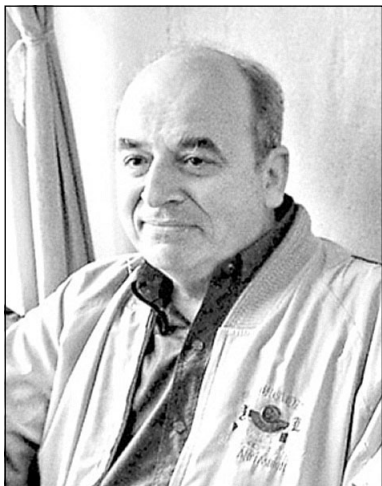


Нестандартному анализу 50 лет

Термин «нестандартный анализ» возник 50 лет назад. Так была озаглавлена статья Абрахама Робинсона (1918—1974), в которой он доказал, что представления об актуальных бесконечно больших и бесконечно малых величинах никак не противоречат современным математическим воззрениям. В самом конце 2011 г. в издательстве «Наука» вышла книга «Инфинитезимальный анализ: избранные темы», написанная Е.И. Гордоном, А.Г. Кусраевым и С.С. Кутателадзе, отразившая ряд последних исследований этой математической технологии.



С.С. Кутателадзе, профессор

Нестандартный анализ — прямой наследник инфинитезимального анализа Ньютона, Лейбница и Эйлера, он реабилитировал и демистифицировал актуальные бесконечности в математике и естествознании, вернул многие интеллектуальные достижения прошлого в науку наших дней. Век Просвещения — эпоха микроскопа и телескопа, царство бесконечно больших и бесконечно малых величин, поиск божественного промысла в лучшем из миров. Математика Просвещения — инфинитезимальный анализ, основанный на свободном синтезе идей актуальных и потенциаль-

но бесконечных величин и процессов. Упрощённый взгляд на математику, основанный на эпсилон-дельтизме, изгнал идею актуальной бесконечности. Тем самым математика была обеднена, оторвана от своей истории и противопоставлена практике естествознания.

В середине XX века методы Эйлера объявлялись нестрогими или даже неверными. Временные трудности в обосновании были абсолютизированы, и достижения Эйлера стали трактовать как гениальные, но недоказанные озарения. Математик — тот, кто отличает доказанное от недоказанного. Табу на инфинитезимальные выводы Эйлера из числа математиков. Фактически Эйлер как математик был реабилитирован только в рамках нестандартного анализа. Включение наследия Эйлера в современную парадигму математики — выдающийся вклад нестандартного анализа наших дней.

Нестандартный анализ расположен на стыке классических исчислений и современной математической логики. Нестандартный анализ породил нестандартную теорию множеств, основанную на использовании нового первичного неопределяемого объекта — предиката стандартности. Фактически математика вернулась к своим античным истокам, в которых она базировалась на двух первичных понятиях — точки и монады. При этом нестандартный анализ обогатил технику математических доказательств принципами идеализации и стандартизации. Технологии нестандартного анализа существенно облегчают доказательства, так как содержат приёмы, позволяющие уменьшать

сложность кванторных приставок. На этом пути возникла современная математическая монадология.

Источником идей Лейбница служили геометрические воззрения античности, которыми он восторгался с детства. Монада Евклида — математический инструмент исчисления, парный атому геометрии — точке. Математика Евклида — произведение человеческого духа. Монады Лейбница, вскормленные его мечтой о *calculus*, — универсальный инструмент творения, познание которого приобщает человека к божественному замыслу. Точка и монада в древности — независимые формы, представления о неделимых началах фигур и чисел. Обе идеи прочно встроены в концепцию универсального атомизма. В основе первичного представления о прямой с самого начала лежит её двойственная — дискретно-непрерывная — природа. Лейбниц придал древней геометрической идее универсальное сакральное значение.

Обозреть распространение идей нестандартного анализа не представляется возможным, равно как же невозможно обзор приложений дифференциального исчисления или теории вероятностей. Робинсоновский формализм используется в математической экономике, менеджменте, гидродинамике, моделировании, программировании, оптимизации. Формализм теории внутренних множеств Эдварда Нельсона существенно расширил и обогатил методологию и сферу приложений нестандартного анализа. Новая парадигма связана с переменной

точки зрения на классический континуум. В теории Нельсона инфинитезимально живут внутри единичного интервала, а не в его нестандартном расширении. Нельзя не отметить реабилитацию частотного подхода Мизеса, осуществленную Нельсоном в его концепции «радикальной элементарной теории вероятности».

Математика обязана постоянно приспосабливать себя к общим парадигмам науки. Нестандартный анализ завершает догматический этап развития идей древнего математического атомизма подобно тому, как воображаемая геометрия Лобачевского завершила догматический этап развития евклидовой геометрии. XX век ознаменован освобождением человечества от тирании единообразия. Наполненный гремучей смесью триумфов гения и злодейства, присущих популяции *Homo sapiens*, XX век останется в истории не эпохой лютой ненависти и каннибализма, а периодом освобождения человечества от фатализма, категоричности, абсолютизма и доминирования. Нестандартный анализ возрождает на новом этапе диалектические представления древних о строении математических объектов, возвращает к извечным проблемам мышления, освобождает от предвзятости и зазнайства. В этом его неизбывная гуманистическая ценность.

Нестандартный анализ — продукт и источник свободы. Курт Гёдель писал в 1973 году: «Есть хорошие основания полагать, что нестандартный анализ в той или иной версии станет анализом будущего».