1997 г. март — апрель *т. 52, вып. 2(314)*

УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

СЕМЁН САМСОНОВИЧ КУТАТЕЛАДЗЕ

(к пятидесятилетию со дня рождения)

Второго октября 1995 года исполнилось 50 лет со дня рождения замечательного российского математика Семёна Самсоновича Кутателадзе.

С.С. Кутателадзе – специалист в области функционального анализа, основные сферы его интересов – нелинейный функциональный анализ, теория операторов, нестандартные методы анализа, приложения к геометрии и оптимизации.

Семён Самсонович родился в г. Ленинграде в семье выдающегося советского ученого-теплофизика, академика Самсона Семёновича Кутателадзе. В 1962 году он приехал в Новосибирский академгородок, и с тех пор вся его деятельность связана с Сибирским отделением Академии наук. В 1968 году он с отличием окончил механико-математический факультет Новосибирского государственного университета; в 1970 году защитил кандидатскую диссертацию "Смежные вопросы геометрии и математического программирования" и в 1978 году – докторскую диссертацию "Линейные задачи выпуклого анализа". Работает в Институте математики Сибирского отделения АН СССР с 1968 года, в последние десять лет заведует лабораторией функционального анализа. Он редактор журналов "Сибирский математический журнал", "Siberian Advances in Mathematics." Член редколлегии Трудов Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН. Член Правления Сибирского математического общества, член Американского математического общества.

Среди его публикаций более ста пятидесяти научных работ, в том числе 11 монографий и 7 учебных пособий.

1. Первые научные результаты С.С. Кутателадзе связаны с развитием идей двойственности Г. Минковского в выпуклом анализе. В частности, им описаны положительные функционалы над различными классами выпуклых тел. Комбинация найденных описаний с теорией смешанных объемов и поверхностных функций А.Д. Александрова позволила ему предложить новые методы "программирования" экстремальных задач изопериметрического типа с произвольным числом ограничений, к которым неприменимы классические методы симметризаций. Фактически был предъявлен обширный класс геометрических вариационных задач, решения которых можно выписать в явном виде за счет превращения их в выпуклые программы в подходящих функциональных пространствах. Эти исследования легли в основу монографии "Двойственность Минковского и ее приложения" (Новосибирск: Наука, 1976; совместно с А.М. Рубиновым) и одноименного обзора в "Успехах математических наук".

2. В следующем цикле работ Семёна Самсоновича построена теория границ Шоке в упорядоченных векторных пространствах. Классическая теория Шоке описывала, главным образом, строение максимальных мер Радона. В то же время приложения (теория потенциала, задачи о пробных функциях в теории аппроксимации, задачи геометрии банаховых сфер, задачи теории супремальных генераторов и т.д.) требовали сведений о характеристике максимальных операторов в общем случае. Действительно, в естественном смысле оказываются максимальными такие отображения, как проектор на границу Шоке, интеграл Пуассона и обобщенное решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа, регулярные булевозначные меры, градиенты норм в точках гладкости и т.д. Однако результаты в указанном направлении практически отсутствовали, несмотря на большое число модификаций и обобщений конструкций теории Шоке. Именно в связи с изложенными обстоятельствами Г. Шоке в 1961 году поставил общие задачи о характеристике положительных линейных функционалов, максимальных относительно выделенного конуса в векторной решетке. К сожалению, предложенная схема обладала существенным недостатком – в ней не было места основному объекту теории – границе Шоке.

Основная идея, позволившая выйти из наметившегося кризиса, состояла в том, что граница Шоке в исходной постановке не возникает по сути дела. Граница Шоке есть объект, внешний по отношению к исходному упорядоченному пространству, – это компонента некоторого K-пространства или – более общо – элемент полной булевой алгебры, которая и используется для характеристики максимальных операторов. Таким образом, классическая задача Шоке была расширена до ее естественных пределов. Полученные результаты дали новую информацию даже в случае пространств непрерывных функций. Далее были рассмотрены приложения к абстрактной задаче Дирихле в ее связи с бесконечномерными геометрическими симплексами, к задаче описания обнаруженных новых объектов – супремальных генераторов пространств функций, имеющих значение в теории сходимости аппроксимаций положительными операторами. Эти результаты вошли в монографию “Упорядоченные векторные пространства” (Новосибирск: Наука, 1978; совместно с Г.П. Акиловым) и обзорную статью “Границы Шоке в K-пространствах” (Успехи математических наук, 1975).

3. Крупный цикл работ С.С. Кутателадзе относится к выпуклому анализу, одному из основных разделов прикладного нелинейного анализа. Найдены наиболее общие и полные правила субдифференциального исчисления – явные формулы для пересчета значений и решений выпуклых экстремальных задач при сохраняющих их выпуклость заменах переменных. При этом предложен принципиально новый прием представления произвольного выпуклого оператора как результата аффинной подстановки в конкретный сублинейный оператор (из семейства, нумерующего кардиналы). В литературе используется термин “канонический оператор Кутателадзе”. На основе указанных правил установлен принцип Лагранжа для нового класса задач векторной оптимизации и предложена теория выпуклого ε-программирования. Названные результаты вошли в монографию “Субдифференциальное исчисление” (Новосибирск: Наука, 1987; совместно с А.Г. Кусраевым), в которой, кроме того, широко представлен инструментарий субдифференциального исчисления: техника пространств Канторовича, метод двойственности, нестандартные методы математического анализа. Новые факты теории субдифференциалов, опубликованные в упомянутой монографии, а также в обзорах “Выпуклые операторы” (Успехи математических наук, 1979) и “Локальный выпуклый анализ” (Современные проблемы математики, 1982; совместно с А.Г. Кусраевым), вызвали большой резонанс и неоднократно передоказывались за рубежом со ссылками на отечественный приоритет.

