

Конференция Женщины в математике

Новосибирск, Россия

ИЕРАРХИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЗАЖИВЛЕНИЯ ХИРУРГИЧЕСКОЙ КОЖНОЙ РАНЫ

Михаханова Татьяна Сергеевна

2 курс магистратуры ММФ НГУ, кафедра математического моделирования

Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук О. Ф. Воропаева





N*Новосибирский государственный университет *настоящая наука математический С



- о Постановка задачи. Биологическая модель асептического воспаления
- о Технология построения математической модели
- Численный алгоритм
- о Математическая модель 1. Свойства
- о Математическая модель 2. Свойства
- о Математическая модель 3. Свойства
- о Постановка задачи. Биологическая модель болевой реакции
- о Математическая модель 4. Свойства
- о Математическая модель 5. Свойства
- о Заключение





Во время процесса гемостаза активированные тромбоциты трансформируются, прикрепляются к месту повреждения и формируют «пробку», останавливая тем самым кровотечение В результате дегрануляции из тромбоцитов высвобождаются различные факторы роста, которые в свою очередь инициируют приток клеток иммунной системы – нейтрофилов и макрофагов. Они обладают способностью к фагоцитозу, а также являются источником целого комплекса цитокинов.







Конкретный вид функций $\mathbf{F} = (F_1, ..., F_i, ...)$ определяется на основе результатов анализа сложного биологического механизма, обеспечивающего хорошо скоординированную реакцию иммунной системы на повреждение, с привлечением классического закона действующих масс, кинетических моделей Михаэлиса-Ментен и Хилла.

$$\frac{dX}{dt} = kX_1^{\alpha_1}X_2^{\alpha_2} \dots \qquad \frac{dX}{dt} = \frac{k_1X}{k_2 + X} \qquad \frac{dX}{dt} = k_1\frac{X^n}{(k_2)^n + X^n}$$

Основная начальная задача

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, t, \mathbf{x}(t - \tau))$$
$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{0}}(t), t \in [t_0 - \tau, t_0]$$

где \mathbf{x} – вектор функция, φ_0 = (..., $\varphi_i(t)$, ...) – непрерывная функция, называемая начальной (или функцией «истории»).



- В основу алгоритма положены метод шагов, а также идея метода Зейделя.
- Шаг расчетной сетки выбирался, исходя из соотношений $\tau = Mh$, M натуральное число, $h = \frac{b-a}{N}$.
- При реализации многошаговых методов для определения решения в первых точках сетки применялись два подхода:
 - 1) применение метода предиктор-корректор, 2) расширение начальных условий на 3 узла влево.
- Погрешность оценивалась в норме, являющейся дискретным аналогом нормы пространства непрерывных функций, с привлечением правила Рунге.

$$\frac{dx}{dt} = f(x, x(t), \varphi_0(t - \tau)), \text{ при } t_0 - \tau \le t \le t_0, x(0) = \varphi_0(0)$$

$$x(t) = \varphi_1(t), \text{ на } [t_0, t_0 + \tau]$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x, x(t), \varphi_1(t - \tau)), \text{ при } t_0 + \tau \le t \le t_0 + 2\tau, x(\tau) = \varphi_1(\tau)$$



Использование метода шагов (последовательного интегрирования) позволил рассматривать начальную задачу для уравнения с запаздывающим аргументов как задачу Коши.



Изменение погрешности численного решения задачи в зависимости от шага расчетной сетки. Маркированные линии: круги – метод предиктор–корректор $\mathcal{O}(h^2)$, ромбы – метод АБМ $\mathcal{O}(h^4)$, крестики – метод Адамса $\mathcal{O}(h^4)$; штриховые линии – теоретический степенной закон.

