случаях Nash, ML, RL и RL(I)

Утверждение 1.

В случаях **Nash**, **ML**, **RL** и **RL(I)**, равновесный спрос q , цена p , торговая надбавка r , масса фирм N и прибыль ритейлера и производителя π_R и π_M определены в Таблицах 1 и 2, где $F, D, \Delta, \varepsilon, f$ определены в (1)-(3).

Таблица 1: Равновесие

	q	p	r	N
<i>Nash</i>	Δ	$d + f$	$d_R + f \cdot \frac{D - 1}{2}$	$\frac{\varepsilon}{2} \cdot (D - 3)$
<i>ML</i>	$\Delta \frac{\sqrt{2}}{2}$	$d + f\sqrt{2}$	$d_R + f \cdot \frac{D - \sqrt{2}}{2}$	$\frac{\varepsilon}{2} \cdot (\sqrt{2}D - 4)$
<i>RL</i>	$\Delta\sqrt{F}$	$d + f\sqrt{F}$	$d_R + f \cdot \frac{D}{2}$	$\frac{\varepsilon}{2} \cdot \left(\frac{D}{\sqrt{F}} - 4\right)$
<i>RL(I)</i>	Δ	$d + f$	$d_R + f \cdot \left(\frac{D}{2} + F - 1\right)$	$\frac{\varepsilon}{2} \cdot (D - 2F - 2)$

Равновесие в случаях Nash, ML, RL и RL(I)

Таблица 2: Равновесие

	$\pi_{\mathcal{R}}$	$\pi_{\mathcal{M}}$
<i>Nash</i>	$\frac{H}{2} \cdot (D - 3)(D - (1 + 4\mathcal{F}))$	0
<i>ML</i>	$\frac{H}{2} \cdot (D - 2\sqrt{2}) \left(D - 2\sqrt{2} \cdot \frac{1 + 4\mathcal{F}}{2} \right)$	0
<i>RL</i>	$\frac{H}{2} \cdot (D - 4\sqrt{\mathcal{F}})^2$	$\frac{F_{\mathcal{R}}}{2} - F$
<i>RL(I)</i>	$\frac{H}{2} \cdot (D - 2\mathcal{F} - 2)^2$	0

Равновесие в случаях Nash, ML, RL и RL(I)

Утверждение 2.

Равновесное общественное благосостояние определено в Таблице 3, где \mathcal{F}, f, D определены в (1)-(3).

Таблица 3: Общественное благосостояние

	W
<i>Nash</i>	$(D - 3) \left(\frac{3}{4} \cdot (D - 1) - 2\mathcal{F} \right) \cdot H$
<i>ML</i>	$(D - 2\sqrt{2}) \left(\frac{3}{4} \cdot (D - \sqrt{2}) - 2\sqrt{2}\mathcal{F} \right) \cdot H$
<i>RL</i>	$(D - 4\sqrt{\mathcal{F}}) \left(\frac{3}{4} \cdot (D - 2\sqrt{\mathcal{F}}) - \frac{1}{\sqrt{\mathcal{F}}} \right) \cdot H$
<i>RL(I)</i>	$(D - 2\mathcal{F} - 2) \left(\frac{3}{4} \cdot (D - 2\mathcal{F}) - 1 \right) \cdot H$

Равновесие в случаях Nash, ML, RL и RL(I)

Утверждение 3.

Равновесный потребительский излишек определен в Таблице 4, где \mathcal{F}, D, f, H определены в (1),(3)-(4).

Таблица 4: Потребительский излишек

	CS
$Nash$	$(D - 3)(D - 1) \cdot \frac{H}{4}$
ML	$(D - 2\sqrt{2})(D - \sqrt{2}) \cdot \frac{H}{4}$
RL	$(D - 4\sqrt{\mathcal{F}})(D - 2\sqrt{\mathcal{F}}) \cdot \frac{H}{4}$
$RL(I)$	$(D - 2\mathcal{F} - 2)(D - 2\mathcal{F}) \cdot \frac{H}{4}$

Равновесие в случаях RL(I), RL(II) и RL(III)

Утверждение 1.

В случаях $RL(I)$, $RL(II)$ и $RL(III)$ равновесный спрос q , цена p , торговая надбавка r , множество фирм N представлены в Таблице 1, где $\mathcal{F}, D, \Delta, \varepsilon, f$ определены в (1)-(3).

Таблица 1: Равновесие

	q	p	r	N
$RL(I)$	$\Delta d + f$	$d_R + f \cdot \left(\frac{D}{2} + \mathcal{F} - 1 \right)$		$\frac{\varepsilon}{2} \cdot (D - 2\mathcal{F} - 2)$
$RL(II)$	$\Delta d + f$	$d_R + f \cdot \frac{D}{2}$		$\frac{\varepsilon}{2} \cdot (D - 4)$
$RL(III)$	$\Delta d + f$	$d_R + f \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{2\mathcal{F}}{1 + \mathcal{F}}$		$\frac{\varepsilon}{2} \cdot \left(D \cdot \frac{2}{1 + \mathcal{F}} - 4 \right)$

Равновесие в случаях RL(I), RL(II) и RL(III)

Утверждение 2.

Равновесная прибыль ритейлера $\pi_{\mathcal{R}}$ представлена в Таблице 2, где $\mathcal{F}, D, \varepsilon$ определены в (1)-(2).

