С. В. Нагаев, Письмо в редакцию, *Теория вероятн. и ее примен.*, 1984, том 29, выпуск 1, 199–200

В моей статье «О скорости сходимости в одной граничной задаче» (XV, 3 (1970), 419—441) нужно сделать ряд исправлений. Последние касаются лемм 16 и 17.

1. В определении $P_{ns}(t, x, \alpha)$ на стр. 433 пропущен множитель $\psi(\theta_1, \theta_2)$.

2. В равенстве (2.66) пропущено слагаемое $P_n(t, x-y)$.

3. В (2.70) пропущен множитель n при $\exp\{-\alpha b(\theta_1, \theta_2)\}$. В связи с этим нужно усилить оценку (2.73). Пусть

$$R(t, x) = S^{-1}\left(\varphi_n(\theta_1, \theta_2)\left(\frac{n(1-e^{-i\theta_1/n})}{i\theta_1} - e^{-i\theta_1/n}\right)\right).$$

Тогда

$$R(t, x) = n\int\limits_{-1/n}^{0}\left(P_n(t-s, x) - P_n\left(t+\frac{1}{n}, x\right)\right)ds.$$

В силу леммы 9 $R(t, x) = O\left(\left(K + \frac{1}{\sqrt{1-t}}\right)c_3^2/\sqrt{n}\right)$.

4. Следует точнее провести оценку первого из интегралов в (2.72), а именно

$$\iint\limits_{s<-\alpha}(P_n(t-s, x-y) - P_n(t-s, x))\, g''_{tt}(s, y)\, ds\, dy =$$

$$= O\left(\int\limits_{\alpha}^{1-t}\left(K + \frac{1}{\sqrt{1-t-s}}\right)(c_3 s^{-3/2} + c_3^2 s^{-2} - n^{-1/2})\, ds\right) =$$

$$= O\left(\left(K + \frac{1}{\sqrt{1-t}}\right)(c_3\alpha^{-1/2} + c_3^2\alpha^{-1}n^{-1/2})\right) + c_3/(1-t) + c_3^2/(1-t)^{3/2}\sqrt{n}.$$

5. В (2.79) пропущен множитель c_3, т. е. вместо c_3 и c_3^2 должно быть соответственно c_3^2 и c_3^3. В связи с этим нужно заменить c_3 на c_3^2 в правых частях (2.81) и (2.84).

6. На стр. 436, 7-я строка снизу, должно быть $c_3\alpha^{-1/2}$ вместо $\alpha^{-1/2}$.

7. В правой части (2.69) вместо $\sqrt{x}$ должно быть $\sqrt{n}$.

8. Малозаметная ошибка допущена в равенстве (2.85). Последнее должно выглядеть следующим образом:

$$\bar{P}_n(t, x) = P_n^{-1}(t, x, n\alpha) + P_n^2(t, x, n\alpha).$$

В равенстве (2.86) нужно заменить $P_n^2(t, x, \alpha)$ на $P_n^2(t, x, n\alpha)$, а в равенстве (2.87) — $P_n^2(t, x, c_3^2/n)$ на $P_n^2(t, x, c_3^2)$.

Кроме того, нужно по-другому оценить $P_n^1(t, x, \alpha)$.

Прежде всего, в силу (2.3)

$$P_n^1(t, x, n\alpha) = n\iint\limits_{-\alpha<s<0}(\Phi_n(t-s, y) + Q_n(t-s, y))\, g(s, x-y)\, ds\, dy, \tag{1}$$

где $Q_n(t, x) = 0$ для $(t, x) \in \bar{G}$ и определяется, как в (2.2), для $(t, x) \in G$.

Оценим сначала $I_1 \equiv -\iint\limits_{-\alpha<s<0}\Phi_n(t-s, y)\, g(s, x-y)\, ds\, dy$. Нетрудно видеть, что

$\Phi_n(t, x) = -P(\xi_n(t, x, m) \in G,\ m = \overline{1, n_t})\, I_{\bar{G}}(t, x) = \Phi_{n1}(t, x) + \Phi_{n2}(t, x)$, где $n_t = [n(1-t)]$, $\Phi_{nk} = \Phi_n I_{G_k}$, $G_k = \{t, x\colon x - g_k(t)(-1)^k \leqslant 0\}$.

Нетрудно видеть, что $\forall x \geqslant g_1(t)$ справедливо $-\Phi_{n1}(t, x) \leqslant \bar{F}_{n_t}((g_1(t) - x)\sqrt{n}, -K/\sqrt{n})$. Отсюда

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Phi_{n1}(t, x)\, dx \leqslant \int\limits_{-\infty}^{0}\bar{F}_{n_t}(x\sqrt{n}, -K/\sqrt{n})\, dx = n^{-1/2}a_{n_t}.$$

Аналогичная оценка верна для $\Phi_{n2}(t, x)$. С другой стороны, $g(s, x-y) = O(|s|^{-1/2})$.

