Вопросы к экзамену по курсу
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
доцент Д.А.Троценко, 1 семестр 2003-2004 г.

1. Аксиомы линейного пространства. Примеры. Следствия из аксиом.

2. Линейная зависимость. Независимые семейства и множества. Транзитивность и другие свойства.

3. Базис и размерность пространства. Независимость определения от выбора базиса. Координаты.

4. Теорема об изоморфизме линейных пространств. Координатный изоморфизм.

5. Определение и примеры аффинных пространств.

6. Изоморфизмы аффинных пространств. Координатный изоморфизм.

7. Аффинные подпространства. Направляюще (ассоциированное) подпространство. Теорема о том, что подпространство задается любой своей точкой и направляющим подпространством.

8. Линейная оболочка множества векторов. Теорема о вложении линейных оболочек.

9. Ранг системы векторов. Три определения. Теорема об эквивалентности определений (доказательство – из курса алгебры).

10. Теорема Кронекера - Капелли.

11. Теорема о задании аффинного подпространства системой уравнений.

12. Взаимное расположение подпространств в аффинном пространстве. Единственность подпространства, параллельного данному, проходящего через данную точку.

13. Условие на размерности, достаточное для пересечения подпространств. $(k + l - m \geq n)$.

14. Определение выпуклости. Теорема о выпуклости полупространства.

15. Выпуклый многогранник. Варианты определения. Два определения ограниченного множества. Эквивалентность определений в аффинном евклидовом пространстве.

16. Выпуклая оболочка, ее свойства. Линейная оболочка, аффинная оболочка. Лемма о выпуклой оболочке объединения множеств.

17. Теорема о способе задания выпуклой оболочки конечного множества.

18. Точки в общем положении. k-мерный симплекс. Барицентрические координаты, их независимость от выбора начала.

19. Скалярное произведение. Вычисление в произвольной системе координат. Ортогональность.

20. Длина вектора, ее свойства. Неравенство Коши - Буняковского.

21. Неравенство Минковского.

22. Определение метрического пространства. Введение метрики в аффинном пространстве. Угол.

23. Неравенство треугольника для углов между тремя векторами. Случаи равенства. Сумма углов в треугольнике.

24. Замена переменных в аффинном пространстве. Случаи совпадающих и не совпадающих начал координат.

25. Построение ортонормированного базиса методом Грама - Шмидта.

26. Определитель Грама семейства векторов. Условие линейной зависимости векторов.

27. Ортогональная проекция вектора и точки на подпространство, ее единственность.

28. Лемма о линейной независимости ортогональных векторов.

29. Ориентация. Отношение эквивалентности на множестве базисов. Ориентированное линейное пространство.

30. Определение евклидова пространства. Декартова прямоугольная система координат.

31. Изоморфизм евклидовых пространств.

32. Непрерывная деформация базисов. Теорема о том, что базисы можно совместить при помощи непрерывной деформации. Доказательство при $n = 2$ и $n = 3$. Угол от вектора к вектору. Углы Эйлера.

33. Векторное произведение векторов. Координатное определение. Свойства произведения. Единственность.

34. Бескоординатное определение векторного произведения. Эквивалентность определений.

35. Смешанное произведение векторов.

36. Тождество для двойного векторного произведения.

37. Способы задания прямых и плоскостей в евклидовом пространстве.

38. Линейные отображения. Операции над отображениями. Координаты. Преобразования. Изоморфизм с группой матриц.

39. Аффинные преобразования. Эквивалентность двух определений.

40. Параллельные переносы и гомотетии, их групповые свойства.

41. Изометрии. Эквивалентность двух определений движения. Теорема о том, что движение есть изометрия.

42. Теорема о том, что изометрия евклидова пространства есть движение.

43. Теорема о том, что любое собственное движение можно получить непрерывной деформацией тождественного в классе собственных движений.

44. Классификация движений прямой и плоскости.

45. Определения и канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы.

46. Эллипс, гипербола, парабола как конические сечения.

47. Директориальные свойства эллипса, гиперболы, параболы.

48. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы в полярной системе координат.

49. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.

Программа-минимум. Обязательные знания (без подготовки).

1. Линейная зависимость.

2. Определение аффинного пространства.

3. Различные способы задания прямых и плоскостей в аффинном пространстве.

4. Определения выпуклого множества, ограниченного множества.

5. Скалярное произведение. Вычисление в произвольной системе координат. Угол.

6. Определение евклидова пространства. Декартова прямоугольная система координат.

7. Вычисление векторного и смешанного произведений.

8. Нормальные уравнения прямой и плоскости.

9. Матричная запись векторов. Замена переменных.

10. Движения плоскости. Запись в декартовой системе координат.

11. Определения и канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы.

12. Эллипс, гипербола, парабола как конические сечения.