Конференция Женщины в математике

 $\frac{dx_1}{dt} = -k_1 x_1$ $\frac{dx_2}{dt} = \frac{k_2 x_7}{k_3 + x_7} + \frac{k_4 x_8}{k_5 + x_8} + \frac{k_6 x_{10}}{k_7 + x_{10}} + \left(\frac{k_8 x_9}{k_0 + x_0} + \frac{k_{10} x_6}{k_{11} + x_6}\right) x_2 - \frac{k_{12} x_{11}}{k_{12} + x_{11}} x_2 - k_{14} x_2$ $\frac{dx_3}{dt} = \frac{k_{12}x_{11}}{k_{12} + x_{11}}x_2 + k_{14}x_2 - \frac{k_{15}x_3}{k_{14} + x_2}x_4$ $\frac{dx_4}{dt} = \frac{k_{17}x_7^2(t-\tau)}{k_{12} + r_1^2(t-\tau)} + \frac{k_{19}x_8}{k_{22} + r_2} + \frac{k_{21}x_6}{k_{22} + r_2} + \frac{k_{23}x_{14}^2}{k_{23} + r_2^2} + k_{25}x_3 - \frac{k_{26}k_{27}}{k_{27} + r_2}x_4 + k_{28}x_5 - k_{29}x_4$ $\frac{dx_5}{dt} = \frac{k_{30}x_{12}}{k_{24} + x_{12}}x_5 + \frac{k_{26}k_{27}}{k_{27} + x_2}x_4 - k_{28}x_5 - k_{29}x_5$ $\frac{dx_6}{dt} = \frac{k_{32}x_{13}}{k_{22} + x_{12}}x_6 + k_{34}\frac{k_{35}}{k_{35} + x_7}\frac{k_{36}}{k_{36} + x_{11}}x_2 + k_{37}\frac{k_{38}}{k_{38} + x_{12}}\frac{k_{39}}{k_{39} + x_7}\frac{k_{40}}{k_{40} + x_{11}^{0.154}}x_4 + k_{41}x_5 - k_{42}x_6$ $\frac{dx_7}{dt} = k_{43}x_1 + k_{43a}x_2 + (k_{44}x_4 + k_{45}x_5)\frac{x_7}{k_{46} + x_7} - k_{47}x_7$ $\frac{dx_8}{dt} = \frac{k_{48}x_1^2}{k_{12} + x_1^2} + (k_{50}x_4 + k_{51}x_5)\frac{x_8}{k_{52} + x_0} - k_{53}x_8$ $\frac{dx_9}{dt} = k_{54} \frac{k_{55}}{k_{55} + x_7} \frac{k_{56}}{k_{56} + x_{11}} x_2 + k_{57} \frac{k_{58}}{k_{58} + x_{12}} \frac{k_{59}}{k_{59} + x_7} \frac{k_{60}}{k_{60} + x_{11}} x_4 + k_{61} x_5 - k_{62} x_9$ $\frac{dx_{10}}{dt} = k_{63}x_4 + k_{64}x_5 + \left(\frac{k_{65}x_9}{k_{66} + x_9} + \frac{k_{67}x_6}{k_{68} + x_6}\right)x_{10} - k_{69}x_{10}$ $\frac{dx_{11}}{dt} = k_{70} \frac{k_{71}}{k_{71} + x_7} \frac{k_{72}}{k_{72} + x_{11}} x_2 + k_{73} \frac{k_{74}}{k_{72} + x_{12}} x_4 + \frac{k_{74}k_{75}}{k_{72} + x_{12}} \frac{x_7}{k_{72} + x_{12}} x_4 + k_{77}x_5 - k_{78}x_{11}$ $\frac{dx_{12}}{dt} = k_{79}x_4 + \frac{k_{80}x_7}{k_{21} + x_7}x_4 + k_{82}\frac{k_{83}}{k_{22} + x_{12}}x_5 - k_{84}x_{12}$ $\frac{dx_{13}}{dt} = \frac{k_{85}x_6}{k_{85} + x_5}x_4 + \frac{k_{87}x_6}{k_{87} + x_5}x_2 - k_{89}x_{13}$ $\frac{dx_{14}}{dt} = k_{90}x_4 + k_{91}x_5 - k_{92}x_{14}.$

Начальные условия:

$$\begin{aligned} x_1(t_0) &= 1, \\ x_i(t_0) &= 0, (i = 2, ..., 6, 8, ..., 14), \\ x_7(\theta) &= 0, \ \theta \in [t_0 - \tau, t_0]. \end{aligned}$$

x₁ – плотность активных тромбоцитов
x₂ – плотность активных нейтрофилов,
x₃ – плотность нейтрофилов, умерших путем апоптоза
x₄ – плотность макрофагов фенотипа M1
x₅ – плотность макрофагов фенотипа M2
x₆ – концентрация фактора некроза опухоли TNF-α
x₇ – концентрация трансформирующего фактора роста TGF-β
x₈ – концентрация интерлейкина IL-1β
x₁₀ – концентрация интерлейкина IL-6
x₁₂ – концентрация интерлейкина IL-10
x₁₃ – концентрация интерлейкина IL-12
x₁₄ – концентрация хемокина MIP-1α

[1] – Воропаева О.Ф., Баядилов Т.В. Математическая модель динамики асептического воспаления // Сиб. журн. индустр. матем. 2020. Т. 23. №4. С. 30–47.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ 1. СВОЙСТВА



0.9 $CXCL8(x_{10})$ $II-I\beta(x_0)$ $(x^{1})_{0.6}$ 0.3 0.3 t 18 12 t 16 12 18 t 24 0 6 0 8 12 4 6

Динамика обезразмеренных концентраций IL-1 β , CXCL8 и IL-6 при асептическом воспалении. Сплошные линии — модель; маркеры — экспериментальные данные: инфаркт миокарда кружки; кожная рана — ромбы, квадраты, полые ромбы; ишемический инсульт — крестики.

Экспериментальные данные:

1.2

1 – Nagaraja S. et al // The Journal of Immunology. 2017.
2 – Bystrom J., et al // Blood. 2008.
3 – Pan S. et al. // Scientic Reports. 2018.

4 – Mori R., et al. // The FASEB Journal. 2002.
5 – Antoniades H. N., et al // J. Clin. Invest. 1994.
6 – Yang L., et al // American Journal of Pathology. 1999
7 – Leal E. C., et al // American Journal of Pathology. 2015.

Предложенная модель может описывать динамику в.о. в условиях, приближенных к некоторым известным патологическим состояниям.



Динамика обезразмеренных плотностей клеток иммунной системы и концентраций медиаторов воспаления в ядре раневого повреждения. Линии: сплошные – нормальное течение острого воспаления, штрих-пунктирные – неэффективный эффероцитоз, пунктирные – тромбоцитемия, серые пунктирные – тромбоцитопения, штриховые – апластическая анемия. Время t представлено в днях после повреждения (22 дня).





МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬ

При фиксированных значениях параметров в зависимости от начальных условий система имеет 4 стационарных

решения.

Здесь и далее стационарные состояния будем обозначать как $SS^i = (s_1^i, ..., s_{14}^i)$.



*SS*⁰ описывает идеализированное состояние здоровья (отсутствие воспаления).

*SS*¹ соответствует острому сценарию воспаления и характеризуется снижением всех компонент вектора решения.

*SS*² характеризуется превышением значений большей части компонент вектора решения и интерпретируется как вариант хронизации процесса.

 SS^3 является «промежуточным» между SS^1 и SS^2 .





АНАЛИЗ ПОЛОЖЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ

Об устойчивости состояния SS^0 .

Вычислительный эксперимент: поочередное варьирование компонент вектора начальных условий **a** =(a_1 , ..., a_{14}) в окрестности нулевых значений, определяющих состояние *SS*⁰.