4. Для работ последнего десятилетия характерен синтетический подход к проблемам современного геометрического и нелинейного функционального анализа за счет привлечения идей алгебры и логики, в частности, техники нестандартных моделей теории множеств. С.С. Кутателадзе предложил оригинальные идеи и методы, нашел новые сферы приложений и опубликовал целую серию монографий: “Нестандартные методы анализа” (Новосибирск: Наука, 1990; совместно с А.Г. Кусраевым), “Векторные решетки и интегральные операторы” (Новосибирск: Наука, 1992; совместно с А.В. Бухваловым и др.), “Субдифференциалы. Теория и приложения” (Новосибирск: Наука, 1992; совместно с А.Г. Кусраевым), “Nonstandard Methods of Analysis" (Dordrecht: Kluwer, 1994; with A.G. Kusraev), "Subdifferentials: Theory and Applications" (Dordrecht: Kluwer, 1995; with A.G. Kusraev) и обзорных статей "Установки нестандартного анализа" (Труды Института математики СО АН СССР, 1989), "Credenda of Nonstandard Analysis" (Siberian Advances in Mathematics, 1991), "Nonstandard methods for Kantorovich spaces" (Siberian Advances in Mathematics, 1992, with A.G. Kusraev), "Boolean-valued introduction to the theory of vector lattices" (in: Third Siberian School: Algebra and Analysis, AMS: Providence, 1995, with A.G. Kusraev). Перечислим лишь некоторые из его основных результатов указанного периода, получивших международное признание.

Дано полное описание модулей над решеточно-упорядоченными кольцами, в которых сохраняются теоремы типа Хана–Банаха (иначе говоря, можно использовать теорию двойственности топологических векторных пространств или метод линейного программирования). Такими оказались пространства Канторовича, рассматриваемые над почти рациональными кольцами своих ортоморфизмов. Приведенный результат объясняет роль гипотезы "делимость продуктов" в математической экономике. Другие приложения найденное описание нашло в теоремах типа Крейна–Мильмана для некомпактных (что принципиально) множеств операторов и в булевозначном анализе.

Удачное комбинирование идей теории положительных операторов и субдифференциального исчисления позволило найти новые общие формулы проектирования на главные компоненты в пространствах регулярных операторов, свободные от принятых в литературе условий на порядково сопряженное пространство. Основная идея такова. Осколки положительного оператора U – суть крайние точки порядкового отрезка $[0, U]$. Последнее множество совпадает с субдифференциалом в нуле (опорным множеством) ∂P сублинейного оператора $P(x) := Ux^{+}$. Тем самым, изучение осколков положительного оператора сводится к описанию экстремальной структуры субдифференциалов. Разработка соответствующего подхода решает, в частности, и задачу о крайнем продолжении положительного оператора.

С помощью подходящей адаптации и развития нестандартных методов анализа (техника спусков и подъемов, теория циклических монад, комбинирование нестандартных моделей) решены разнообразные сложные задачи геометрического и прикладного функционального анализа: дана принципиально новая классификация односторонних приближений кларковского типа для произвольных множеств и установлены соответствующие правила подсчета инфинитезимальных касательных; предложен нестандартный подход к приближенному решению выпуклых программ, базирующийся на теории внутренних множеств Э. Нельсона, в форме теории инфинитезимального программирования и т.п.

Последние работы С.С. Кутателадзе относятся к разработке современных методов анализа, основанных на одновременном использовании различных логических формализмов.

5. Много лет Семён Самсонович ведет педагогическую деятельность на кафедре математического анализа механико-математического факультета Новосибирского государственного университета. Более пятнадцати лет он бессменный лектор по функциональному анализу. С самого начала он приступил к перестройке курса функционального анализа. Чутко уловив серьезные качественные сдвиги, происшедшие в современном функциональном анализе, и сохранив лучшие традиции знаменитого "Канторовича–Акилова", он создал новый учебник по функциональному анализу: "Основы функционального анализа" (Новосибирск: Наука, 1983, и второе, дополненное издание – Новосибирск: Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, 1995), вобравший в себя многолетний опыт преподавания этого предмета. Семён Самсонович более четверти века постоянно руководит научной работой дипломников и аспирантов, консультирует докторантов. Среди его учеников около двадцати кандидатов и два доктора наук.

В последние годы проявилось давнее увлечение Семёна Самсоновича, связанное с мастерским владением английским языком. При его активном участии было организовано издание на английском языке серии трудов Института математики СО РАН и образована группа специалистов, обеспечивших перевод на английский язык Сибирского математического журнала. Одним из результатов лингвистической деятельности Семёна Самсоновича явилось оригинальное эссе "Russian $\to$ English in Writing. Советы эпизодическому переводчику", вышедшее несколькими изданиями в последние годы.

Свое пятидесятилетие Семён Самсонович встречает в расцвете творческих сил. Он, как всегда, полон энергии, целеустремлен, увлекается и увлекает других, генерирует вокруг себя интеллектуальное поле большой притягательной силы. Коллеги, друзья, ученики поздравляют его с юбилеем и желают крепкого здоровья, внутреннего и внешнего благополучия, неиссякаемого творческого накала и дальнейших нестандартных свершений.

А. Д. Александров, О. А. Ладыженская, Ю. Г. Решетняк