

30.1

Препринт 186

январь 2007

БИБЛИОТЕКА
Института математики
им. С.Л. Соболева

Ю.Г. Решетняк
С.С. Кутателадзе

ДОКЛАДЫ О Л.В. КАНТОРОВИЧЕ

НОВОСИБИРСК

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК · СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА

СЛОВО О ЛЕОНИДЕ ВИТАЛЬЕВИЧЕ КАНТОРОВИЧЕ

Ю. Г. РЕШЕТНЯК

19 января 2007 года исполнилось 95 лет со дня рождения выдающегося российского математика Леонида Витальевича Канторовича.



Восхождение Леонида Витальевича к вершинам науки было блестящим. Он окончил математико-механический факультет Ленинградского университета в 1930 году, когда ему было только 18 лет, в 1934 году стал профессором, а в 1935 году, в возрасте 23 лет, — доктором физико-математических наук. (Другие в этом возрасте еще только начинают писать свою кандидатскую диссертацию.) Иногда приходится слышать, что бывшие вундеркинды, повзрослев, перестают выделяться своими талантами среди сверстников. Случай академика Л. В. Канторовича это утверждение опровергает.

Зачитано на Общественном семинаре 19 января 2007 г.

Л. В. Канторович начал свой путь в науке в рамках Ленинградской школы по теории функций вещественной переменной. Лидером школы был профессор Григорий Михайлович Фихтенгольц. В ее состав входили многие талантливые математики. Г. М. Фихтенгольц известен, в первую очередь, как выдающийся педагог, автор прекрасных учебников по математическому анализу. Среди участников этой замечательной школы Леонид Витальевич — по степени своего дарования, по своим научным достижениям и по уровню научной активности — выделяется как Эверест на фоне других гор. Его первые работы по теории множеств явились своего рода сенсацией и получили высокую оценку среди специалистов, в частности, их высоко ценил академик Н. Н. Лузин.

В научном творчестве Леонида Витальевича интерес к абстрактным вопросам математики сочетался с интересом к приложениям математики. Более того, работы Л. В. Канторовича показывают необоснованность разделения математики на теоретическую и прикладную.

Л. В. Канторович — основатель направления функционального анализа — теории полуупорядоченных векторных пространств. Если представить в общей форме свойства множества интегрируемых функций, абстрагируясь от того обстоятельства, что элементы этого множества есть функции, то мы естественным образом придем к понятию банахова пространства.

Теория упорядоченных пространств по Канторовичу (K -пространств) возникает, если в качестве образца для построения абстрактной теории мы возьмем класс измеримых функций. Для произвольной измеримой функции значение интеграла, вообще говоря, не определено, но в множестве измеримых функций есть отношение порядка. В некоторых математических задачах методы теории K -пространств могут служить своего рода альтернативой методам, основанным на теории банаховых пространств.

Большое число работ Леонида Витальевича Канторовича посвящено развитию методов вычислительной математики. Известная монография «Приближенные методы высшего анализа», написанная им совместно с В. И. Крыловым, выдержала несколько изданий и не утратила своего значения по сей день. Л. В. Канторовичем была построена теория метода Ньютона решения уравнений самого общего вида. При этом использовались методы теории K -пространств.

Работы Л. В. Канторовича по приложению функционального анализа к теории приближенных вычислений в 1948 году были удостоены Сталинской премии.

Широта научных интересов Леонида Витальевича сочеталась с поразительной способностью легко переключаться с одной проблематики на другую, скажем, — с абстрактных математических задач теории множеств или теории полуупорядоченных пространств на решение практических задач, например, задачи о кручении призматических стержней, задачи о расстановке минных полей с подсчетом вероятностей поражения или задачи о рациональном раскрое металла.

Л. В. Канторович является основателем современных математических методов в экономических исследованиях. Его работы в этой области в 1975 году были удостоены Нобелевской премии.

Начало исследований Леонида Витальевича по математической экономике связано с работой, выполненной им по заказу фанерного треста. Речь шла о рациональных

методах организации производства на некотором конкретном предприятии. Математически задача фанерного треста была типичной для того направления математики, которое сейчас мы называем линейным программированием. Но когда фанерный трест обратился к Леониду Витальевичу — линейное программирование еще не было создано. Л. В. Канторович полностью решил поставленную перед ним задачу. Для этого ему как раз и пришлось создать линейное программирование. Может быть, если бы на месте Л. В. Канторовича был другой человек, то решив задачу для фанерного треста, на этом он и успокоился бы, ограничившись публикацией в математическом журнале. Но Леонид Витальевич смотрел на проблему глубже. Он понял, что решенная им задача принадлежит широкому классу математических задач, имеющих важное прикладное значение, — к ним сводятся многие проблемы экономики. Более того, основные положения экономической науки могут быть получены как следствие математической теории, построенной Л. В. Канторовичем.

