

С.С. Кутателадзе

СТИЛЬ ЕВКЛИДА И «БУРБАКИЗМ»

НОВОСИБИРСК

СТИЛЬ ЕВКЛИДА И «БУРБАКИЗМ»

СОДЕРЖАНИЕ

Апология Евклида	3
Бурбакизм и «бурбакизм»	6
Апология отступлений	11
Фантом лысенкоизма	12
Приложение. Apology of Euclid	14

АПОЛОГИЯ ЕВКЛИДА

Во многих популярных дискуссиях о математике и принципах ее преподавания в ругательном смысле часто звучит термин «бурбакизм». Приводятся расхожие анекдоты о коммутативности сложения как методе вычислений и о поразительном складывании числителей и знаменателей. Профессиональные математики и педагоги делятся на враждующие группы, обсуждая с упорством и непримиримостью схоластов средневековья «проблему натуральности нуля» или право первенства между понятиями «больше», «больше или равно» и «строго больше». Все рассказы и филиппики против «бурбакизма» в преподавании милы и местами верны, однако связаны с известным недоразумением.

Полезно иметь в виду, что никакого преподавателя Бурбаки не было. Стоит также помнить, что трактат Бурбаки «Начала математики» написан в подражание трактату «Начала» Евклида. Стиль Бурбаки это в точности стиль Евклида.

Серьезная критика книг Бурбаки основывается на претензиях к их содержанию, а не стилю. Трактат Бурбаки очевидно не полон. Многие важные математические темы в нем не раскрыты или раскрыты неудовлетворительно. В ряде томов изложены тупиковые ветви предмета. Все эти дефекты связаны с важнейшим капитальным различием между книгами Евклида и Бурбаки. В «Началах» Евклид излагал во многом уже завершенную теорию — «евклидовы» планиметрию и стереометрию. В этом фрагменте науки во времена Евклида многое было выяснено раз и навсегда.

Проект Бурбаки осуществлялся в период чрезвычайно бурного развития математики. Ряд книг трактата устарел уже к моменту выхода в свет. В частности, функциональный анализ в действительности развивался совсем не так, как можно подумать, читая книгу «Топологические векторные пространства». Героический и амбициозный замысел Бурбаки изложить начала всей математики двадцатого века в одном трактате на методических принципах Евклида был обречен на неудачу. Математика обновлялась и обогащалась яркими достижениями много быстрее, чем писались книги трактата Бурбаки. Совершенно

неудивительно поэтому, что неудача Бурбаки особенно остро ощущалась математическими героями, творцами математики двадцатого века. Трактат стали критиковать и даже судить потому, что в нем многого нет. Как это обычно бывает, к серьезной критике охотно присоединились «пропедевты» и «методисты», малосведущие в существе дела. Общеизвестно, что недовольство неполнотой содержания книги малоубедительно: странно судить сочинение за то, чего в нем нет. Претензии к содержанию с неизбежностью превратились в критику формы. Лапидарность, сухость и строгость стиля изложения подвергаются осуждению и даже остракизму противниками вредоносного «бурбакизма» в преподавании.

Один знаменитый математик прошлого с улыбкой отмечал, что книга Евклида — кошмар для современных теоретиков и практиков педагогики¹. Ну совсем ужасная книга без мотивировок и обсуждений, сухой и формальный текст из аксиом, определений, лемм и теорем без каких-нибудь содержательных примеров из физики, экономики, общественной или духовной жизни. Однако именно эта книга живет почти два с половиной тысячелетия и не собирается умирать. А вот учебники геометрии, где для определения площади фигуры требуется эту фигуру засеять или вырезать из бумаги, тест на долголетие не прошли.

Не стоит смешивать очную и заочную формы передачи и сохранения знаний. Надо различать книгу, излагающую предмет, и способ преподавания этого предмета. Вавилонские математические тексты были по существу задачками с приведенными решениями. Этот стиль преподавания жив до сих пор. Однако ни один такой решебник по долголетнему влиянию на математику и культуру в целом с «Началами» Евклида сравниться не может. Конспект по математике, составленный любым студентом, до сих пор напоминает «Начала» Евклида и повторяющие их «Начала» Бурбаки.

Обычно *бурбакизм* подразумевает «формалистическую структуральную математику», чтобы этот странноватый термин не означал. Фактически, новомод-

¹Also, if examined “objectively,” Euclid’s work ought to have been any educationist’s nightmare. The work presumes to begin from a beginning; that is, it presupposes a certain level of readiness, but makes no other prerequisites. Yet it never offers any “motivations,” it has no illuminating “asides,” it does not attempt to make anything “intuitive,” and it avoids “applications” to a fault. It is so “humorless” in its mathematical purism that, although it is a book about “Elements,” it nevertheless does not unbend long enough in its singlemindedness to make the remark, however incidentally, that if a rectangle has a base of 3 inches and a height of 4 inches then it has an area of 12 square inches. Euclid’s work never mentions the name of a person; it never makes a statement about, or even an (intended) allusion to, genetic developments of mathematics; it makes no cross references, except once, the exception being in proposition 2 of Book 13, where the text refers to, and repeats the content of, the “first theorem of the tenth book,” which, as it happens, is Euclid’s “substitute” for the later axiom of Archimedes. Euclid has a fixed pattern for the enunciation of a proposition, and, through the whole length of 13 books, he is never tempted to deviate from it. In short, it is almost impossible to refute an assertion that the Elements is the work of an unsufferable pedant and martinet... Euclid’s work became one of the all-time best sellers. According to “objective” Pestalozzi criteria, it should have been spurned by students and “progressive” teachers in every generation. But it nevertheless survived intact all the turmoils, ravages, and illiteracies of the dissolving Roman Empire, of the early Dark Ages, of the Crusades, and of the plagues and famines of the later Middle Ages. And, since printing began, Euclid has been printed in as many editions, and in as many languages, as perhaps no other book outside the Bible. S. BOCHNER, *The Role of Mathematics in the Rise of Science*.

