

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ
ИССЛЕДОВАНИЯ

ФИЗИКО-
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
И ТЕХНИЧЕСКИЕ
НАУКИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

Книга утверждена к печати
Объединенным ученым советом
по физико-математическим
и техническим наукам
Сибирского отделения АН СССР

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

акад. *Г. И. Марчук* (отв. редактор), чл.-кор. АН СССР
А. С. Алексеев, акад. *Г. И. Будкер*, канд. физ.-мат.
наук *В. И. Врагов*, канд. техн. наук *В. Т. Дементьев*,
чл.-кор. АН СССР *Н. А. Желтухин*, чл.-кор. АН СССР
М. Ф. Жуков, д-р физ.-мат. наук *Л. Н. Мазалов*, канд.
физ.-мат. наук *С. Г. Попов*, чл.-кор. АН СССР
А. В. Ржанов, акад. *С. Л. Соболев*, чл.-кор. АН СССР
Е. И. Шемякин, акад. *Н. Н. Яненко*

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

(ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ)

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
Новосибирск • 1977

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА
ДЛЯ ЗАДАЧ ЭКОНОМИКИ

*Л. В. Канторович, В. Л. Макаров, В. А. Булавский,
М. И. Вирченко, Р. А. Звягина, А. А. Каплан,
В. А. Кардаш, С. С. Кугателадзе, В. Д. Маршак,
Л. Т. Петрова, А. М. Рубинов, Г. Ш. Рубинштейн,
В. И. Шмырев, М. Я. Яковлева*

Институт математики

Первые математические модели оптимального планирования были предложены и изучены академиком Л. В. Канторовичем в конце 30-х — начале 40-х годов. Этим были заложены основы новой математической дисциплины — линейного программирования, а также основы теории оптимального планирования социалистической экономики — наиболее значительного достижения экономической науки за последние десятилетия.

В Сибирском отделении АН СССР с момента его основания всесторонние исследования в указанных направлениях были развернуты под руководством Л. В. Канторовича в Институте математики. В дальнейшем подобные исследования заняли большое место в работах Института экономики, а также использовались в Институте гидродинамики, Институте катализа и др. Полученные фундаментальные результаты позволили Институту математики за сравнительно короткий срок стать одним из наиболее известных научных центров, ведущих работу в указанных направлениях. Личный вклад Л. В. Канторовича отмечен

присуждением ему в 1965 г. Ленинской, в 1975 г. — Нобелевской премий.

Построенная на основе линейного программирования идеальная модель оптимального планирования социалистической экономики позволила изучить ряд основных экономических закономерностей. При соответствующих допущениях (линейная зависимость выпуска от затрат, бесконечная делимость производственных способов, существование точной математической формулировки глобальной цели общества, абсолютная доступность и достоверность всей информации, неограниченные вычислительные возможности и др.) удалось впервые дать точные математические определения таким важным экономическим понятиям, как оптимум и оптимальный план, общественная полезность, общественно необходимые затраты труда и др. В рамках идеальной модели получают решение проблемы ценообразования и определения других экономических показателей (рента, плата за фонды, показатели эффективности капиталовложений, использование трудовых ресурсов и др.). Указанная глобальная модель породила целый спектр моделей оптимального планирования, детально учитывающих лишь те или иные стороны реального процесса планирования.

Дальнейшее развитие идей, заложенных в идеальной модели оптимального планирования, привело к созданию специального класса моделей развития (или роста) экономики, в которых упор делается на динамику экономических процессов. Это так называемые модели экономической динамики, в которых основным объектом изучения являются траектории развития экономики, как правило, на бесконечном временном интервале. В Институте математики выполнен ряд фундаментальных работ в этом направлении. Развита математический аппарат исследования таких моделей. В частности, в множестве допустимых траекторий развития экономики выделены специальные классы траекторий, которые являются наилучшими (оптимальными) в том или ином смысле. Изучены свойства этих классов, установлены соотношения между ними. Особенно подробно был изучен класс траекторий, называемых магистральями. Магистраль — это оптимальная в том или ином смысле и стационарная в смысле сохранения структурных пропорций траектория. Найден широкий класс моделей экономической динамики, для которых име-

ют место так называемые теоремы о магистрали. Теоремы о магистрали утверждают, что оптимальная траектория, выходящая из произвольного начального состояния, стремится в том или ином смысле к магистрали с увеличением времени. Теория магистралей позволила придать точный смысл таким экономическим понятиям, как оптимальная производственная структура, оптимальное соотношение между потреблением и накоплением, максимальный темп роста экономики, единый норматив эффективности капиталовложений и др. Благодаря теоремам о магистрали критериев оптимальности развития экономических систем удалось разбить на классы эквивалентности и провести определенную классификацию критериев.