В результате, используя для оценки $\bar{a}_{n_t}$ лемму 4, мы получаем при $\alpha = c_3^2/n$, $t \leqslant$

$\leqslant 1-\alpha$.

$$I_1 = O\left(n^{-1/2}\int\limits_0^\alpha a_{n_{t+s}} s^{-1/2}ds\right) = O\left(n^{-1}\int\limits_0^\alpha\left(K+\frac{1}{\sqrt{1-t-s}}\right)\right)s^{-1/2}ds =$$
$$= O\left(n^{-1}\alpha^{-1/2}\left(K+\frac{1}{\sqrt{1-t}}\right)\right) = O\left(n^{-3/2}c_3\left(K+\frac{1}{\sqrt{1-t}}\right)\right). \tag{2}$$

Аналогично при $t \geqslant 1-\alpha$, $\alpha = c_3^2/n$

$$I_1 = O\left(n^{-1}\int\limits_0^{1-t}\left(K+\frac{1}{\sqrt{1-t-s}}\right)s^{-1/2}ds\right) = O(n^{-1}(K(1-t)^{1/2}+1)) =$$
$$= O\left(n^{-3/2}c_3\left(K+\frac{1}{\sqrt{1-t}}\right)\right).$$

Оценим теперь $I_2 \equiv \iint\limits_{-\alpha<s<0} Q_n(t-s, y)\, g(s, x-y)\, ds\, dy$. Нетрудно видеть, что $I_2 \leqslant$

$\leqslant \int\limits_{\Delta_t} ds \int\limits_{-\infty}^{\infty} g(s, x-y)\, dy$, где $\Delta t = (-\alpha, 0) \cap (t-1, t-1+1/n)$. Отсюда

$$I_2 = \begin{cases} 0, & t \leqslant 1-\alpha-1/n, \\ O(1/n), & t > 1-\alpha-1/n. \end{cases} \tag{3}$$

Из (1) — (3) следует, что

$$P_n^1(t, x, c_3^2) = O\left(\left(K+\frac{1}{\sqrt{1-t}}\right)\frac{c_3}{\sqrt{n}}\right).$$

9. Множитель $1/n$ в остаточном члене в формулировке леммы 17 является лишним. В связи с этим в равенстве на стр. 439, 11-я строка сверху, должно быть

$\ldots = O\left(\int\limits_0^{1/n} ds \int\limits_0^\infty \frac{dx}{s+x^2}\right) = O(n^{-1/2})$, а в формуле (2.96) — $\ldots + O(n^{-1/2} + Kc_3n^{-1})$.

Кроме того, в том же остаточном члене нужно заменить $g_1(1)$ и $g_2(1)$ соответственно на $g_1(1-1/n)$ и $g_2(1-1/n)$.

10. Правая часть равенства (2.89) должна выглядеть следующим образом:

$$\bar{P}_n\left(1-\frac{1}{n}, x\right) = \frac{n}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^{1/n} ds \int\limits_{x-g_1(1-1/n+s)}^{x-g_2(1-1/n+s)} s^{-1/2}e^{-y^2/2s}\, ds.$$

Соответствующие изменения нужно сделать в (2.90), (2.91) и (2.93).

15.II.1983

Нагаев С. В.

In my paper «A remainder term estimate in a random—sum central limit theorem» (Теория вероятн. и ее примен., 1983, т. XXVIII, в. 1, с. 143—149) I made an error which affects one of the constants in Theorem 1. The constant 0.12 in (1.5) and (2.11) should be changed to 1.3. This is due to the fact that the final term in (2.28) has been forgotten in (2.29), but it can be estimated in the following way.

If $(m/\sigma)^2\mathbf{D}^2N/\mathbf{E}N \geqslant 1$ then (2.10) implies

$$A_3(x) \leqslant 1.3\left(\frac{m}{\sigma}\right)^2\frac{\mathbf{D}^2N}{\mathbf{E}N} \leqslant 1.3\left(\frac{m}{\sigma}\right)^4\frac{\mathbf{D}^4N}{(\mathbf{E}N)^2} \leqslant 1.3\left(\frac{m}{\sigma}\right)^4\frac{\mathbf{E}(N-\mathbf{E}N)^4}{(\mathbf{E}N)^2}, \tag{1}$$

so (2.11) holds with the constant 1.3 instead of 0.12. If, on the other hand, $(m/\sigma)^2\mathbf{D}^2N/\mathbf{E}N \leqslant 1$, we obtain from (1) and the inequality $|(1+x)^{-1/2}-1| \leqslant {}^1/_2x$, $x \geqslant 0$,

$$\left|\frac{\sigma\sqrt{\mathbf{E}N}}{\mathbf{D}S_N}-1\right| = \left|\left(1+\left(\frac{m}{\sigma}\right)^2\frac{\mathbf{D}^2N}{\mathbf{E}N}\right)^{-1/2}-1\right| \leqslant \frac{1}{2}\left(\frac{m}{\sigma}\right)^2\frac{\mathbf{D}^2N}{\mathbf{E}N} \leqslant \frac{1}{2},$$