ное словечко редко скрывает что-либо большее, чем простую ссылку на многовековую традицию краткой записи и сохранения математических теорий в аксиоматической форме. Эта замечательная традиция ведет отсчет с сочинений Евклида. Отсутствие излишеств, стройность, четкость, доказательность и последовательность изложения стимулируют, организуют и дисциплинируют разум и мысль, раскрывая внутреннюю красоту и гармонию математики. Именно максимально обезличенный, лишенный примет времени стиль «Начал» Евклида составляет их особую ценность, позволяя нам легко понять написанное спустя многие века.

«Словесные» задачи, практические мотивировки, эмфатика творческой личности, субъективная окраска материала и аллюзии к современности совершенно необходимы в арсенале обучения, но конкретные продукты этих бессмертных приемов преподавания крайне изменчивы, сиюминутны, недолговечны и часто умирают в самый момент их произнесения.

Наука должна сохранять старые знания и пытаться решать новые задачи сегодняшнего дня. В этой связи преподавание имеет двуединую задачу: сохранение и передачу знания — «наполнение сосуда» в сочетании с «зажжением факела», то есть с инициацией и побуждением к творческому поиску и получению новых знаний. Нет никакой необходимости противопоставлять передачу и сохранение знаний и воспитание творчества, выработку навыков решать и ставить злободневные задачи. Сохранение математических знаний в бесстрастной, обезличенной и сухой форме учебников совсем не исключает творческий поиск преподавателя. Напротив, стиль Евклида предполагает постоянное творчество, требуя от педагога поиска и применения тонких личностных настроек, субъективных ключиков и таинств для пробуждения интереса к математике, для понимания ее места и значения в науке, производстве и других сферах общественной жизни, для выработки навыков по применению математики в практических задачах.

Перед преподавателем стоит задача сломать преграды к пониманию математики, показать раскрепощающую сущность ее свободного мышления, объяснить, что МАТЕМАТИКА — ЭТО САМАЯ ЧЕЛОВЕЧНАЯ ИЗ ЧЕЛОВЕЧЕСКИХ НАУК. Без человека математики нет. Физический мир есть, а математики нет. Математику делают люди. Они делают ее, думая о людях и для людей. Цель и суть математики заключены в той свободе, которую она дает нам.

Математика сочетает абсолютную доступность, демократичность и открытость с непререкаемым запретом на любую субъективность, предвзятость и бездоказательность. Одна из наиболее персонифицированных наук, требующая самостоятельных личных усилий для решения простейшей арифметической задачи, математика научилась делать сложное простым, доступным для всех и каждого.

Самая гуманная из наук, математика выработала свою прекрасную «бесчеловечную» форму объективной письменной передачи знаний — классический стиль эллинских «Начал».

В математику нет царских путей, в нее ведет дорога, проложенная Евклидом. Стиль Евклида живет не только в книгах Бурбаки, но и в тысячах студенческих конспектов по всему миру. Этот стиль — достижение и гордость нашей древней науки.

БУРБАКИЗМ И «БУРБАКИЗМ»

На интернет-форуме мехмата НГУ состоялась оживленная дискуссия о преподавании в НГУ, в которой прямо задавались адресованные мне вопросы о том, как, зачем и почему появилась моя книга «Основы функционального анализа», ставшая одним из основных пособий для студентов НГУ. Высказаны многие правильные и здравые суждения, однако немало произнесено странных претензий и даже инвектив. В поносном смысле звучал термин «бурбакизм» в преподавании функционального анализа.

Не отвечать на корректные вопросы малоприлично, даже если они носят личный характер. Поэтому я решил кое-что рассказать об истории появления этой книги и о принципах ее написания.

Первое издание моего учебника вышло в Сибирском отделении издательства «Наука» под грифом Института математики Сибирского отделения Академии наук СССР в 1983 году. Для того чтобы это произошло, книга должна была быть включена сначала в план редподготовки издательства, а через год — в план выпуска. Отсюда видно, что до 1981 года такой книги не было даже в проекте.

В те годы я вел довольно подробный дневник ввиду своей чрезвычайно насыщенной научной жизни и массы околonaучных событий. Поэтому мне не так уж трудно восстановить многие члены временной последовательности тех лет.

