

О томе математико-экономических работ Л. В. Канторовича

Академик Леонид Витальевич Канторович (1912–1986) — выдающийся математик и экономист, лауреат Сталинской (1949), Ленинской (1965) премий и Нобелевской премии по экономике (1975).

В 1926 г. поступил в Ленинградский университет. С 1930 — аспирант и действительный член Научно-исследовательского института математики и механики ЛГУ (по 1940 г.), с 1932 — доцент, а с 1934 по 1960 г. (с перерывом в 1941–1944 гг.) — профессор ЛГУ. Основные научные достижения Л. В. Канторовича связаны именно с периодом его работы в Ленинградском университете. Он является основателем ленинградских научных школ в области функционального анализа, вычислительной математики и математической экономики и инициатором (впервые в СССР) подготовки в университете специалистов по вычислительной математике (с 1948 г.) и экономической кибернетике (с 1958 г.).

В настоящий том включены 17 пионерских работ Л. В. Канторовича по математическому программированию и математической экономике, выполненных им в 1938–1960 гг. Некоторые из этих работ были опубликованы своевременно, однако большая их часть — с опозданием на 10–15 лет (или вовсе не были опубликованы по идеологическим причинам). Эти издания давно стали библиографической редкостью, что само по себе оправдывает их переиздание. Однако документированная публикация этих работ с указанием времени их написания необходима еще и для подтверждения приоритета российской науки в области оптимизационного подхода в исследовании экономики и уяснения роли и места Л. В. Канторовича в развитии мировой науки.

Следует также заметить, что в двухтомник избранных математических работ Л. В. Канторовича¹⁾, вышедший в 1996 г., ни одна из предлагаемых к изданию работ не вошла, хотя именно благодаря этим работам его имя столь широко известно.

Перечислим эти работы.

1. Математические методы организации и планирования производства.

Работа вышла в издательстве ЛГУ в 1939 г. тиражом 1000 экз. и представляет расширенную стенограмму доклада, сделанного Л. В. Канторовичем в мае 1939 г. Эта работа содержит изложение нового математического аппарата, впоследствии получившего название «линейного программирования». Работа переиздавалась с довольно значительными, но несущественными изменениями в 1959 г. в сборнике

¹⁾Selected Works. Part 1: Descriptive Theory of Sets and Functions. Functional Analysis in Semi-Ordered Spaces / Ed. by S. S. Kutateladze. — London: Gordon and Breach, 1996. — 374 p. Selected Works. Part 2: Applied Functional Analysis. Approximation Methods and Computers / Ed. by S. S. Kutateladze and J. V. Romanovsky. — Amsterdam: Gordon and Breach, 1996. — 394 p.

«Применение математики в экономических исследованиях». Она была переведена на китайский (1959), польский (1960), итальянский (1961) и др. языки. Публикация английского перевода этой работы в 1960 г. в *Management Science* вызвала сенсацию в США, а Л. В. Канторовичу был присужден почетный диплом Американского общества Исследования Операций, как автору лучшей работы 1960 г. в области исследования операций.

2. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов.

Книга вышла в 1959 г. тиражом 3000 экз., а в 1960 г. была допечатка тиража — 6000 экз. Более книга не переиздавалась, хотя сам Л. В. Канторович несколько раз приступал к подготовке такого переиздания, но так его и не осуществил. Книга сразу же вызвала громадный интерес как в СССР, так и на Западе и стала основанием для присуждения Ленинской и Нобелевской премий. Была переведена на английский, испанский, польский, румынский, сербский, словацкий, французский и японский языки. Ее выход вызвал целый поток рецензий и аналитических статей, хвалебных на Западе и ругательных — обвинения в антимарксизме — в России. Тем не менее она оказала огромное влияние на формирование взглядов многих молодых в то время экономистов, о чем неоднократно говорили академики Аганбегян, Анчишкин, Петраков, Шаталин и др., и тем самым и на развитие экономической науки в СССР и социалистических странах.