Снятие допущения об априорном задании глобальной цели общества, выраженной в том или ином критерии оптимальности (как правило, это некоторая целевая функция), приводит к принципиально другому типу математических моделей экономики. В таких моделях без заданного глобального критерия объектом исследования является, в частности, механизм формирования общей цели из заданных частных целей. Проблема формирования общей цели из частных — одна из центральных в экономической науке и социологии. В Институте математики получены существенные результаты в области математических моделей экономического равновесия, являющихся аппаратом исследования проблемы согласования экономических интересов. Доказаны теоремы существования состояния экономического равновесия для широкого класса моделей. Особенно следует отметить результаты, относящиеся к моделям, учитывающим научно-технический прогресс. Состояние равновесия в классическом смысле для них не существует, т. е., в частности, невозможно установить такие цены на новую продукцию (технику и т. п.), которые были бы одновременно выгодны и производителям и потребителям этой продукции. Однако если принять, что производитель новой продукции, техники и т. д. производит не только эту продукцию саму по себе, но и еще нечто, называемое «внедренным повшеством в соответствующем масштабе», то экономическое равновесие существует.

Результатом исследования задач экономики стало развитие некоторых областей математики. Отметим теорию выпуклых множеств в аффинных пространствах конечной и бесконечной размерности, в частности ряд новых теорем

отделимости, теорию выпуклых и квазивыпуклых функций, а также выпуклых (вогнутых) многозначных отображений и предпорядков. Это привело к возникновению в рамках функционального анализа нового направления — выпуклого анализа, в становление и развитие которого существенный вклад внесли сотрудники института.

В частности, с помощью естественного упорядочения точек выпуклых множеств (граневых строений) удалось получить ряд теорем отделимости для нетелесных выпуклых множеств и уточнить классические результаты относительно отделимости телесных выпуклых множеств.

Разработана геометрическая схема двойственности, с помощью которой при наличии соответствующих теорем отделимости может быть исследован широкий класс задач выпуклой оптимизации, включая экстремальные задачи относительно выпуклых предпорядков и задачи наилучшего приближения.

Решена проблема Фенхеля об условиях преобразуемости квазивыпуклых функций в выпуклые. Изучены важные классы выпуклых многозначных отображений, в частности для них построена спектральная теория. Дальнейшее развитие восходящей еще к Минковскому теории двойственности привело к новым результатам для экстремальных задач теории выпуклых поверхностей.

Получены явные формулы для вычисления линеаризаций негладких выпуклых операторов и соответствующие дифференциальные критерии оптимальности многоцелевых задач.

Разработаны эффективные вычислительные схемы для решения различных классов задач линейного и выпуклого программирования, которые широко используются как в нашей стране, так и за рубежом. В частности, созданы методы и программы для решения задач линейного программирования большого объема с различными типами структур матрицы ограничений. Некоторые из этих программ вошли в действующие автоматизированные системы управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., Изд-во АН СССР, 1959.
2. Л. В. Канторович, В. Л. Макаров. В кн.: Применение математики в экономических исследованиях. Т. III. М., «Мысль», 1965, с. 7.

3. Л. В. Канторович. В кн.: Оптимальное планирование, вып. 8. Новосибирск, 1967, с. 3.
4. В. Л. Макаров. «Сиб. мат. журн.», 1966, т. 7, № 4, с. 832.
5. В. Л. Макаров. «Экономика и мат. методы», 1969, т. 5, № 4, с. 571.
6. В. Л. Макаров, А. М. Рубинов. Математическая теория экономической динамики и равновесия. М., «Наука», 1973.
7. В. Л. Макаров, А. М. Рубинов. «Успехи мат. наук», 1970, т. 25, № 5, с. 126.
8. В. Л. Макаров. ДАН СССР, 1967, т. 231, № 1, с. 35.
9. Г. Ш. Рубинштейн. Конечномерные модели оптимизации. Новосибирск, НГУ, 1970.
10. Г. Ш. Рубинштейн. «Успехи мат. наук», 1970, т. 25, № 5, с. 171.
11. Р. А. Звягина. ДАН СССР, 1971, т. 196, № 4, с. 755.
12. С. С. Кутателазде, А. М. Рубинов. «Успехи мат. наук», 1972, т. 27, № 3, с. 127.
13. В. А. Булавский, Р. А. Звягина, А. А. Каплан, В. И. Шмырев. В кн.: Оптимизация, вып. 13. Новосибирск, 1974, с. 71.