13 марта 1980 года мне позвонил Ю. Г. Решетняк, который тогда, как и сейчас, заведовал кафедрой матанализа и распределял лекционную нагрузку. Он впервые предложил мне прочесть в следующем учебном году основной курс функционального анализа для математиков. Тогда расписание предполагало две лекции в неделю в течение пятого и шестого семестров. Ранее этот курс на нашей кафедре читали Г. П. Акилов, а потом и, в очередь, И. А. Шведов.

Г. П. Акилов в 1965/66 учебном году впервые читал свой курс в НГУ моему потоку. Уже тогда своему классическому учебнику «Канторович и Акилов» он не следовал и курс эволюционировал в направлении, которое подытожено в книге Г. П. Акилова и В. Н. Дятлова «Основы математического анализа». Глеб Павлович очень ценил и любил трактат Н. Бурбаки. Он был страстным и увлекающимся человеком и, мне кажется, это иногда отражалось и в его педагогических поисках. Глеб Павлович любил теорию топологических векторных пространств и не соглашался с мнением, что она не лежит на магистрали развития функционального анализа того периода. Глеба Павловича часто обвиняли в чрезмерном «бурбакизме». Как правило, инициаторами «критики» были не самые образованные люди, которые мало или вовсе ничего не понимали в книгах Бурбаки и руководствовались заурядным чувством зависти к славе одного из лучших преподавателей факультета, любимца многих поколений студентов НГУ и ЛГУ.

Другую педагогическую позицию занимал И. А. Шведов, который решительно модернизировал курс функционального анализа, приближая его к традициям родного ему МГУ. Это И. А. Шведов ввел в практику преподавания в НГУ банаховы алгебры и обобщенные функции, предложил много элегантных новаций, например, лемму о снежинке. И. А. Шведов внимательно следил за происходя-

щим в Alma Mater и некоторые идеи, аналогичные идеям курса А. А. Кириллова, внедрялись в Новосибирске.

И. А. Шведов дружил с Г. П. Акиловым и между ними часто случались острые многочасовые дискуссии по проблемам преподавания и содержания тех или иных учебных тем. В дискуссиях, бывало, принимал участие и я, так как в те годы мы были с Г. П. Акиловым очень дружны, виделись почти ежедневно, нас связывали общие заботы и интересы (между прочим, мы вместе писали в те годы книгу «Упорядоченные векторные пространства»). К сожалению, у Г. П. Акилова возникли большие проблемы со здоровьем, ему стало трудно передвигаться после операций. Читать обязательный курс ему уже было практически невозможно. Такова была ситуация в НГУ к тому моменту, когда Ю. Г. Решетняк предложил мне прочесть курс функционального анализа.

До этого я лишь раз около семестра заканчивал для прикладников курс функционального анализа, заменяя выбывшего по болезни Г. П. Акилова. При этом мне пришлось фактически не столько излагать основы функционального анализа, сколько подчищать концы в теории внешних форм и некоторых других аналитических темах, остававшихся недочитанными полностью.

Итак, вернемся в весну 1980 года. С сентября мне предстоит читать более 60 лекций. Передо мной остро встал классический вопрос «Что делать?». Конечно, у меня были под рукой все доступные к тому времени книги по функциональному анализу. Но уже тогда ни в МГУ, ни в ЛГУ, ни в НГУ передовые курсы функционального анализа не читались по учебникам Л. А. Люстерника и В. И. Соболева, А. Н. Колмогорова и С. В. Фомина, Л. В. Канторовича и Г. П. Акилова. Совсем недавно в 1979 году был опубликован новаторский курс А. А. Кириллова и А. Д. Гвишиани «Теоремы и задачи функционального анализа», по которому читали в МГУ. Основные темы оттуда давно уже были включены И. А. Шведовым в практику преподавания в НГУ. Мысль о том, чтобы понизить планку курса, не могла и в голову прийти. Мы гордились классом своего университета. Книга А. А. Кириллова и А. Д. Гвишиани замечательна — в ней и задачи и решения и теория. Однако полностью она мне не подходила. Во-первых, она подстроена под МГУ, где интеграл Лебега отложен до третьего курса, что уже тогда воспринималось как анахронизм в Питере и Новосибирске. Во-вторых, в ней проработаны далеко не все детали, а кое-где в издании 1979 года были ляпсусы.

Мне ведь лекции читать надо без ошибок и пропусков и так, чтобы все концы с концами сходились. Я не отношусь к числу основоположников функционального анализа. Я не написал ни одной статьи по банаховым алгебрам, интегральным уравнениям или обобщенным функциям. У меня нет собственного творческого опыта в этих вопросах. Мне грозил полный провал без конспектов моих будущих лекций. Отец часто говорил мне, что книги пишут для того, чтобы самому выучить излагаемый предмет. Свой учебник «Основы теории теплообмена», ставший классикой в нашей стране, он начал писать, не имея высшего образования, и закончил после того, как ему поручили курс теплопередачи в Военно-морской

академии им. А. Н. Крылова. Вспомнив уроки отца, я стал думать о книге.

Главная трудность в работе над курсом и его конспектами состояла в том немаловажном личном мотиве, что я должен избежать полного провала и позора. Раз взялся за гуж...