Основной текст книги написан Л. В. Канторовичем в 1942 г. При издании в 1959 г. в текст внесены определенные изменения, связанные либо с необходимостью его осовременить, либо по цензурным соображениям. При наборе мы выделили в тексте издания 1959 г. то, что относится к 1942 г., а те куски, которые не вошли в издание, поместили в примечания. При этом была учтена проделанная самим Л. В. Канторовичем работа по подготовке переиздания. Такой способ переиздания нам представляется в наибольшей степени учитывающим волю самого автора, который, в частности, писал: «Мне хотелось бы опубликовать работы по возможности в первоначальном виде, с небольшими изменениями и дополнениями, так как тот факт, что они выдержали испытание временем, является также известным доводом в их пользу, но не знаю, удастся ли это». В цитируемом письме А. Н. Колмогорову, датированном апрелем 1957 г., речь идет о предполагавшемся в 1957 г. издании в ЛГУ этой и других работ Л. В. Канторовича начала 40-х годов.

Существенным представляется и другое соображение. Фундаментальным фактом экономической теории является следующее утверждение: для того чтобы экономика находилась в оптимальном по Парето состоянии, необходимо и достаточно существования неотрицательных равновесных цен для этого состояния. Этот факт был установлен американскими экономистами в начале 50-х годов и считается одним из блестящих достижений. Доказательство этого факта оказалось возможным именно благодаря появлению линейного программирования. Но это утверждение, хотя чуть иначе сформулированное, фактически содержится в тексте Л. В. Канторовича 1942 г.

3. Показатели работы предприятий нуждаются в пересмотре.

Критическая записка, подготовленная Л. В. Канторовичем либо в конце 1942 г., либо в начале 1943 г. Хотя формально эта записка никак не связана с «Экономи-

ческим расчетом наилучшего использования ресурсов», содержательно она существенно опирается на него и может рассматриваться как приложение к предыдущей работе. При жизни автора работа не публиковалась, было два малотиражных издания в 1993 и 2002 гг.²⁾.

4. Об исчислении общественно-необходимого времени в условиях социалистического производства.

Работа написана в 1943 г. с целью дать идеологически приемлемую трактовку объективно обусловленным оценкам, введенным в «Экономическом расчете наилучшего использования ресурсов». Была направлена в журнал «Под знаменем марксизма», получила «кисло-сладкий» отзыв Л. Б. Альтера, датированный мартом 1944 г. (второй рецензент отзыв давать побоялся). В мае 1945 г. статья была возвращена автору «в связи с закрытием журнала». С 1957 г. Л. В. Канторович в течение 3-х лет добивался ее напечатания в «Вопросах экономики», пока, наконец, ее в сильно урезанном виде и с другим названием удалось опубликовать³⁾. Полностью эта работа никогда не печаталась.

5. Применение математических методов в вопросах анализа грузопотоков.

Вышедшая в 1949 г. в сборнике «Проблемы повышения эффективности работы транспорта» тиражом 2,5 тыс. экз. совместная статья Л. В. Канторовича и М. К. Гавурина «Применение математических методов в вопросах анализа грузопотоков» никогда не переводилась и не переиздавалась. Была написана в 1940 г. и тогда же (в декабре 1940 г.) впервые направлена в печать в журнал «Железнодорожный транспорт». 26 февраля 1941 г. докладывалась в Доме ученых. И сама работа, где впервые во всей полноте, включая детальное описание метода решения, рассмотрена наиболее показательная из задач линейного программирования, и десятилетняя история ее публикации представляют значительный интерес. В архиве Л. В. Канторовича сохранилась длительная переписка с различными изданиями в связи с публикацией этой работы.

