Равновесие в моделях торговли с инвестициями в НИОКР при монополистической конкуренции: ситуация автаркии.

Сергеева Валерия Евгеньевна

21 июня 2023

Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент Быкадоров И.А.

Объект исследования и цель работы

Объект исследования:

- Модель международной торговли двух стран при монополистической конкуренции производителей; производственные издержки содержат инвестиции в НИОКР.

Цель работы:

- Сравнительная статика равновесия по транспортным издержкам в ситуации автаркии.

История вопроса

Модель монополистической конкуренции производителей (Dixit A. and Stiglitz J., Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity, American Economic Review, 1977) в случае международной торговли (Krugman P.R., Increasing returns, monopolistic competition, and international trade, Journal of International Economies, 1979) дополненная ситуацией, когда предельные издержки производителей являются убывающими функциями от инвестиций в НИОКР.

Математический аппарат основан на идеях работ:

- Zhelobodko E., Kokovin S., Parenti M. and Thisse J.F. Monopolistic competition in general equilibrium: Beyond the Constant Elasticity of Substitution, Econometrica, 2012
- Kokovin S., Molchanov P., Bykadorov I., Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade: Revisiting Gains from Trade, Journal of International Economics, 2022

План исследования

Исследование состоит из нескольких этапов:

- сформулировать задачу потребителя
- сформулировать задачу производителя
- описать состояние равновесия
- провести сравнительную статику по транспортным издержкам
- проанализировать полученные результаты

Модель: размер рынка, зарплата, масса фирм

- L - количество одинаковых потребителей в большой стране B
- l - количество одинаковых потребителей в малой стране S, $l \leq L$
- труд – единственный производственный фактор, т.е. потребление, выпуск, цены и т. д. измеряются в труде
- каждый потребитель наделён одной единицей труда
- Ω - зарплата в стране B, $\Omega > 1$
- $\omega = 1$ - зарплата в стране S
- N - количество (масса) фирм в стране B
- n - количество (масса) фирм в стране S

Потребитель: индивидуальное потребление, цены

Внутренние потребление:

- $X_i = X(i)$ – количество товара, произведенного в стране B фирмой $i \in [0, N]$ и потребленное жителем страны B
- $x_i = x(i)$ – количество товара, произведенного в стране S фирмой $i \in [0, n]$ и потребленное жителем страны S

Импортное потребление:

- $Z_i = Z(i)$ – количество товара, произведенного в стране B фирмой $i \in [0, N]$ и потребленное жителем страны S
- $z_i = z(i)$ – количество товара, произведенного в стране S фирмой $i \in [0, n]$ и потребленное жителем страны B

$p^{X_i}, p^{Z_i}, p^{x_i}, p^{z_i}$ - соответствующие цены

Потребитель: элементарная функция полезности

Элементарная функция полезности $u : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$:

- $u(0) = 0$
- $0 < u'(\xi) < +\infty, \quad \forall \xi \geqslant 0$
- $-\infty < u''(\xi) < 0, \quad \forall \xi \geqslant 0$

Задача потребителя в стране B : $\begin{cases} \int\limits_{i\in[0,N]} u(X_i)\,di + \int\limits_{i\in[0,n]} u(z_i)\,di \to \max\limits_{\mathbf{X},\mathbf{z}} \\ \int\limits_{i\in[0,N]} p^{X_i}\cdot X_i di + \int\limits_{i\in[0,n]} p^{z_i}\cdot z_i di \le \Omega \end{cases}$

Задача потребителя в стране S : $\begin{cases} \int\limits_{i\in[0,n]} u(x_i)\,di + \int\limits_{i\in[0,N]} u(Z_i)\,di \to \max\limits_{\mathbf{x},\mathbf{Z}} \\ \int\limits_{i\in[0,n]} p^{x_i}\cdot x_i di + \int\limits_{i\in[0,N]} p^{Z_i}\cdot Z_i di \le 1 \end{cases}$

$FOC \Rightarrow$ обратные функции спроса:

$$p(X_i,\Lambda) = \frac{u'(X_i)}{\Lambda}, \quad p(Z_i,\lambda) = \frac{u'(Z_i)}{\lambda}, \quad i \in [0,N]$$

$$p(x_i,\lambda) = \frac{u'(x_i)}{\lambda}, \quad p(z_i,\Lambda) = \frac{u'(z_i)}{\Lambda}, \quad i \in [0,n]$$

где Λ, λ – множители Лагранжа.