В 1980 году мне было 35 лет, кое-какая небольшая репутация у меня уже была наработана. Вышли три обзора в «Успехах математических наук» и две монографии. Парадоксальным образом провал моей первой докторской диссертации в 1973 году в родном Институте математики способствовал особенно доброму отношению коллег вне Новосибирска. Меня, на мой взгляд, даже переоценивали и у нас, и за рубежом.

Надо сказать, что к 1980 году я был знаком практически со всеми классиками функционального анализа и авторами учебников в нашей стране. Более того, почти все авторы этих учебников знали меня лично, что гораздо важнее. Добрые отношения — это немалая, но очень хрупкая ценность жизни. Потерять их в качестве «высочки» я не имел в виду и поэтому внимательно обдумывал план своей книги. Вопрос с отбором тем в соответствии с принципами *sapienti sat* и *minimum minimumum* особо не стоял (книга живет уже четверть века и видно, что и более поздние сочинения ограничены примерно тем же кругом тем). А вот о форме и характере изложения пришлось поразмыслить основательно.

Не вызывало никаких сомнений, что моя новая книга должна отличаться от всех написанных просто внешним видом, чтобы было понятно, что автор не лезет в ряд основоположников. Все классические учебники толстые, поэтому моя книга должна стать самой тонкой из всех, включающих аналогичный материал. Поскольку изложение должно быть полным и безошибочным, книга обязана содержать все важнейшие концы и доказательства, но быть написанной лапидарно с исключительной экономией места.

Я сразу решил, что по стилю это должны быть студенческие конспекты в духе подлинного бурбакизма — стиле Евклида, возрожденном Н. Бурбаки. Название книги пришло само собой — «Записки по функциональному анализу». Тем самым я смогу сразу позиционировать книгу, локализовать ее жанр и отвести обвинения в амбициозности. Никаких исторических экскурсов, обзоров и вставочек к главам было решено не писать, так как в них не избежать неуместных в моем возрасте и статусе оценочных суждений. К тому времени я уже писал море рецензий на статьи. Один из журналов поразил меня на всю жизнь. К письму от редактора с просьбой дать заключение о некоторой статье был приложен обязательный вопросник для заполнения. Меня потряс пункт: «Имеет ли автор моральное право писать обзор на выбранную им тему». Надо было ответить — да или нет, зачеркнув одну из двух клеточек. Вот тогда я впервые осознал проблему морального права на научное сочинение оценочного характера.

Непревзойденный образец скромности нам дал Евклид. В его книгах есть только сама математика. В этом Н. Бурбаки — прямой наследник Евклида. Личность авторов «Начал» раскрыта нам только через отбор материала при полном самоотречении, отказе от самовыпячивания и борьбы за приоритет.

Важнейший элемент скромности — это понимание того, что твои личные предпочтения могут страдать и обычно страдают безвкусицей. Нам редко нравится то, что мы совсем не понимаем. Я решил, что разделы курса будут примерно одного объема и что изложение каждого нужно довести до примерно одного и того же уровня сложности и современности. Это принципиальное и ответственное решение. Предстояло выбрать, какой теоремой заканчивать теорию двойственности, главу по банаховым алгебрам, изложение геометрии банаховых пространств, уравнений второго рода и т. п. Такой выбор был трудным и радостным творческим делом.

Чрезвычайно важен был для меня отказ от дурного «бурбакизма», который по сути связан с дисбалансом логического и исторического, абстрактного и конкретного. Кстати сказать, термин «бурбакизм» ставится в кавычки не зря. В этом контексте правильнее говорить о «меритократизме», но это тема для отдельного разговора.

Моя книга сразу задумывалась как концентрическая, со спиральным возвратом к прежним темам, необходимым в практической педагогике. Это абсолютно противоречит практике вредоносного «бурбакизма». Фактически в моей книге есть первый концентр базисных сведений в объеме элементарной теории операторов и уравнений в гильбертовых пространствах и второй концентр, завершающийся теми же гильбертовыми пространствами в рамках ГНС-конструкции и уравнениями в рамках теории индекса.

По отношению к примерам я выбрал прагматическую точку зрения. Это даже не «бурбакизм», а идиотизм, повторять банальные примеры, делая вид, что студенты не сталкиваются с объектами функционального анализа на младших курсах, в курсах алгебры, методов вычислений и дифференциальных уравнений. К третьему курсу студенты знают конечномерный линейный анализ, конечномерную спектральную теорию, лебеговы пространства, пространства гладких функций, решали интегральные и дифференциальные уравнения. Параллельно с курсом функционального анализа изучаются матфизика, оптимизация, теория вероятностей и вычислительная математика. Студенты видят реальные приложения функционального анализа ярче и точнее в курсах, немислимых без банаховых пространств, линейных операторов, топологий, алгебр, спектров, рядов и преобразования Фурье, обобщенных функций и т. п.

Сделать задачи и специфические упражнения ко всем главам в 1980 году я никак не успевал на ровном уровне, но не переживал тогда особо, так как многое из этого было в прекрасной и доступной книге А. А. Кириллова и А. Д. Гвишиани. Не справился с введением в теорию обобщенных функций. В первом издании эта тема полностью опущена — лучше никак, чем плохо. У меня ушло десять лет на то, чтобы написать 22 странички, которые я счел приемлемым изложением этой важнейшей и любимой мною теории. За такой срок и нужные задачки по курсу подобрались, которые с тех пор также входят в новые издания учебника.