Десятилетняя задержка с публикацией тем более обидна, что за то время, пока статья моталась по редакциям, ее содержание во многом было переоткрыто. Правда, американские работы еще не были доступны — исследования по линейному программированию, начавшиеся с 1947 г., оформлялись, как правило, в виде внутренних отчетов Rand Corporation (Американские ВВС). Так что первой развернутой публикацией стал появившийся только в 1951 г. сборник статей под редакцией Тьялинга Купманса “Activity analysis of production and allocation”. Установлению приоритета Л. В. Канторовича отчасти способствовала короткая заметка в Докладах АН «О перемещении масс» 1942 г., в которой Леонид Витальевич, помимо более общего и математически важного содержания, сформулировал квинтэссенцию

²⁾Оптимизация: сб. тр. [Ин-та математики СО АН СССР]. — Новосибирск, 1991. — Вып. 50 (67) [К 80-летию академика Л. В. Канторовича. Часть II]. — С. 16–44. Леонид Витальевич Канторович: человек и ученый: в 2 т. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, фил. «Гео», 2002. — Т. 1. — С. 375–396.

³⁾Об исчислении производственных затрат // *Вопр. экономики*. — 1960. — № 1. — С. 122–134.

и этой работы — теорему о потенциалах и указание на метод решения. Кроме того, там была и ссылка на нее, как на находившуюся в то время в печати.

Т. Купманс, получивший в 1957 г. от Л. В. Канторовича вместе с брошюрой «Математические методы организации и планирования производства» и экземпляр этой работы, в предисловии к публикации перевода брошюры в *Management Science*⁴⁾ так оценивал их значимость: «Обе статьи являются исключительными документами в истории науки управления, линейного программирования и экономической теории вообще. В статье 1949 г. обсуждаются однопродуктовая и многопродуктовая транспортные модели (в том числе с пустыми вагонами), модель с сетью ограниченной пропускной способности, а также приложение этих моделей к железнодорожной сети вокруг Москвы».

6. Подбор поставов, обеспечивающих максимальный выход пилопродукции в заданном ассортименте.

В своих воспоминаниях «Мой путь в науке», рассказав о трудностях, возникших с публикацией его работы по транспортной задаче, Л. В. Канторович далее говорит, что «примерно такая же судьба постигла» и статью о «рациональном раскрое древесины на пиловочник наиболее высокой ценности. Она пролежала в редакции журнала «Лесная промышленность» до 1949 г. и только тогда вышла в свет, — это был год, когда я, правда за другие работы, получил Государственную премию».

Работа была выполнена, по крайней мере, уже к весне 1940 г. и направлена в журнал «Механическая обработка древесины» (ее публикация предполагалась в № 8 за 1940 г.), но затем по каким-то причинам была отвергнута. В начале 1941 г. Л. В. Канторович направил ее в редакцию «Лесной промышленности», она получила хвалебный отзыв и должна была выйти в майском номере журнала. Начавшаяся война надолго задержала ее выход.

Помимо новизны своего содержания работа интересна еще и тем, что показывает, насколько глубоко Л. В. Канторович вникал в технические детали конкретных областей приложения. В его архиве сохранились материалы о реальных задачах, связанных с лесопилением, которыми он занимался в начале 40-х гг., а также переписка по поводу публикации.

7. Об одном эффективном методе решения некоторых классов экстремальных проблем.

Короткая заметка в Докладах АН СССР (1940. — Т. 28, № 3. — С. 212–215). Первое изложение математической сути решения задач на краевой экстремум (математического программирования).

8. О перемещении масс.

Заметка в Докладах АН СССР (1942. — Т. 37, № 7/8. — С. 227–229). Излагается бесконечномерный аналог транспортной задачи.

Коротко рассказав о трудной судьбе статьи о транспортной задаче, Л. В. Канторович далее вспоминает: «К счастью, я сделал абстрактный вариант этой задачи —

⁴⁾ Koopmans T. C. A Note about Kantorovich's Paper, Mathematical Methods of Organizing and Planning Production // *Management Science*. — July 1960. — N 4.