Вывод для *SS*⁰:

 SS^0 устойчиво по отношению к вариациям a_j (j = 9, ..., 14), а при ненулевых значениях хотя бы одной из констант a_j (j = 1, ..., 8) система переходит в одно из нетривиальных состояний SS^i .

Число жесткости для *SS*¹: 111,17. Число жесткости для *SS*²: 894,78. Число жесткости для *SS*³: 214,15. Вывод для SS¹: с.ч. имеют отрицательную вещественную часть, 2 с.ч. – комплексно-сопряженные.

Вывод для *SS*² : с.ч. вещественные отрицательные.

Вывод для *SS*³ :

13 с.ч. с отрицательными вещественными частями, 2 из них (из 13) – комплексно-сопряженные, 1 с.ч. вещественное положительное

*Начальные условия задаются следующим образом: $x_i(t_0)$ = a_i (i = 1, ..., 6, 8, ...,14), $x_7(\theta)$ = $a_7, \ \theta \in [t_0 - \tau, t_0]$.

**Расчеты проводились с привлечением двух методов – собственного программного инструментария Python (с помощью встроенной функции linalg.eig из библиотеки numpy) и реализованной на базе Python и C/C++ системы компьютерной алгебры Sage.

состояния **SS**³ на величину δ

SS ³	$\mathbf{S}\mathbf{S}^2$	~~2											
	60	SS ²	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	-	-	-	-	-	-
SS ³	SS^2	SS^2	SS ²	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS ¹	SS^1	SS^1	\mathbf{SS}^1	SS ¹	SS^1
SS ³	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^1	SS^1	SS^1	SS^1	SS ¹	SS^1
SS ³	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS1	SS^1	SS ¹	SS^1	SS ¹	SS^1
SS ³	SS^2	SS^2	SS ²	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS ¹	SS^1	SS ¹	SS^1	SS ¹	SS ¹
SS ³	SS^3	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^1	SS^1	SS^1	\mathbf{SS}^1	SS^1	SS^1
SS ³	SS^1	SS ¹	SS ¹	SS^1	SS ¹	SS ¹	SS^1	SS ³	SS ¹	SS ¹	SS^2	SS^2	SS^2
SS ³	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^1	SS^1	SS^1	SS^1	SS ¹	SS ¹
SS ³	SS^1	SS ¹	SS ²	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS ¹	SS ¹	SS ¹	SS^1	SS ¹	SS ¹
SS ³	SS ³	SS ³	SS ³	SS ³	SS ³	SS ³	SS^1	SS ³	SS ³	SS ³	SS ³	SS ³	SS^1
SS ³	\mathbf{SS}^1	SS^1	SS^1	SS^1	SS ¹	SS^1	SS^1	SS^1	SS ³	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2
SS ³	SS^3	SS ³	SS ²	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^1	SS^1	SS ¹	SS^1	SS ¹	SS ¹
SS ³	SS ³	SS ³	SS ³	SS^2	SS^2	SS^2	SS^2	SS^3	SS^1	SS ¹	SS^1	SS ¹	SS ¹
SS ³	SS^3	SS^3	SS^3	SS ³	SS^2	SS^2	SS^2	SS^3	SS ³	SS^1	SS^1	SS^1	SS^1
	SS ³	SS ³ SS ² SS ³ SS ² SS ³ SS ² SS ³ SS ³ SS ³ SS ³ SS ³ SS ¹ SS ³	SS3SS2SS2SS3SS2SS2SS3SS2SS2SS3SS3SS2SS3SS1SS1SS3SS2SS2SS3SS1SS1SS3SS2SS2SS3SS1SS1SS3SS1SS1SS3<	SS3SS2SS2SS2SS3SS2SS2SS2SS3SS2SS2SS2SS3SS3SS2SS2SS3SS1SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS3SS1SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS3SS1SS1SS1SS3SS1SS1SS2SS3SA3SS3SS3SS3SA3SS3SS3SS3SA3SS3SS3SS3SA3SS3SS3SS3SA3SS3SS3SS3SA3SA3SS3SS3SA3S	SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ³ SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ³ SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ³ SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ³	SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS3SS1SS1SS1SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS1SS1SS1SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS1SS1SS1SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3<	SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS1SS1SS1SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS3SS3SS3 <t< td=""><td>SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS1SS1SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2S</td><td>SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS³ SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS¹ SS³ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS³ SS³ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS³ SS³ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS¹ SS³ SS³ SS³ SS³ SS³ SS³ SS³ SS¹ SS¹ SS³ SS³ SS³ SS³ SS³ SS³ SS³ SS²</td><td>SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS1SS1SS1SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS1SS1SS1SS3SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS1SS1SS1SS1SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS3SS3SS3<td>SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS¹ SS¹ SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS¹</td><td>SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS¹ <t< td=""><td>SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS¹ <t< td=""></t<></td></t<></td></td></t<>	SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS1SS1SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2S	SS ³ SS ² SS ¹ SS ³ SS ² SS ¹ SS ³ SS ² SS ¹ SS ³ SS ² SS ¹ SS ³ SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ¹ SS ¹ SS ³ SS ¹ SS ³ SS ³ SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ³ SS ³ SS ¹ SS ³ SS ¹ SS ¹ SS ³ SS ²	SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS3SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS1SS1SS1SS2SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS1SS1SS1SS3SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS1SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS1SS1SS1SS1SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS3SS3SS3SS3SS3SS2SS2SS2SS2SS1SS1SS3SS3SS3SS3 <td>SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS¹ SS¹ SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS¹</td> <td>SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS¹ <t< td=""><td>SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS¹ <t< td=""></t<></td></t<></td>	SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ¹ SS ¹ SS ¹ SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ¹	SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ¹ <t< td=""><td>SS³ SS² SS² SS² SS² SS² SS¹ SS¹ <t< td=""></t<></td></t<>	SS ³ SS ² SS ² SS ² SS ² SS ² SS ¹ <t< td=""></t<>

Поведение системы в малых окрестностях SS^k :

АНАЛИЗ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ

a = $s_i^k + \delta$, $|\delta| \in [0, 01, 0.1]$.







МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ 1. СВОЙСТВА



I серия численных экспериментов: пусть начальные условия задаются в виде **a**=(0, ...,0, *A*_q, 0,..., 0) II серия численных экспериментов: пусть начальные условия задаются в виде **a**=(0, ...,0, *A*_q, 0, ..., 0, *A*_p,0, ..., 0) III серия численных экспериментов: пусть начальные условия задаются в виде вектора **a**=(*A*₁, ..., *A*_p,0, ..., 0)

Динамическая система может переходить из начального состояния в SS² только если ненулевые начальные значения A_q задаются не менее чем для двух компонент вектора a, однако в этих случаях система может также достигать и состояние SS¹. Т.е. существуют пары, тройки и т.п. бифуркационных значений A_q^{*}: если A_q < A_q^{*}, то система переходит в SS¹, в противном случае – в SS².





Состояния и траектории движения динамической системы в пространстве скалярных функций (R^1, R^2) . Координаты стационарных состояний $1 - SS^1$, $2 - SS^3$, $3 - SS^3$, треугольники – начальные состояния системы с конечным состоянием в SS^1 , квадраты – начальные состояния с конечным состоянием в SS^2 , линии – соответствующие траектории, крест – начальное состояние системы при **a** = (α^* , ..., α^*), α^* - бифуркационное значение.



$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -k_1 x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{k_2 x_7}{k_3 + x_7} + \frac{k_4 x_8}{k_5 + x_8} + \frac{k_6 x_6}{k_7 + x_6} x_2 - k_8 x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= k_8 x_2 - \frac{k_9 x_3}{k_{10} + x_3} x_4 \\ \frac{dx_4}{dt} &= \frac{k_{11} x_7^2(t-\tau)}{k_{12} + x_7^2(t-\tau)} + \frac{k_{13} x_8}{k_{14} + x_8} + \frac{k_{15} x_6}{k_{16} + x_6} + k_{17} x_3 - \frac{k_{18} k_{19}}{k_{19} + x_3} x_4 + k_{20} x_5 - k_{21} x_4 \\ \frac{dx_5}{dt} &= \frac{k_{18} k_{19}}{k_{19} + x_3} x_4 - k_{20} x_5 - k_{21} x_5 \\ \frac{dx_6}{dt} &= k_{22} \frac{k_{23}}{k_{23} + x_7} x_2 + k_{24} \frac{k_{25}}{k_{25} + x_7} x_4 + k_{26} x_5 - k_{27} x_6 \\ \frac{dx_7}{dt} &= k_{26} x_1 + k_{29} x_2 + (k_{30} x_4 + k_{31} x_5) \frac{x_7}{k_{32} + x_7} - k_{33} x_7 \\ \frac{dx_8}{dt} &= \frac{k_{34} x_1^2}{k_{35} + x_1^2} + (k_{36} x_4 + k_{37} x_5) \frac{x_8}{k_{38} + x_8} - k_{39} x_8 \\ \frac{x_1(t_0)=1}{x_1(t_0)=1}, \\ x_1(t_0)=1, \\ x_1(t_0)=0, (i=2, \dots, 6, 8), \\ x_7(\theta)=0, \theta \in [t_0 - \tau, t_0]. \end{aligned}$$

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ 2. СВОЙСТВА





Динамика обезразмеренных плотностей клеток иммунной системы и концентраций TNFα, TGF-в и PDGF в ядре раневого повреждения. Линии: сплошные – решение модели 2, штрихпунктирные красные – решение модели 1.

Предложенная модель может описывать динамику в.о. в условиях, приближенных к некоторым известным патологическим состояниям.



Динамика обезразмеренных плотностей клеток иммунной системы и концентраций медиаторов воспаления в ядре раневого повреждения. Линии: сплошные – нормальное течение острого воспаления, штрих-пунктирные – неэффективный эффероцитоз, пунктирные – тромбоцитемия, серые пунктирные – тромбоцитопения, штриховые – апластическая анемия. Время t представлено в днях после повреждения (30 дней). Исследование зависимости решения от начальных условий



Гистограмма бифуркационных значений. Синий цвет – модели 1, зеленый – модель 2.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ 3