Расскажу забавную и поучительную историю о выборе названия. Назвать книгу «Записки по функциональному анализу», как было задумано, мне не дали

недоброжелатели, сидевшие в разных РИСО. Название забраковали, вспоминая «Записки сумасшедшего». Любопытно, что в те времена обсуждалось только название книги, рукопись предъявлять не требовалось.

Мою книгу немало поддержал А. А. Боровков, представлявший тогда Институт математики в академическом РИСО. Сначала по его совету было заменено забракованное название на «Избранные главы функционального анализа». Этот вариант также не прошел — на РИСО было сказано: «пусть сначала все главы напишет, а потом и несет печатать». Мы снова обсудили с Александром Алексеевичем проблему названия. Он спросил, а каких еще не было названий для такого рода учебников. Я сказал, что «Основы функционального анализа» книги нет, но это будет чересчур шикарно для моих записок. На что мне было отвечено: «Ничего, им же хуже». Александр Алексеевич, конечно, уже забыл такую малость, но я этот эпизод не забуду никогда.

У меня в старых бумагах лежат отзывы на мою книгу Владимира Михайловича Тихомирова и Виктора Петровича Хавина.

В. М. Тихомиров, профессор МГУ, — ученик и друг А. Н. Колмогорова. Именно он написал добавление о банаховых алгебрах в последних изданиях учебника А. Н. Колмогорова и С. В. Фомина. В. П. Хавин — ученик и друг Г. П. Акилова, один из профессоров-реформаторов курсов анализа в ЛГУ.

В. М. Тихомиров пишет:

... автор, игнорируя традиционный, идущий от Вейля и Бурбаки путь построения функционального анализа (теория множеств, далее — алгебра и топология, затем объединение этих структур и их дальнейшая конкретизация), идет по пути содержательного усложнения, когда наиболее абстрактные структуры появляются в самом конце.

Вторая важнейшая особенность книги — это ее необыкновенная насыщенность. Очень трудно назвать теорему из функционального анализа, которая хоть сколь-нибудь общезначима и которая не вошла бы в книгу.

А вот конец из отзыва В. П. Хавина:

Ценность же книги С. С. Кутателадзе в том, что она в сжатом виде и вместе с тем увлекательно, четко и доступно сообщает — в соответствии со своим заглавием — основы предмета, т.е. функционального анализа как такового, аскетически ограничиваясь внутренней его проблематикой и оставляя наиболее выигрышные «приложенческие» его аспекты на долю других сочинений. То, что эти, преподнесенные «в чистом виде», основы удалось представить так четко, интересно и на небольшом пространстве — несомненная удача автора. Он написал книгу, очень полезную, во-первых, студенту, уже в какой-то мере знакомому с предметом и осознавшему его связи с другими разделами математики и, во-вторых, тому, кто преподает функциональный анализ.

Книга С. С. Кутателадзе — оригинальный и нужный вклад в учебную литературу по функциональному анализу. Это мнение разделяют и мои коллеги по кафедре математического анализа Ленинградского университета.

Писались эти отзывы давно. Помещаю их не только потому, что они мне лестны и дороги, а и потому, что их авторы увидели то, что мною не было написано явно, но что мне хотелось, чтобы читатели разглядели и поняли. Выпускники

НГУ ряда поколений и многие участники нынешних обсуждений «бурбакизма» в преподавании функционального анализа в НГУ также поняли автора и его книгу правильно. Для меня это радость и утешение.

Соображение о том, что я мог бы читать и писать получше, совершенно верное и мне знакомое. Стараюсь как лучше, но получается не всегда или как всегда.

На самом деле, книги Кириллова и Гвишиани, моя и их американский аналог, Conway J. *A Course in Functional Analysis*, отражают представления о преподавании функционального анализа периода 1980 годов. Конечно, есть потребность в учебнике нового поколения, который со временем кто-нибудь напишет.

«Колмогоров и Фомин» и «Канторович и Акилов» — учебники времен КВН (был такой телевизор). Мой учебник — книга времен цветного телевизора «Рубин». Учебник функционального анализа времен плазменных панелей еще не написан и ждет своей очереди.

Первое издание моего учебника вышло в 1983 году тиражом 4000 экз., что стало своеобразным рекордом для книг, издаваемых Сибирским отделением издательства «Наука». Книга исчезла с прилавков через пару дней. Тем летом я был в Москве и зашел в большой книжный магазин на Ленинском проспекте подкупить несколько экземпляров в качестве подарков друзьям. В разделе книг по математике своего учебника я не обнаружил и спросил, есть ли книга Кутателадзе «Основы функционального анализа». Продавщица замешкалась, но сразу откликнулся стоящий рядом солидный мужчина, листавший какую-то математическую книгу. Он посмотрел на меня как на недоумка и сказал: «Молодой человек! Такой книги быть не может».

Теперь через двадцать с лишним лет я понимаю, как он был прав...

АПОЛОГИЯ ОТСТУПЛЕНИЙ

Зачем старые лекторы рассказывают байки? Множество причин каждый читатель придумает сам. Одну из таких причин я считаю чрезвычайно важной.