заметку о перемещении масс в компактном метрическом пространстве, в которой был и критерий и метод потенциалов. В конце приводилось две задачи — задача о железнодорожных перевозках (со ссылкой на находящуюся в печати нашу статью с М. К. Гавуриным) и задача о выравнивании площади аэродрома, которая также носит прикладной характер. Эта работа, опубликованная в 1942 г. на русском и английском языках, по-видимому, была первой, из которой специалисты на Западе узнали о моих работах по линейному программированию, но это произошло только в начале 50-х гг.».

Т. Купманс, в течение нескольких лет разыскивавший эту работу, прочтя ее, писал 12 ноября 1956 г.: «Дорогой профессор Канторович. Недавно мне представился случай ознакомиться с экземпляром Вашей статьи «О перемещении масс» в Докладах Академии Наук СССР за 1942 г. Мне сразу стало ясно, что частью Вы развивали параллельно, но в большей части предвосхитили развитие транспортной теории в США, которое началось в период с 1941 г. и продолжается по настоящее время. Я прилагаю к письму краткий перечень наиболее важных статей, появившихся в американской литературе . . . В то же время я хотел бы отметить, что Ваша краткая статья в замечательно сжатой форме содержит математическое существо того, что содержится в этих работах».

Перевод этой работы был в 1958 г. опубликован в *Management Science*.

Работа замечательна еще и тем, что в ней впервые введена так называемая метрика Монжа — Канторовича, исследование которой было развито в более поздних статьях (1957 и 1958 гг.), совместных с Г. Ш. Рубинштейном⁵⁾. Эта метрика нашла многочисленные приложения в теории вероятностей, эргодической теории, статистической физике и даже в космологии и широко используется в современной математике. Сюда же примыкает одностраничная заметка в «Успехах математических наук», в которой на основании теоремы 1942 г. в «два слова» решается классическая проблема Монжа о перемещении грунта⁶⁾.

9. О методах анализа некоторых экстремальных планово-производственных задач⁷⁾.

Работа фактически выполнена в 1941 г. и ее основные результаты докладывались на научной сессии ЛГУ 12 мая 1941 г. Содержит математическое исследование тех моделей экономики, которые словесно описаны в «Экономическом расчете наилучшего использования ресурсов».

10. Рациональные методы раскроя металла.

Наиболее ранняя из публикаций о прикладных задачах линейного программирования, которыми занимался Л. В. Канторович⁸⁾. Никогда не переиздавалась и, наверняка, недоступна современному читателю. В дальнейшем идеи этой работы

⁵⁾Об одном функциональном пространстве и некоторых экстремальных задачах // Докл. АН СССР. — 1957. — Т. 115, № 6. — С. 1058–1061; Об одном пространстве вполне аддитивных функций // Вестн. ЛГУ. — 1958. — № 7. Математика. Механика. Астрономия. Вып. 2. С. 52–59.

⁶⁾Об одной проблеме Монжа // Успехи мат. наук. — 1948. — Т. 3, вып. 2. — С. 225–226.

⁷⁾Докл. АН СССР. — 1957. — Т. 115, № 3. — С. 441–444.

⁸⁾«Производственно-технический бюллетень Наркомата боеприпасов СССР» (ДСП). — 1942. — № 7/8. — С. 21–29.

(и частично текст) были использованы в совместной с В. А. Залгаллером книге о раскрое 1951 г.

11. Об одном эффективном методе решения экстремальных задач для квадратичных функционалов⁹⁾.

Основные результаты работы докладывались на семинаре отдела приближенных вычислений МИАН 21 октября 1943 г. В работе предлагается градиентный метод — метод наискорейшего спуска — для нахождения минимума квадратичного функционала, идея которого восходит еще к Коши. Тут же обсуждаются и способы реализации этого метода в широком круге различных математических задач, к которым он может быть применен. Как указывается в самой работе, «хотя изложение данного метода принято независимое, но он связан с общими концепциями автора, относящимися к трактовке экстремальных проблем». Аналогичный метод был предложен в работе Р. Куранта 1943 г., но им не был указан ключевой его момент — выбор длины шага в направлении градиента.