Производитель: транспортные и производственные издержки, выпуск

- τ – транспортные издержки "*Iceberg type*" (чтобы продать 1 ед. товара, надо произвести $\tau \geq 1$ ед.)
- выпуски: $Q_i = LX_i + l\tau Z_i \; i \in [0, N]\,, \qquad q_i = lx_i + L\tau z_i \; i \in [0, n]$
- производственные издержки
  - в стране B: $V(Q_i, F) = c(F)\, Q_i + F \quad i \in [0, N]$
  - в стране s: $V(q_i, f) = c(f)\, q_i + f \quad i \in [0, n]$

  где $c'(\cdot) < 0$

- нормализованная выручка: $R(\xi) = u'(\xi) \cdot \xi$

Задачи производителей, прибыли

- прибыль в стране B:

$$\Pi_i = L \cdot \frac{R(X_i)}{\Lambda} + l \cdot \frac{R(Z_i)}{\lambda} - \Omega \cdot V(Q_i, F), \quad i \in [0, N]$$

- прибыль в стране S:

$$\pi_i = L \cdot \frac{R(x_i)}{\lambda} + l \cdot \frac{R(z_i)}{\mathit{\Lambda}} - 1 \cdot V(q_i, f), \quad i \in [0, n]$$

Задача производителя:

$$\Pi_i \to \max_i$$

$$\pi_i \to \max_i$$

Симметричное равновесие: *FOC* и *SOC*

Вектор $\Phi = \begin{pmatrix} X, & Z, & F, & x, & z, & f, & \Lambda, & \lambda, & \Omega \end{pmatrix}$, такой что:

- *FOC* в задаче производителя

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \Pi}{\partial X}, & \frac{\partial \Pi}{\partial Z}, & \frac{\partial \pi}{\partial x}, & \frac{\partial \pi}{\partial z}, & \frac{\partial \Pi}{\partial F}, & \frac{\partial \pi}{\partial f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

- *SOC* в задаче производителя

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial X^2} & \frac{\partial^2 \Pi}{\partial X \partial Z} & \frac{\partial^2 \Pi}{\partial X \partial F} \\ \frac{\partial^2 \Pi}{\partial X \partial Z} & \frac{\partial^2 \Pi}{\partial Z^2} & \frac{\partial^2 \Pi}{\partial Z \partial F} \\ \frac{\partial^2 \Pi}{\partial X \partial F} & \frac{\partial^2 \Pi}{\partial Z \partial F} & \frac{\partial^2 \Pi}{\partial F^2} \end{pmatrix} < 0, \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial f} \\ \frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 \pi}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 \pi}{\partial z \partial f} \\ \frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial f} & \frac{\partial^2 \pi}{\partial z \partial f} & \frac{\partial^2 \pi}{\partial f^2} \end{pmatrix} < 0$$

Симметричное равновесие торговли: свобода входа, балансы по труду, торговый баланс

- условия свободы входа(ноль прибыльности):

$$\Pi = 0,\ \pi = 0$$

- балансы по труду:

$$L = NV\left(Q, F\right),\ l = nV(q, f)$$

- торговый баланс (Импорт = Экспорт):

$$TB \equiv \frac{R(Z)}{V(Q, F)\lambda} - \frac{R(z)}{V(q, f)\Lambda} = 0$$

Симметричное равновесие торговли

$$FOC \Rightarrow \begin{cases} L \cdot \left(\frac{R'(X)}{\Lambda} - \Omega \cdot c(F) \right) = 0 \\ l \cdot \left(\frac{R'(0)}{\lambda} - \Omega \cdot \tau \cdot c(F) \right) = 0 \\ -\Omega(c'(F)\, Q + 1) = 0 \\ l \cdot \left(\frac{R'(x)}{\lambda} - c(f) \right) = 0 \\ L \cdot \left(\frac{R'(0)}{\Lambda} - \tau \cdot c(f) \right) = 0 \\ -(c'(f)\, q + 1) = 0 \end{cases}$$