Таблица 2: Прибыль

	$\pi_{\mathcal{R}}$
$RL(I)$	$\frac{\varepsilon \cdot F}{4} \cdot (D - 2F - 2)^2$
$RL(II)$	$\frac{\varepsilon \cdot F}{4} \cdot (D - 4) \cdot (D - 4F)$
$RL(III)$	$\frac{\varepsilon \cdot F}{4} \cdot \frac{4F}{(1 + F)^2} \cdot (D - 2F - 2)^2$

Равновесие в случаях RL(I), RL(II) и RL(III)

Утверждение 3.

Равновесное общественное благосостояние представлено в Таблице 3, где \mathcal{F}, D, H определены в (1), (4).

Таблица 3: Общественное благосостояние

	W
$RL(I)$	$(D - 2\mathcal{F} - 2) \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot (D - 2\mathcal{F}) - 1\right) \cdot H$
$RL(II)$	$(D - 4) \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot (D - 2\mathcal{F}) - \frac{\mathcal{F} + 1}{2}\right) \cdot H$
$RL(III)$	$\left(D \cdot \frac{2}{1 + \mathcal{F}} - 4\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot D \cdot \frac{2\mathcal{F} + 1}{1 + \mathcal{F}} - \frac{4\mathcal{F} + 1}{2}\right) \cdot H$

Равновесие в случаях RL(I), RL(II) и RL(III)

Утверждение 4.

Равновесный потребительский излишек представлен в Таблице 4, где \mathcal{F}, D, H определены в (1), (4).

Таблица 4: Потребительский излишек

	CS
$RL(I)$	$(D - 2\mathcal{F} - 2) \cdot (D - 2\mathcal{F}) \cdot \frac{H}{4}$
$RL(II)$	$(D - 4) \cdot (D - 2) \cdot \frac{H}{4}$
$RL(III)$	$\left(D \cdot \frac{2}{1 + \mathcal{F}} - 4\right) \cdot \left(D \cdot \frac{2}{1 + \mathcal{F}} - 2\right) \cdot \frac{H}{4}$

Равновесие при налогообложении

Утверждение 1.

При налогообложении τ , равновесный спрос q , цена p , торговая надбавка r представлены в Таблице 1, где $\mathcal{F}, D, \Delta, \varepsilon, f$ определены в (1)-(3) и

$$S = -\frac{\tau}{2f} + \sqrt{\left(\frac{\tau}{2f}\right)^2 + 1} > 0 \quad (12)$$

Таблица 1: Равновесие при налогообложении

	q	p	r
RL	$\Delta\sqrt{\mathcal{F}}$	$d + f\sqrt{\mathcal{F}}$	$d_R + \frac{fD}{2} + \frac{\tau}{2}$
$RL(I)$	ΔS	$d + fS$	$d_R + \frac{f}{2} \cdot \left(D + \frac{2\mathcal{F} + 1}{S} - 3S\right)$
$RL(II)$	ΔS	$d + fS$	$d_R + \frac{f}{2} \cdot \left(D + \frac{1 - S^2}{S}\right)$

Равновесие при налогообложении

Утверждение 2.

Равновесная масса фирм N представлена в Таблице 2, где $\mathcal{F}, D, \varepsilon, S$ определены в (1)-(2), (12).

Таблица 2: Масса фирм при налогообложении

	N
RL	$\frac{\varepsilon}{2\sqrt{\mathcal{F}}} \cdot \left(D - \frac{\tau}{f} - 4\sqrt{\mathcal{F}} \right)$
$RL(I)$	$\frac{\varepsilon}{2S} \cdot \left(D - \frac{2\mathcal{F} + 1}{S} - S \right)$
$RL(II)$	$\frac{\varepsilon}{2S} \cdot \left(D - \frac{1 + 3S^2}{S} \right)$

Равновесие при налогообложении

Утверждение 3.

Равновесное общественное благосостояние представлено в Таблице 3, где \mathcal{F}, D, f, H, S определены в (1), (3)-(4), (12).

Таблица 3: Общественное благосостояние при налогообложении

	W
RL	$\left(D - \frac{\tau}{f} - 4\sqrt{\mathcal{F}}\right) \cdot \left(3D + \frac{\tau}{f} - 6\sqrt{\mathcal{F}} - \frac{4}{\sqrt{\mathcal{F}}}\right) \cdot \frac{H}{4}$
$RL(I)$	$\left(D - \frac{2\mathcal{F} + 1}{S} - S\right) \cdot \left(3D - 3 \cdot \frac{2\mathcal{F} + 1}{S} - S\right) \cdot \frac{H}{4}$
$RL(II)$	$\left(D - \frac{1 + 3S^2}{S}\right) \cdot \left(3D - \frac{8\mathcal{F} + 3}{S} + S\right) \cdot \frac{H}{4}$

Равновесие при налогообложении

Утверждение 4.

Равновесный потребительский излишек представлен в Таблице 4, где \mathcal{F}, D, f, H, S определены в (1), (3)-(12).

Таблица 4: Потребительский излишек при налогообложении

	CS
RL	$\left(D - \frac{\tau}{f} - 4\sqrt{\mathcal{F}}\right) \cdot \left(D - 2\sqrt{\mathcal{F}} - \frac{\tau}{f}\right) \cdot \frac{H}{4}$
$RL(I)$	$\left(D - \frac{2\mathcal{F} + 1}{S} - S\right) \cdot \left(D - \frac{2\mathcal{F} + 1}{S} + S\right) \cdot \frac{H}{4}$
$RL(II)$	$\left(D - \frac{1 + 3S^2}{S}\right) \cdot \left(D - \frac{1 + S^2}{S}\right) \cdot \frac{H}{4}$