 $\frac{dx_1}{dt} = -k_1 x_1$ $\frac{dx_2}{dt} = \frac{k_2 x_7}{k_2 + x_7} + \frac{k_4 x_8}{k_7 + x_9} + \left(\frac{k_6 x_9}{k_7 + x_9} + \frac{k_8 x_6}{k_9 + x_6}\right) x_2 - \frac{k_{10} x_{11}}{k_{11} + x_{11}} x_2 - k_{12} x_2$ $\frac{dx_3}{dt} = \frac{k_{10}x_{11}}{k_{11} + x_{11}}x_2 + k_{12}x_2 - \frac{k_{13}x_3}{k_{11} + x_2}x_4$ $\frac{dx_4}{dt} = \frac{k_{15}x_7^2(t-\tau)}{k_{16} + x_7^2(t-\tau)} + \frac{k_{17}x_8}{k_{18} + x_8} + \frac{k_{19}x_6}{k_{20} + x_6} + k_{21}x_3 - \frac{k_{22}k_{23}}{k_{23} + x_3}x_4 + k_{24}x_5 - k_{25}x_4$ $\frac{dx_5}{dt} = \frac{k_{26}x_{12}}{k_{27} + x_{12}}x_5 + \frac{k_{22}k_{23}}{k_{22} + x_2}x_4 - k_{24}x_5 - k_{25}x_5$ $\frac{dx_6}{dt} = k_{26} \frac{k_{27}}{k_{27} + x_7} \frac{k_{28}}{k_{28} + x_7} x_2 + k_{29} \frac{k_{30}}{k_{20} + x_{12}} \frac{k_{31}}{k_{21} + x_7} \frac{k_{32}}{k_{22} + x_{11}^{0.2}} x_4 + k_{33} x_5 - k_{34} x_6$ $\frac{dx_7}{dt} = k_{35}x_1 + k_{36}x_2 + (k_{37}x_4 + k_{38}x_5)\frac{x_7}{k_{33} + x_7} - k_{40}x_7$ $\frac{dx_8}{dt} = \frac{k_{41}x_1^2}{k_{12} + x_1^2} + (k_{43}x_4 + k_{44}x_5)\frac{x_8}{k_{47} + x_8} - k_{46}x_8$ $\frac{dx_9}{dt} = k_{47} \frac{k_{48}}{k_{48} + x_7} \frac{k_{49}}{k_{49} + x_{11}} x_2 + k_{50} \frac{k_{51}}{k_{51} + x_{12}} \frac{k_{52}}{k_{52} + x_7} \frac{k_{53}}{k_{52} + x_7} x_4 + k_{54} x_5 - k_{55} x_9$ $\frac{dx_{11}}{dt} = k_{56} \frac{k_{57}}{k_{57} + x_7} \frac{k_{58}}{k_{58} + x_{11}} x_2 + k_{59} \frac{k_{60}}{k_{60} + x_{12}} x_4 + \frac{k_{61}k_{62}}{k_{62} + x_{12}} \frac{x_7}{k_{63} + x_7} x_4 + k_{64}x_5 - k_{65}x_{11}$ $\frac{dx_{12}}{dt} = k_{66}x_4 + \frac{k_{67}x_7}{k_{69} + x_7}x_4 + k_{69}\frac{k_{70}}{k_{70} + x_{12}}x_5 - k_{71}x_{12}$

Начальные условия: $x_1(t_0)=1,$ $x_i(t_0)=0, (i=2,...,6,8,...,12),$ $x_7(\theta)=0, \ \theta \in [t_0-\tau,t_0].$

x₁ – плотность активных тромбоцитов
 x₂ – плотность активных нейтрофилов,
 x₃ – плотность нейтрофилов, умерших путем апоптоза
 x₄ – плотность макрофагов фенотипа M1
 x₅ – плотность макрофагов фенотипа M2
 x₆ – концентрация TNF-α
 x₇ – концентрация TGF-β
 x₈ – концентрация интерлейкина IL-1β
 x₁₁ – концентрация интерлейкина IL-6
 x₁₂ – концентрация интерлейкина IL-10

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ 3. СВОЙСТВА





Динамика обезразмеренных плотностей клеток иммунной системы и концентраций медиаторов воспаления в ядре раневого повреждения. Линии: сплошные – нормальное течение острого воспаления, штрих-пунктирные – неэффективный эффероцитоз, пунктирные – тромбоцитемия, серые пунктирные – тромбоцитопения, штриховые – апластическая анемия. Время t представлено в днях после повреждения (25 дней).

Исследование зависимости решения от начальных условий



Гистограмма бифуркационных значений. Синий цвет – модели 1, красный – модель 3.



МОДЕЛИРОВАНИЕ БОЛЕВОЙ РЕАКЦИИ НА АСЕПТИЧЕСКОЕ ВОСПАЛЕНИЕ

концентрация нейропептида SP
$$\rightarrow$$

концентрация нейропептида CGRP \rightarrow

концентрация нейротрофина NFG \rightarrow

плотность тучных клеток \rightarrow

концентрация фибриногена \rightarrow

плотность T-лимфоцитов \rightarrow

 $\frac{dSP}{dt} = f_1(M_{ast}) + f_2(Fgen) + f_3(CGRP) - k_{SP}SP$

 $\frac{dCGRP}{dt} = f_4(CGRP) + f_5(M_{ast}) + f_6(T_{lympth}) - k_{CGRP}CGRP$

 $\frac{dNGF}{dt} = f_8(M_{ast}) - k_{NGF}NGF$

 $\frac{dM_{ast}}{dt} = f_{11}(SP, M_{ast}) - f_{14}(NGF, M_{ast}) - k_{M_{ast}}M_{ast}$

 $\frac{dFgen}{dt} = f_{15}(SP) + -k_{Fgen}Fgen$

 $\frac{dT_{lympth}}{dt} = f_{18}(SP, T_{lympth}) + f_{19}(IL1\beta) + f_{20}(CGRP, T_{lympth}) - k_{T_{lympth}}T_{lympth}$

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БОЛЕВОЙ РЕАКЦИИ НА АСЕПТИЧЕСКОЕ