$$SOC \Rightarrow \begin{cases} r_R(X) > 0 \\ 2LXu''(0) \cdot (\mathcal{E}_c(F) + r_R(X) r_c(F)) - \tau l u'(0) r_R(X) \mathcal{E}_c(F) = A < 0 \\ r_R(x) > 0 \\ 2lxu''(0) \cdot (\mathcal{E}_c(f) + r_R(x) r_c(f)) - \tau L u'(0) r_R(x) \mathcal{E}_c(f) = B < 0 \end{cases}$$

$$FE \Rightarrow \begin{cases} \frac{L \cdot R(X)}{\Lambda} + \frac{l \cdot R(Z)}{\lambda} - \Omega \cdot V(Q, F) = 0 \\ \frac{l \cdot R(x)}{\lambda} + \frac{L \cdot R(z)}{\Lambda} - V(q, f) = 0 \end{cases}$$

$$LB \Rightarrow \begin{cases} N = \frac{L}{V(Q,F)} \\ n = \frac{l}{V(q,f)} \end{cases}$$

$$TB \Rightarrow \left\{ \frac{R(Z)}{V(Q,F)\lambda} - \frac{R(z)}{V(q,f)\Lambda} = 0 \right.$$

Сравнительная статика: автаркия, эластичности, мера Эрроу-Пратта

- Автаркия – состояние, при котором транспортные издержки настолько высоки, что торговля между странами прекращается
  $\Rightarrow Z = z = 0$
- эластичности

$$E_{\psi|\alpha} = \frac{d\psi}{d\alpha} \cdot \frac{\alpha}{\psi}, \qquad \mathcal{E}_{\psi}(\xi) = \frac{\psi'(\xi) \cdot \xi}{\psi(\xi)}$$

- мера Эрроу-Пратта

$$r_{\psi}(\xi) = -\frac{\psi''(\xi) \cdot \xi}{\psi'(\xi)} = -\mathcal{E}_{\psi'}(\xi)$$

Полное дифференцирование по τ системы уравнений равновесия

$$\varphi = \begin{pmatrix} X, & Z, & F, & x, & z, & f, & \Lambda, & \lambda, & \Omega \end{pmatrix}$$

$$\psi(\varphi) \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial \Pi}{\partial X}, & \frac{\partial \Pi}{\partial Z}, & \frac{\partial \Pi}{\partial F}, & \frac{\partial \pi}{\partial x}, & \frac{\partial \pi}{\partial z}, & \frac{\partial \pi}{\partial f}, & \Pi, & \pi, & TB \end{pmatrix}$$

$$\frac{d\psi(\varphi)}{d\tau} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

то есть

$$\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{d\tau} = -\frac{\partial \psi}{\partial \tau},$$

Локальная сравнительная статика: решение системы уравнений

$$E_X = -\frac{\mathcal{E}_c(F)}{r_R(X)} \cdot E_F < 0 \qquad E_x = -\frac{\mathcal{E}_c(f)}{r_R(x)} \cdot E_f < 0$$

$$\frac{dZ}{d\tau} = \frac{L \cdot X \cdot (\mathcal{E}_c(F) + r_R(X) r_c(F))}{l \cdot \tau^2 \cdot r_R(X)} \cdot E_F < 0 \qquad \frac{dz}{d\tau} = \frac{l \cdot x \cdot (\mathcal{E}_c(f) + r_R(x) r_c(f))}{L \cdot \tau^2 \cdot r_R(x)} \cdot E_f < 0$$

$$E_F = \frac{\tau \cdot l \cdot u'(0) \cdot r_R(X)}{A} \cdot (1 - E_\Lambda) < 0 \qquad E_f = \frac{\tau \cdot L \cdot u'(0) \cdot r_R(x)}{B} \cdot (1 + E_\Lambda) < 0$$

$$E_\lambda = 0 \qquad E_\Omega = -E_\Lambda$$

$$E_\Lambda = \frac{\frac{\Omega \cdot \mathcal{E}_R(X)}{A} \cdot (\mathcal{E}_c(F) + r_R(X) \cdot r_c(F)) - \frac{\mathcal{E}_R(x)}{B} \cdot (\mathcal{E}_c(f) + r_R(x) \cdot r_c(f))}{\frac{\Omega \cdot \mathcal{E}_R(X)}{A} \cdot (\mathcal{E}_c(F) + r_R(X) \cdot r_c(F)) + \frac{\mathcal{E}_R(x)}{B} \cdot (\mathcal{E}_c(f) + r_R(x) \cdot r_c(f))}$$

$$-1 < E_\Lambda < 1$$

Локальная сравнительная статика: массы фирм, выпуски, цены

- эластичность выпусков

$$E_Q = r_c(F)E_F < 0 \qquad E_q = r_c(f)E_f < 0$$

- эластичность массы фирм

$$E_N = -\frac{c(F)Q}{V(Q,F)} \cdot E_Q > 0 \qquad E_n = -\frac{c(f)q}{V(q,f)} \cdot E_q > 0$$