Преподаватель стоит перед студентом — это обычный смертный с видимыми человеческими чертами, малозаметными достоинствами и вполне очевидными недостатками. Ученые прошлого и авторитеты настоящего из других миров (авторы теорем и теорий) представляются по контрасту сверхгениальными и необыкновенными существами.

У студентов возникает разрыв — им кажется или может показаться, что новые теории и большие теоремы делаются не простыми людьми типа знакомых преподавателей и студентов, а небожителями из совсем необычного материала.

Важнейшую задачу лекций при обучении математике я вижу в том, чтобы студенты поняли — математику делают люди. ЧЕЛОВЕЧЕСКОЕ ПЕРВИЧНО, НАУЧНОЕ ВТОРИЧНО. Подчеркнуть этот человеческий момент, открытость и доступность нашей науки для каждого призваны различные отступления, аналогии и экскурсы, истории, рассказы и анекдоты о больших ученых, о слабостях и сомнениях тех из них, с кем лекторам доводилось сталкиваться. Совершенно неуместные в строгом тексте учебника отступления и байки, рассказанные на

лекциях, запоминаются и оказывают влияние не на сдачу экзамена, а на становление профессиональных качеств.

Одну историю расскажу такого рода. Много лет назад, когда мы только начинали заниматься нестандартным анализом и обсуждали его проблемы на кафедре, Ю. Г. Решетняк вспомнил, как его лектор по анализу (это был Исидор Павлович Натансон) однажды сказал своим студентам на лекции: «Сегодня я расскажу Вам, как считать интегралы с помощью актуальных бесконечно малых. Так делать нельзя, но всегда получается верно. Поэтому я Вам это расскажу».

Когда учился Решетняк, бесконечно малые были эпатаж, табу, скандал и анекдот. Необычное отступление отложилось в памяти Решетняка и мудрость его старого преподавателя не пропала. Решетняк запомнил, что «всегда правильно получается» и со временем способствовал развитию новых нестандартных методов анализа в стенах НГУ.

Человеческое измерение лекций и семинаров делает большую науку доступней. Мне кажется, это соображение небесмысленно. Так что на говорливых стариков обижаться не стоит. Они не со зла и не от глупости лекции читают.

ФАНТОМ ЛЫСЕНКОИЗМА

Мои заметки «Апология Евклида» и «Бурбакизм и „бурбакизм“» задуманы как информация к размышлению об опасностях для нашего научного сообщества, которые представляет стиль публичных разоблачений «бурбакизма», прозвучавших в дискуссии о проблемах преподавания функционального анализа в НГУ. Этот стиль я охарактеризовал как «поносный», имея в виду все многообразие оттенков богатого русского слова. Некоторые участники дискуссии гадость почувствовали, но должным образом ее не квалифицировали и нужного ответа не дали.

Храм науки — не дом терпимости. Поэтому пришлось вмешаться, чтобы разъяснить читателям порочность поверхностных суждений, пропитанных несправедливостью не только по отношению к таким замечательным людям, как Евклид и участники проекта Бурбаки, но и к тем, кто указанным мастерам математики благодарен и учится у них. Как собеседников и адресатов своей апологии Евклида я прежде всего имею в виду молодых людей с недостаточным опытом. Не забывал я и о Владимире Игоревиче Арнольде, чьи благородные боль и страсть защитника науки и образования от обскурантов иногда играют последним на руку, давая оружие людям некомпетентным и/или злобствующим, каковых не счесть всегда было, есть и будет.

Представим себе на минутку, что у меня не было бы отзыва автора предисловия к шестому изданию книги «Колмогоров и Фомин», который пишет, что Кутателадзе антибурбакист, а обвинения в «бурбакизме» звучали из уст заведующего кафедрой математического анализа. Кто бы читал курс функционального анализа на следующий год? Или еще пример — кто-то из молодых разделяет аналогичные моим воззрения и читает по моей книге лекции, а начальник этого молодого человека преследует с тем же набором аргументов, каковые против меня выдвинуты. Что ждет такого молодого человека?

Нельзя игнорировать опасный стиль инвектив и дацзыбао, который использует слова «Бурбаки» и «бурбакизм» так же, как во времена Лысенко говорили «Мендель» и «вейсманизм-морганизм», — в качестве жупела и дубины: «Ату его — он бурбакист! Он против Колмогорова!». При этом задача разобраться в стиле Евклида и его отличиях от дурного «бурбакизма» в преподавании даже не формулируется. Научная дискуссия подменяется огульным навешиванием ярлыков на своих коллег, голословными обвинениями в мелкотемье, изоляционизме, местничестве, поддержке «хилых» теорий и диссертаций.

Не повезло с объектами атаки. Разоблачение ретроградов и антиколмогоровцев не состоялось. А как быть гипотетическому молодому человеку? Тот ведь не сможет вытащить из своего стола положительные отзывы представителей школ Колмогорова и Фихтенгольца и будет беззащитно съеден начальником под мерный приговор вредоносному «бурбакизму».