воспаление

$$\begin{aligned} \frac{dx_{15}}{dt} &= q_1 x_{15} + (q_2 x_{18} + q_3 x_{19}) \frac{x_{15}}{q_4 + x_{15}} + \frac{q_5 x_{16}^2}{q_6^2 + x_{16}^2} - q_7 x_{15} \\ \frac{dx_{16}}{dt} &= q_8 \frac{x_6^2}{q_9^2 + x_6^2} x_{16} + (q_{10} x_{18} + q_{11} x_{20} + q_{12} (x_4 + x_5)) \frac{x_{16}^2}{q_{13}^2 + x_{16}^2} - q_{14} x_{16} \\ \frac{dx_{17}}{dt} &= q_{15} \frac{x_6^2}{q_{16}^2 + x_6^2} x_{18} + \frac{q_{17} x_8}{q_{18} + x_8} + \frac{q_{19} x_9}{q_{20} + x_9} - q_{21} x_{17} \\ \frac{dx_{18}}{dt} &= q_{22} \frac{x_{15}^2}{q_{23}^2 + x_{15}^2} x_{18} + \frac{q_{24} x_8}{q_{25} + x_8} + \frac{q_{26} x_9}{q_{27} + x_9} - q_{28} \frac{x_{17}}{q_{29} + x_{17}} x_{18} - q_{30} x_{18} \\ \frac{dx_{19}}{dt} &= q_{31} \frac{x_{15}}{q_{32} + x_{15}} + q_{33} \frac{x_1}{q_{34} + x_1} + q_{35} \frac{x_{11}}{q_{36} + x_{11}} - q_{37} x_{19} \\ \frac{dx_{20}}{dt} &= q_{38} \frac{x_{15}}{q_{39} + x_{15}} x_{20} + (q_{40} x_4 + q_{41} x_5) \frac{x_9}{q_{42} + x_9} + q_{43} \frac{x_{16}}{q_{44} + x_{16}} x_{20} - q_{45} x_{20} \end{aligned}$$

x₁₅ – концентрация нейропептида SP
 x₁₆ – концентрация нейропептида CGRP
 x₁₇ – концентрация нейротрофина NGF
 x₁₈ – плотность тучных клеток
 x₁₉ – концентрация фибриногена
 x₂₀ – плотность Т-лимфоцитов

Начальные условия: $x_{15}(t_0)=0.223,$ $x_{16}(t_0)=0.17,$ $x_{17}(t_0)=0.137,$ $x_{18}(t_0)=0,$ $x_{19}(t_0)=0.001,$ $x_{20}(t_0)=0.$











 x_{17}







Конференция

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ 4



 $\frac{dx_1}{dt} = -k_1 x_1$ $\frac{dx_2}{dt} = \frac{k_2 x_{15}}{k_3 + x_{15}} x_2 + \frac{k_4 x_{16}}{k_5 + x_{16}} x_2 + \frac{k_7 x_8}{k_8 + x_8} + \left(\frac{k_9 x_9}{k_{10} + x_9} + \frac{k_{11} x_6}{k_{12} + x_6}\right) x_2 - \frac{k_{13} x_{11}}{k_{14} + x_{11}} x_2 - k_{15} x_2$ $\frac{dx_3}{dt} = \frac{k_{16}x_{11}}{k_{18} + x_{11}}x_2 + k_{18}x_2 - \frac{k_{19}x_3}{k_{20} + x_2}x_4$ $\frac{dx_4}{dt} = \frac{k_{21}x_{15}}{k_{22} + x_{15}} + \frac{k_{23}x_{16}}{k_{24} + x_{16}} + \frac{k_{25}x_8}{k_{26} + x_6} + \frac{k_{27}x_6}{k_{29} + x_6} + k_{36}x_3 - \frac{k_{29}x_4}{k_{29} + x_7} + k_{31}x_5 - k_{32}x_4$ $\frac{dx_5}{dt} = \frac{k_{33}x_{16}}{k_{34} + x_{16}} + \frac{k_{35}x_4}{k_{36} + x_3} - k_{37}x_5 - k_{38}x_5$ $\frac{dx_6}{dt} = \frac{k_{39}}{k_{40} + x_{11}} \frac{x_{15}}{k_{41} + x_{15}} x_2 + \frac{k_{42}}{k_{42} + x_{12}^{0.2}} \frac{x_{15}}{k_{44} + x_{15}} x_4 + k_{45} x_5 - k_{46} x_6$ $\frac{dx_8}{dt} = \frac{k_{47}x_1^2}{k_{49} + x_1^2} + (k_{49}x_4 + k_{50}x_5)\frac{x_8}{k_{51} + x_9}\frac{x_{15}}{k_{52} + x_{15}} + \frac{k_{53}x_{18}}{k_{54} + x_{19}} - k_{55}x_8$ $\frac{dx_9}{dt} = \frac{k_{56}}{k_{57} + x_{15}} \frac{x_{15}}{k_{59} + x_{15}} x_2 + \frac{k_{59}}{k_{59} + x_{92}^{0.2}} x_4 + k_{61} x_5 - k_{62} x_9$ $\frac{dx_{11}}{dt} = \frac{k_{63}}{k_{64} + x_{11}} x_2 + k_{65} x_4 + k_{66} x_5 - k_{67} x_{11}$ $\frac{dx_{15}}{dt} = q_1 x_{15} + (q_2 x_{18} + q_3 x_{19}) \frac{x_{15}}{q_1 + x_{15}} + \frac{q_5 x_{16}^2}{q_1^2 + x_{15}^2} - q_7 x_{15}$ $\frac{dx_{16}}{dt} = q_8 \frac{x_6^2}{a_1^2 + x_1^2} x_{16} + (q_{10}x_{18} + q_{11}x_{20} + q_{12}(x_4 + x_5)) \frac{x_{16}^2}{a_{12}^2 + x_{16}^2} - q_{14}x_{16}$ $\frac{dx_{17}}{dt} = q_{15} \frac{x_6^2}{a_{12}^2 + x_6^2} x_{18} + \frac{q_{17}x_8}{a_{18} + x_8} + \frac{q_{19}x_9}{a_{20} + x_9} - q_{21}x_{17}$ $\frac{dx_{18}}{dt} = q_{22} \frac{x_{15}^2}{a_{22}^2 + x_{27}^2} x_{18} + \frac{q_{24}x_8}{a_{25}^2 + x_8} + \frac{q_{26}x_9}{a_{27}^2 + x_9} - q_{28} \frac{x_{17}}{a_{29}^2 + x_{17}} x_{18} - q_{30}x_{18}$ $\frac{dx_{19}}{dt} = q_{31}\frac{x_{15}}{q_{22} + x_{17}} + q_{33}\frac{x_1}{q_{24} + x_1} + q_{35}\frac{x_{11}}{q_{26} + x_{11}} - q_{37}x_{19}$ $\frac{dx_{20}}{dt} = q_{38} \frac{x_{15}}{a_{20} + x_{15}} x_{20} + (q_{40}x_4 + q_{41}x_5) \frac{x_9}{a_{42} + x_0} + q_{43} \frac{x_{16}}{a_{44} + x_{45}} x_{20} - q_{45}x_{20}$

