



monad

VOLUME 3, NUMBER 2

En 1990 Maison d'Editions "Nauka" publie un livre
KUSRAEV A.G., KUTATELADZE S.S. "Les méthodes non-standards de
l'analyse"

Par une préface: "Les méthodes non-standards..."

Les méthodes non-standards de l'analyse dans la compréhension
actuelle consiste en utilisation de deux modèles différents -
"standard" et "non-standard" - d'une théorie des ensembles pour
l'étude des objets mathématiques concrets et des problèmes. Les
méthodes pareilles se développaient essentiellement dans les
dernières trente ans et se sont formés à présent en quelques di-
rections des recherches. Les directions principales sont l'ana-
lyse infinitésimale et l'analyse booléenne.

La première de ces directions d'après son fondateur A. Robin-
son on nomme souvent à l'aide du terme bien que manqué mais
expressif - l'analyse non-standard (on dit le plus souvent
actuellement l'analyse classique ou l'analyse non-standard de
Robinson). L'analyse infinitésimale se caractérise par une
large utilisation longtemps connues dans la pratique des sciences
naturelles mais défendues depuis longtemps dans la mathématique
du XX^e siècle des conceptions liées aux idées sur les quantités
infinies et infiniment petites. L'analyse non-standard de Robin-
son se développe impétueusement et il a déjà apporté les change-
ments principaux au système des idées mathématiques générales.
Avant tout cela est lié à ce qu'on propose ici un nouveau sens
des méthodes infinitésimaux des indivisibles ascendant à la haute
antiquité et on a fait la synthèse des manières d'aborder les
problèmes du calcul différentiel et du calcul intégral proposés

par les fondateurs. De nos jours l'analyse infinitésimale se répand largement et pénètre dans tous les domaines de la mathématiques contemporaine. Dans ce rapport les plus importants changements se passent à présent dans l'analyse non-lisse, dans la théorie des probabilités et celle de la mesure, dans la théorie qualitative des équations différentielles et dans l'économie mathématique.

L'analyse booléenne se caractérise par une utilisation large des termes: descente et ascendance, enveloppe cyclique et mixing, B-ensembles et représentations des objets dans les modèles. Le développement de cette direction dont le devenir est lié aux travaux illustres de P.G.Kouin de l'hypothèse du continu a mené en principe aux idées nouvelles et aux résultats dans la série des directions de l'analyse fonctionnelle et avant tout dans la théorie des espaces de Kantorovitch, dans la théorie des algèbres de Fon Neimann dans l'analyse convexe et dans la théorie des mesures vectorielles.

Pendant le travail sur ce livre nous nous orientons vers le lecteur qui comme nous-même tend à apprendre les nouvelles méthodes pour la solution des problèmes analytiques. Telle orientation a conditionné les certaines particularités de la structure et du caractère de ce précis. En considération de la différence du niveau des exigences formelles nécessaires pour maîtriser l'analyse infinitésimale et booléenne, nous avons jugé nécessaire composer in livre de deux parties ayant rassuré leur indépendance relative ce qui est souligné par le choix du numérotage indépendant des parties. En premier lieu nous avons planifié d'insérer

l'analyse des méthodes non-standards synthétiques et d'élargir essentiellement le cercle des suppléments analytiques concrets. Le volume qui a vite augmenté et a dépassé en mesure planifiée nous a fait remettre nos projets jusqu'à l'autre occasion. En même temps au choix de la liste des publications qui ne prétend d'aucune façon d'être complète, nous avons conservé des références liées aux projets premiers. Nous tachions d'insérer des publications nous bien connues qui comprennent les indications considérables historiques et bibliographiques".

TABLE DES MATIERES: PARTIE I. L'ANALYSE INFINITESIMALE.

1. L'excursion dans l'histoire de l'analyse mathématique.
 2. Les éléments naïf des méthodes infinitésimaux.
 3. Les formalismes théoriquement multiples de l'analyse non-standard.
 4. Les monades en topologie générale.
 5. Infinitésimales et subdifférentielles.
- PARTIE II. L'ANALYSE BOOLEENNE.
1. Universum des ensembles.
 2. Universum booléen.
 3. Les foncteurs de l'analyse booléenne.
 4. L'analyse booléenne des structures algébriques.
 5. Les réalisations booléennes dans l'analyse fonctionnelle.

Loeb measure further simplified

Perry Smith

Mathematical Reviews

P.O. Box 8604, Ann Arbor, MI 48107-8604

(313) 996-5275

PBS@math.ams.com

Abstract. The Loeb measure construction (Loeb [1975]) is a major tool in nonstandard analysis. The purpose of this expository paper is to explain this construction in the simplest possible way. Tom Lindstrøm [1988], following Hrbáček [1979] and Stroyan/Bayod [1986], gave a simple "pedestrian" approach to Loeb measures (bypassing the use of the Carathéodory measure extension theorem in the original development). We rearrange Lindstrøm's development (without adding anything new) to make it even simpler and more in the spirit of nonstandard analysis: as in the nonstandard treatment of the Riemann integral, we use single nonstandard approximations with infinitesimal error instead of sequences of approximations with errors decreasing to zero. (This simplified approach has also been found independently, and extended to vector-valued Loeb measures, by Horst Osswald ["Vector valued Loeb measures and the Lewis integral", to appear in Math. Scand.]. We are indebted to Tom Lindstrøm for providing us with this reference and making other helpful comments on an earlier draft of this paper.)