Против нападков на стиль классика нашей науки мною писана «Апология Евклида». Рассказик про историю учебника показывает истинную цену обвинений в «бурбакизме». Зрелых мужей науки банальности, глупости и базар не достают. Вместе с тем надо понимать, что не у всех накоплены научный багаж и серьезная репутация, есть полемический опыт и готовые наборы нужных справок, рецензий и друзей для того, чтобы противостоять огульным обвинениям. Поэтому уместно рассказать молодым людям каким трудом достаются серьезные вещи и как просто и легко подвирать и подтасовывать.

Природа демагогии, ее источники и приемы не меняются веками — к ней охотно прибегают при желании выбить себе местечко, удержаться на плаву или конкуренту ножку подставить, а чаще просто для того, чтобы прикрыть ширмой искателя истины и борца за чистоту науки свои вполне обыденные и приземленные слабости и амбиции. Материалы дела Лузина и августовской сессии ВАСХНИЛ 1948 года дают тому классические примеры. Да и из новосибирских эпизодов борьбы за лидерство с помощью очернения и топтания конкурентов можно немало поучительного почерпнуть. Ничего особо нового в этой сфере в России не появилось. Цели демагогии и ее поносный стиль не изменились ни на йоту.

В общественную жизнь нашей страны нельзя допустить и намека на атмосферу публичных разоблачений, охаивания научных школ и навешивания ярлыков. Любые поползновения к этому должны и будут получать немедленный отпор. Разоблачение «бурбакизма» в курсе функционального анализа НГУ — бледный фантом лысенкоизма. Лысенкоизм гикнулся в 20 веке, его хилый фантом очоурился при рождении.

9 мая 2005 г.

APOLOGY OF EUCLID

A somewhat derogatory term “bourbakism” proliferates in many public discussions about mathematics and the ways of teaching mathematics. We hear many funny anecdotes about commutativity as a method of calculation as well as separate addition of nominators and denominators. Professional mathematicians and teachers divide into the hostile groups that discuss with alienation and indignation of the medieval scholastics the “problem of the naturalness of zero” as well as the priority rights between the relations “greater than,” “greater than or equal to,” and “strictly greater than.” All these stories and philippics are nice and true to some extent but rest upon a clear-cut misunderstanding.

It stands to reason to recall that there was no teacher whose name was Bourbaki. It is also reasonable to bear in mind that the treatise of Bourbaki is written as imitation of *Euclid’s Elements*. The style of Bourbaki’s *Elements of Mathematics* is exactly the style of Euclid.

Any serious criticism of the books by Bourbaki bases on pretensions to their content rather than style. Bourbaki’s treatise is evidently incomplete. Many important mathematical theories are absent or covered inadequately. A few volumes present the dead ends of exuberant theories. All these shortcomings are connected with the major capital distinction between the books by Euclid and Bourbaki. In his *Elements* Euclid set forth the theory that was almost complete in his times, the so-called “Euclidean” plane and space geometry. Most of this section of science was made clear once and forever in the epoch of Euclid.

The Bourbaki project was implemented in the period of very rapid progress in mathematics. Many books of the treatise became obsolete at the exact moment of publication. In particular, functional analysis had been developing contrary to what one might imagine reading the book *Topological Vector Spaces*. But to a failure was doomed the heroic and ambitious plan of Bourbaki to present the elements of the whole mathematics of the twentieth century in a single treatise along the methodological lines of Euclid. Mathematics renews and enriches itself with outstanding brilliant achievements much faster than the books of Bourbaki’s treatise were compiled. There is no wonder that the mathematical heroes who create the twentieth century mathematics have distinctly and immediately scented the shortcomings of Bourbaki. The treatise encountered severe criticism and even condemnation since it omits many important topics. As usual, this serious criticism convened all sorts of educationists, would-be specialists in “propaedeutics” and “methodology” who are hardly aware of what is going on in the real mathematics. Everyone knows that to criticize a book for incompleteness is a weak argument since it is strange to judge an article for what is absent in this article. Grudges against the content of the treatise transform by necessity to the criticism of its form. The terseness, conciseness, and lapidary of the style of exposition fall victim to criticism and even ostracism by the adversaries of the malicious “bourbakism” in education.

Salomon Bochner, one of the famous mathematicians of the past, observed with a witty smile:

Also, if examined “objectively,” Euclid’s work ought to have been any educationist’s nightmare. The work presumes to begin from a beginning; that is, it presupposes a certain level of readiness, but makes no other prerequisites. Yet it never offers any “motivations,” it has no illuminating “asides,” it does not attempt to make anything “intuitive,” and it avoids “applications” to a fault. It is so “humorless” in its mathematical purism that, although it is a book about “Elements,” it nevertheless does not unbend long enough in its singlemindedness to make the remark, however incidentally, that if a rectangle has a base of 3 inches and a height of 4 inches then it has an area of 12 square inches. Euclid’s work never mentions the name of a person; it never makes a statement about, or even an (intended) allusion to, genetic developments of mathematics; it makes no cross references, except once, the exception being in proposition 2 of Book 13, where the text refers to, and repeats the content of, the “first theorem of the tenth book,” which, as it happens, is Euclid’s “substitute” for the later axiom of Archimedes. Euclid has a fixed pattern for the enunciation of a proposition, and, through the whole length of 13 books, he is never tempted to deviate from it. In short, it is almost impossible to refute an assertion that the *Elements* is the work of an unsufferable pedant and martinet... Euclid’s work became one of the all-time best sellers. According to “objective” Pestalozzi criteria, it should have been spurned by students and “progressive” teachers in every generation. But it nevertheless survived intact all the turmoils, ravages, and illiteracies of the dissolving Roman Empire, of the early Dark Ages, of the Crusades, and of the plagues and famines of the later Middle Ages. And, since printing began, Euclid has been printed in as many editions, and in as many languages, as perhaps no other book outside the Bible.²