Начальные условия: $x_i(t_0)=0, (i=2,...,6,8,...,14),$ $x_7(\theta)=0, \ \theta \in [t_0-\tau,t_0],$ $x_1(t_0)=1, x_{15}(t_0)=0.223, x_{16}(t_0)=0.17, x_{17}(t_0)=0.137, x_{18}(t_0)=0, x_{19}(t_0)=0.001, x_{20}(t_0)=0.$





$$\begin{split} \frac{dx_1}{dt} &= -k_1 x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -k_1 x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{k_2 x_{15}}{k_3 + x_{15}} x_2 + \frac{k_4 x_{16}}{k_5 + x_{16}} x_2 + \frac{k_6 x_7}{k_7 + x_7} + \frac{k_8 x_8}{k_9 + x_8} + \frac{k_{10} x_{10}}{k_{11} + x_{10}} + \left(\frac{k_{12} x_9}{k_{13} + x_9} + \frac{k_{14} x_6}{k_{15} + x_6}\right) x_2 - \frac{k_{16} x_{11}}{k_{17} + x_{11}} x_2 - k_{18} x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= \frac{k_{19} x_{11}}{k_{20} + x_{11}} x_2 + k_{21} x_2 - \frac{k_{22} x_3}{k_{23} + x_3} x_4 \\ \frac{dx_4}{dt} &= \frac{k_{24} x_{15}}{k_{25} + x_{15}} + \frac{k_{26} x_{16}}{k_{27} + x_{16}} + \frac{k_{28} x_7^2 (t - \tau)}{k_{29} + x_7^2 (t - \tau)} + \frac{k_{30} x_8}{k_{31} + x_8} + \frac{k_{32} x_6}{k_{33} + x_6} + \frac{k_{34} x_{14}^2}{k_{35} + x_{14}^2} + k_{36} x_3 - \frac{k_{37} x_4}{k_{38} + x_3} + k_{39} x_5 - k_{40} x_4 \\ \frac{dx_5}{dt} &= \frac{k_{41} x_{16}}{k_{42} + x_{16}} + \frac{k_{43} x_{12}}{k_{44} + x_{12}} x_5 + \frac{k_{45} x_4}{k_{46} + x_3} - k_{47} x_5 - k_{48} x_5 \\ \frac{dx_6}{dt} &= \frac{k_{49} x_{13}}{k_{50} + x_{13}} x_6 + \frac{k_{51}}{k_{52} + x_7} \frac{k_{53}}{k_{54} + x_{11}} \frac{x_{15}}{k_{55} + x_{15}} x_2 + \frac{k_{56}}{k_{57} + k_{57} x_{12}} \frac{k_{59}}{k_{59} + x_7} \frac{k_{60}}{k_{61} + x_{11}^{k_{52}}} \frac{x_{15}}{k_{63} + x_{15}} x_4 + k_{64} x_5 - k_{65} x_6 \\ \frac{dx_7}{dt} &= k_{66} x_1 + k_{67} x_2 + \frac{x_{15}}{k_{68} + x_{15}} (k_{69} x_4 + k_{70} x_5) \frac{x_7}{k_7 + x_7} - k_{72} x_7}{\frac{x_7}{k_7} + x_8} \frac{k_{19} x_{18}}{k_{80} + x_{18}} - k_{81} x_8} \\ \frac{dx_6}{dt} &= \frac{k_{72} x_1^2}{k_{93} + x_7 x_8} \frac{k_{84}}{k_{55} + x_{15}} x_2 + \frac{k_{87}}{k_{89} + x_{12}} \frac{k_{99} x_{18}}{k_{90} + x_7} - k_{72} x_7} \\ \frac{dx_1}{dt} &= k_{96} x_4 + k_{97} x_5 + \left(\frac{k_{98} x_9}{k_{95} + x_{11}} \frac{k_{10} x_6}{k_{99} + x_9} + \frac{k_{100} x_6}{k_{10} + x_6}\right) x_{10} - k_{102} x_{10} \\ \end{array}$$



Начальные условия: $x_i(t_0)=0$, (i=2,...,6,8,...,14), $x_7(\theta)=0$, $\theta \in [t_0-\tau,t_0]$, $x_1(t_0)=1$, $x_{15}(t_0)=0.223$, $x_{16}(t_0)=0.17$, $x_{17}(t_0)=0.137$, $x_{18}(t_0)=0$, $x_{19}(t_0)=0.001$, $x_{20}(t_0)=0$.