- эластичность обратных функций спроса

$$E_{p^X} = -(r_u(X)E_X + E_\Lambda) \qquad E_{p^Z} = \frac{u''(0)\tau}{u'(0)} \cdot \frac{dZ}{d\tau} > 0$$

$$E_{p^x} = -r_u(x)E_x > 0 \qquad E_{p^z} = \frac{u''(0)\tau}{u'(0)} \cdot \frac{dz}{d\tau} - E_\Lambda$$

Локальная сравнительная статика: производство, затраты

- эластичность количества произведенного товара в стране B

$$E_{NQ} = \frac{F}{V(Q,F)} \cdot r_c(F) \cdot E_F < 0$$

- эластичность количества произведенного товара в стране S

$$E_{nq} = \frac{f}{V(q,f)} \cdot r_c(f) \cdot E_f < 0$$

- эластичность затрат на НИОКР в стране B

$$E_{NF} = \frac{\mathcal{E}_{\mathcal{E}_c}(F)}{1 - \mathcal{E}_c(F)} \cdot E_F$$

- эластичность затрат на НИОКР в стране S

$$E_{nf} = \frac{\mathcal{E}_{\mathcal{E}_c}(f)}{1 - \mathcal{E}_c(f)} \cdot E_f$$

Общественное благосостояние

- функции общественного благосостояния

$$W^B = L \cdot (N \cdot u(X) + n \cdot u(z)) \qquad W^S = l \cdot (n \cdot u(x) + N \cdot u(Z))$$

- суммарное общественное благосостояние

$$W = W^B + W^S$$

Локальная сравнительная статика: общественное благосостояние

- производная благосостояния в стране B

$$\frac{dW^B}{d\tau} = \frac{-L \cdot l \cdot \tau \cdot u(X)}{V(Q,F) \cdot X} \left(\frac{\mathcal{E}_u(X)\mathcal{E}_c(F) + \mathcal{E}_R(X) r_R(X) r_c(F)}{\mathcal{E}_c(F) + r_R(X) r_c(F)} - \mathcal{E}_u(X)\mathcal{E}_R(X) \right) \cdot \frac{dZ}{d\tau}$$

- производная благосостояния в стране S

$$\frac{dW^S}{d\tau} = \frac{-L \cdot l \cdot \tau \cdot u(x)}{V(q,f) \cdot x} \left(\frac{\mathcal{E}_u(x)\mathcal{E}_c(f) + \mathcal{E}_R(x) r_R(x) r_c(f)}{\mathcal{E}_c(f) + r_R(x) r_c(f)} - \mathcal{E}_u(x)\mathcal{E}_R(x) \right) \cdot \frac{dz}{d\tau}$$

Анализ полученных результатов

Локальная сравнительная статика по транспортным издержкам τ показывает, что

- количество произведенного товара в каждой стране убывает
- выпуск каждой фирмы убывает
- масса фирм растет
- инвестиции в НИОКР каждой фирмы убывают
- общие инвестиции в НИОКР в каждой стране зависят от поведения $c(\cdot)$ - предельных издержек
- цены на местные и импортные товары в стране S растут

Заключение

- Изучена модель международной торговли двух стран при монополистической конкуренции производителей, а также производственных издержках зависящих от инвестиций в НИОКР.
- Проведена сравнительная статика по транспортным издержкам при ситуации автаркии.
- Установлена монотонность выпуска фирм в каждой стране, массы фирм и затрат на инвестиции в НИОКР каждой фирмы.
- Полученные результаты позволяют исследовать поведение общественного благосостояния вблизи точки автаркии, что может быть темой дальнейшего иссследования.

Спасибо за внимание!