Euclid’s book is a totally appalling, terse and formal presentation of axioms, definitions, lemmas and theorems without any motivation and digression, lacking any illuminating examples from physics, economics, social or spiritual life. However, it is the book that lives about two and a half millennia and shows no indication of dying. In contrast, the textbooks fail to survive the gerontological tests that define the area of a figure by sowing it with some grain or cutting it off a sheet of paper.

We must avoid mixing together the full-time and extramural forms of training, the transfer and saving of knowledge. The Babylonian texts on mathematics are in fact problem-books with solutions. This style of teaching is still alive. However, no problem-book of any sort can compare with *Euclid’s Elements* in its long-term impact on mathematics and culture as a whole. Any student’s notes of a mathematical course still remind us of *Euclid’s Elements* and its successor in style, Bourbaki’s *Elements of Mathematics*.

In common parlance, *bourbakism* stands for “formalistic structural mathematics,” whatever the bizarre term means. In fact, this vogue word rarely implies something more than a simple reference to the century-old tradition of shortening and saving mathematical theories in axiomatic form. This marvelous and noble tradition stems from the writings of Euclid. Elimination of extravagance and pursuit of consistency, clarity, terseness, and rationality in exposition stimulate, organize, and discipline mind and thought, revealing the intrinsic beauty and harmony of mathematics. It is exactly the impersonal style of *Euclid’s Elements*, lacking any temporal inklings, that makes them especially valuable and allows anybody to understand what they tell us when centuries have elapsed.

The “verbal” problems, practical motivations and emphasis on a person’s creativity

²Bochner S. *The Role of Mathematics in the Rise of Science*. Princeton University Press, 1981, pp. 35–36

as well as the subjective coloring of exposition and present-day allusions are absolutely obligatory gadgets in the tool-kit for training. However, the particular products of these immortal teaching tools are rather volatile, momentary, and fragile; they often die at the spur of the moment of their enunciation.

Science must preserve old knowledge as well as meet the challenges of nowadays by solving the new and pending problems. Therefore, teaching has the twofold task of preserving and transferring knowledge, “filling of a pail” in combination with “lighting of a fire,” i.e., the initiation and stimulation of creative search into new knowledge. There is no reason to oppose the transfer and preservation of knowledge and the training of creativity and practical skills in raising and solving the problems of today. Preservation of mathematical knowledge in the impersonal and dry style of textbooks never excludes the possibility of creative search of the teacher. On the contrary, the style of Euclid presupposes perpetual creativity, calling the teacher for finding and using subtle personal adjustments, subjective keys and even mysteries for igniting students’ interest in mathematics, the understanding of its place and role in science, industry, and other areas of public life as well as for training skills of application of mathematics in practical problems.

The everlasting duty of the teacher is to destroy the obstacles to the understanding of mathematics, reveal the liberating essence of its free thinking, and explain that MATHEMATICS IS THE MOST HUMAN OF ALL HUMAN SCIENCES. There is no math without a man or a woman. The physical world still prevails but math vanishes without men and women. We people do math. We do it, thinking about everyone and we do it for everybody. The purpose and essence of mathematics reside in the freedom it brings to us.

Mathematics welcomes everyone, combining free access, democracy, and openness with the indisputable prohibition of any prejudice, subjectiveness, and arbitrariness of judgements.

One of the most personalized sciences which requires everybody’s personal effort for solving a however simple arithmetical problem, mathematics has learned to make the complex the simple and comprehensible to each of us.

The most human of sciences, mathematics has elaborated its beautiful “unhuman” form of the objective transfer of knowledge in writing—the classic style of the Hellenistic “Elements.”

There are no royal ways to mathematics; the road to mathematics was paved by Euclid. The style of Euclid not only lives in the books by Bourbaki but also proliferates in hundreds of thousands of students’ notes throughout the world. This style is an achievement and article of pride of our ancient science.

APRIL 21, 2005

Кутателадзе Семён Самсонович

Стиль Евклида и «БУРБАКИЗМ»

Препринт № 154

Ответственный за выпуск
академик Ю. Г. Решетняк

Издание подготовлено с использованием макропакета $\mathcal{AMS}\text{-}\text{T}\text{E}\text{X}$
разработанного Американским математическим обществом

This publication was typeset using $\mathcal{AMS}\text{-}\text{T}\text{E}\text{X}$,
the American Mathematical Society's TEX macro package

Подписано в печать 11.05.05. Формат $60 \times 84^{1/8}$. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 2,3. Уч.-изд. л. 2,0. Тираж 100 экз. Заказ № 60.

Отпечатано в ООО «Омега Принт»
пр. Академика Лаврентьева, 6, 630090 Новосибирск