 $\frac{dx_{11}}{dt} = \frac{k_{103}}{k_{104} + x_7} \frac{k_{105}}{k_{106} + x_{11}} x_2 + \frac{k_{107}}{k_{108} + x_{12}} \left(1 + \frac{k_{109}x_7}{k_{110} + x_7}\right) x_4 + k_{111}x_5 - k_{112}x_{11}$ $\frac{dx_{12}}{dt} = k_{113} \left(1 + \frac{x_7}{k_{114} + x_7} \right) x_4 + \frac{k_{108} + x_{12}}{k_{115} x_{12}} x_5 - k_{117} x_{12}$ $\frac{dx_{13}}{dt} = \frac{k_{118} x_6}{k_{119} + x_6} x_4 + \frac{k_{120} x_6}{k_{121} + x_6} \frac{x_{15}}{k_{122} + x_{15}} x_2 - k_{123} x_{13}$ $\frac{dx_{14}}{dt} = k_{124}x_4 + k_{125}x_5 - k_{126}x_5$ $\frac{d\tilde{x}_{15}}{dt} = k_{127}x_{15} + (k_{128}x_{18} + k_{129}x_{19})\frac{x_{15}}{k_{130} + x_{15}} + \frac{k_{131}x_{16}^2}{k_{132}^2 + x_{16}^2} - k_{133}x_{15}$ $\frac{dx_{16}}{dt} = \frac{k_{134}x_6^2}{k_{135}^2 + x_6^2}x_{16} + (k_{136}x_{18} + k_{137}x_{20} + k_{138}(x_4 + x_5))\cdot\frac{x_{16}^2}{k_{139}^2 + x_{16}^2} - k_{140}x_{16}$ $\frac{dx_{17}}{dt} = \frac{k_{141}x_6^2}{k_{142}^2 + x_6^2}x_{18} + \frac{k_{143}x_8}{k_{144} + x_8} + \frac{k_{145}x_9}{k_{146} + x_9} - k_{147}x_{17}$ $\frac{dx_{18}}{dt} = \frac{k_{148}x_{15}^2}{k_{149}^2 + x_{15}^2}x_{18} + \frac{k_{150}x_8}{k_{151} + x_8} + \frac{k_{152}x_9}{k_{153} + x_9} - \frac{k_{154}x_{17}}{k_{155} + x_{17}}x_{18} - k_{156}x_{18}$ $\frac{dx_{19}}{dt} = \frac{\overline{k_{157}}x_{15}}{\overline{k_{158}} + x_{15}}x_{19} + \frac{k_{159}x_1}{\overline{k_{160}} + x_1} + \frac{k_{161}x_{11}}{\overline{k_{162}} + x_{11}} - k_{163}x_{19}$ $\frac{dx_{20}}{dt} = \frac{k_{164}x_{15}}{k_{165} + x_{15}}x_{20} + (k_{166}x_4 + k_{167}x_5)\frac{x_9}{k_{168} + x_9} + \frac{k_{169}x_{16}}{k_{170} + x_{16}}x_{20} - k_{171}x_{17}$

 x_{11} – концентрация интерлейкина IL-6 x_{12} – концентрация интерлейкина IL-10 x_{13} – концентрация интерлейкина IL-12 x_{14} – концентрация хемокина MIP-1 α x_{15} – концентрация нейропептида SP x_{16} – концентрация нейропептида CGRP x_{17} – концентрация нейротрофина NGF x_{18} – плотность тучных клеток x_{19} – концентрация фибриногена x_{20} – плотность Т-лимфоцитов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ 5



Предложенная модель может описывать динамику воспалительного ответа в условиях, приближенных к некоторым известным патологическим состояниям:

- при неэффективном эффероцитозе процесс удаления макрофагами умерших путем апоптоза нейтрофилов нарушается;
- тромбоцитемия сопровождается чрезмерной выработкой тромбоцитов;
- тромбоцитопения сопровождается снижением количества тромбоцитов;
- 4) при апластической анемии нарушается выработка всех трех типов клеток крови.





Экспериментальные данные:

- 1 Nagaraja S. et al // The Journal of Immunology. 2017.
- 2 Bystrom J., et al // Blood. 2008.
- 3 Pan S. et al // Scientic Reports. 2018.
- 4 Mori R. et al // The FASEB Journal. 2002.
- 5 Antoniades H. N., et al // J. Clin. Invest. 1994.
- 6 Yang L. et al // American Journal of Pathology. 1999.

7 – Leal E. C., et al // American Journal of Pathology. 2015.

- 8 Matsuda H. et al // Journal of Experimental Medicine // 1998.
- 9 Emson P. C. et al // The Journal of Physiology // 1989.
- 10 Canesso M. C. et al // The Journal of Immunology // 2014.

11 – Szpaderska A.M. et al // Journal of Investigative Dermatology // 2003.

Динамика обезразмеренных плотностей клеток иммунной системы, концентраций медиаторов воспаления, концентраций SP, CGRP, NGF, фибриногена и Т-лимфоцитов в ядре раневого повреждения. Линии: сплошные – нормальное течение острого воспаления, штрих-пунктирные – неэффективный эффероцитоз, пунктирные – тромбоцитемия, серые пунктирные – тромбоцитопения, штриховые – апластическая анемия. Время t представлено в днях после повреждения (20 дней). 21/23



- Разработана иерархия оригинальных математических моделей динамики биохимических процессов про заживлении асептической раны.
- Показано, что численные решения математических моделей достаточно хорошо на количественном и качественном уровне согласуются с экспериментальными данными в центральной зоне кожной раны (in vivo).
- Показано, что модели способны адекватно описывать изменения в сценарии воспаления при наиболее распространенных нарушениях функций клеток крови или ее клеточного состава. При этом соответствующие условия реализации этих сценариев моделировались с помощью варьирования некоторых параметров.
- Обнаружена мультистабильность динамических систем в окрестности биологически значимых решений и соответствующего им диапазона значений параметров. Показано, что в зависимости от начальных условий модели описывают не только состояние условной нормы (при отсутствии раны) и классический острый воспалительный ответ на повреждение, но и его переход в хроническую форму.



Конференция Женщины в математике

Новосибирск, Россия

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

Михаханова Татьяна Сергеевна

2 курс магистратуры ММФ НГУ, кафедра математического моделирования

Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук О. Ф. Воропаева





•настоящая наука

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР В АКАДЕМГОРОДКЕ