12. Функциональный анализ и прикладная математика.

Обзорный доклад о цикле работ Л. В. Канторовича по применению функционального анализа в вычислительной математике, сделанный на научной сессии ЛГУ 4 ноября 1947 г. и опубликованный в «Вестнике ЛГУ»¹⁰⁾. Этот цикл работ был отмечен первой премией университета «за лучшую научную работу 1947 г.» (приказ от 25.02.48) и Сталинской премией 1949 г. В этом докладе значительное место уделено оптимизационным задачам.

13. Расчет рационального раскроя промышленных материалов.

Перепечатаны наиболее интересные параграфы (в частности, все математические приложения) из совместной с В. А. Залгаллером книги, вышедшей в 1951 г.¹¹⁾ и отражающей результаты конкретной работы, которую провели под руководством Л. В. Канторовича его сотрудники, прежде всего В. А. Залгаллер, на ряде ленинградских заводов по внедрению методики рационального раскроя. Эта работа стала первым в мире масштабным применением линейного программирования в реальных производственных условиях, и, несмотря на высокую размерность многих из возникавших задач, их удавалось решать, не располагая в то время вычислительными машинами. В книге впервые методы решения соответствующих задач линейного программирования были детально описаны, и хотя ее появление совпало по времени с первыми американскими публикациями по линейному программированию, она является убедительной демонстрацией того, насколько работы, проводимые Канторовичем, опережали в то время американские разработки. И она же является убедительной демонстрацией того, что советская экономическая система была абсолютно невосприимчива к нововведениям.

Книга интересна еще и тем, что в ней, помимо линейного программирования, фактически используются идеи и динамического программирования и метода «ветвей и границ».

⁹⁾ Докл. АН СССР. — 1945. — Т. 48, № 7. — С. 483–487.

¹⁰⁾ Вестн. ЛГУ. — 1948. — № 6. — С. 3–18.

¹¹⁾ Л.: Газ.-журн. и кн. изд-во, 1951. — 198 с.

14. О некоторых функциональных уравнениях, возникающих при анализе однопродуктовой экономической модели¹²⁾.

Эта совместная с Л. И. Горьковым работа открывает довольно важную тему в математико-экономических исследованиях Л. В. Канторовича, к которой он неоднократно обращался в дальнейшем на протяжении почти всей жизни. Подобного же рода модели почти в то же время стали объектом исследований и на Западе.

15. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений¹³⁾.

Эта работа является одной из последних математических работ Л. В. Канторовича и содержит ряд оригинальных предложений, относящихся к вычислительной математике. Она представляет несколько дополненный текст докладов, прочитанных автором в мае 1962 г. в Ленинградском и Новосибирском университетах и в Московском математическом обществе. Содержащиеся в ней идеи близки к развиваемым в других работах этого сборника.

16. Математические и вычислительные проблемы в планово-экономических вопросах.

В 1957 г. после вынужденного долгого молчания о своих экономических работах Л. В. Канторович получает, наконец, возможность рассказать о них в разных аудиториях. Среди текстов десятка таких выступлений, сохранившихся в его архиве, и публикуемый доклад, сделанный 3.12.1957 г. на научной сессии ЛГУ. Его текст, в отличие от многих остальных, был очень квалифицированно записан и отредактирован.

17. О некоторых математических проблемах экономики промышленности, сельского хозяйства и транспорта. I.

Судя по воспоминаниям Л. В. Канторовича, публикуемая рукопись относится, скорее всего, к осени 1938 г.

В. Л. Канторович, С. С. Кутателадзе, И. В. Романовский

¹²⁾ Докл. АН СССР. — 1959. — Т. 129, № 4. — С. 732–735.

¹³⁾ Сиб. мат. журн. — 1962. — Т. 3, № 5. — С. 701–709.