В абстрактном смысле задача линейного программирования интереса вроде бы не представляет. Ее решение можно свести к осуществляемому чисто механически перебору элементов некоторого конечного множества. Это множество может, однако, оказаться столь большим, что такой перебор не может быть реализован и не только сегодня, но и вообще когда-либо в будущем. Фактически, на примере задач линейного программирования математики встретились впервые с необходимостью учитывать фактор, на который они ранее обращали мало внимания. До того времени математическая задача считалась решенной, если ее удавалось свести к перебору элементов некоторого конечного множества. На практике задачи линейного программирования методом перебора могут быть решены в ничтожно малом числе случаев.

На этом я закончу краткий обзор научных достижений Леонида Витальевича. Серьезный успех в математике часто достигается путем изобретения остроумной математической конструкции. В творчестве математиков старой петербургской математической школы можно найти много примеров, подтверждающих это. Но математика не может развиваться без создания новых концепций, новых точек зрения, новых идей. Леонид Витальевич принадлежит к числу тех ученых, кто создавал новые идеи, новые концепции в математике (и не только в ней одной), имеющие жизненно важное значение для последующего развития науки. Примеров блестящих математических конструкций в работах Л. В. Канторовича можно найти немало.

В 1957 году руководством страны было принято решение о создании Сибирского отделения Академии наук. Весной 1958 года под Новосибирском начал строиться Академгородок. Один из организаторов Сибирского отделения академик Сергей Львович Соболев — первый директор Института математики СО РАН — начал собирать свой институт. Он пригласил в Институт математики Леонида Витальевича Канторовича, которого хорошо знал еще по университетской скамье, а также и по его последующим работам. Основная задача, которую ставил перед собой Леонид Витальевич, переезжая в Новосибирск, — завершить одно из созданных им научных направлений, а именно, — направление, связанное с приложением математики к экономике. Он хотел добиться признания его идей не только математиками (эта задача к 1957 году была уже решена), но и экономистами (задача потруднее) и, главное, широкого внедрения его идей в практику управления экономикой нашей страны

(а эта задача при жизни Леонида Витальевича так и осталась нерешенной, но в этом нет его вины). В Институте математики СО РАН был организован математико-экономический отдел, который Леонид Витальевич возглавил. Вместе с ним в Новосибирск приехала также значительная группа ленинградцев — его учеников. В их числе были Г. П. Акилов, В. А. Булавский, Э. О. Раппопорт, Г. Ш. Рубинштейн и многие другие. Идеи Л. В. Канторовича в области экономики встретили резкое противодействие со стороны экономистов «классического стиля». В частности, первый директор Института экономики Сибирского отделения Г. А. Пруденский оказался в стане противников идей Л. В. Канторовича. Как-то я в то время пересказал Леониду Витальевичу высказывание одного из выдающихся физиков, который утверждал, что новые идеи в науке в конце концов становятся общепринятыми не потому, что противники этих идей убеждаются в своей неправоте, а потому, что они просто вымирают. На это Леонид Витальевич ответил мне так: «Нет, „вымирать“ — это не наш метод. Мы их¹ на пенсию отправим!».

В конце концов методы Л. В. Канторовича были признаны и экономистами: 1965 год, когда Л. В. Канторовичу вместе с В. В. Новожиловым и В. С. Немчиновым была присуждена Ленинская премия за работы по экономике, — и есть та дата, когда это произошло. Некоторые из противников Леонида Витальевича стали его союзниками. Помню, что за одного из своих бывших врагов Леонид Витальевич даже хлопотал на академических выборах (правда, безуспешно).

Наличие академического звания и даже звания Лауреата Ленинской премии не делало Леонида Витальевича свободным человеком. В 1970 году его не пустили на всемирный математический конгресс во Франции. Советская делегация тогда была одной из самых больших.

В Новосибирск Леонид Витальевич приехал молодым человеком. Свое 50-летие он отмечал в Новосибирске. Праздничный вечер по этому поводу происходил у него дома и я был в числе приглашенных. Роль тамады за праздничным столом взял на себя Илья Несторович Векуа. Я понял тогда, что ведение застолья по-грузински — это высокое искусство.

Здесь уместно вспомнить одно «приложение» геометрии, о котором я узнал от Леонида Витальевича. Известно, что важные события в жизни человека часто сопровождаются банкетами, участники которых пьют крепкие напитки. По ходу дела распитие повторяется неоднократно. Серьезное отношение к обязанностям участника банкета нередко приводит к неприятным последствиям. Этого можно избежать, если воспользоваться следующей рекомендацией. Надо взять рюмку конической формы и наливать ее каждый раз только до середины. Тогда, — в силу известных законов геометрии, — объем, занятый жидкостью, будет составлять лишь одну восьмую часть полного объема рюмки и опасность нехороших последствий в итоге снижается в восемь раз.

Мне довелось сотрудничать с Леонидом Витальевичем в составе редакционной коллегии Сибирского математического журнала, в составе различных ученых советов при Институте математики и Новосибирском университете. По просьбе Леонида

¹Противников математических методов в экономике.— Примеч. Ю. Г. Решетняка.

Витальевича я выступал оппонентом на защитах диссертаций некоторых из его учеников. В частности, я был официальным оппонентом на защите докторской диссертации сотрудника Института математики СО РАН Валерия Леонидовича Макарова (ныне академика-секретаря Отделения общественных наук РАН), в которой изучались очень интересные новые математико-экономические модели. Я был оппонентом также по докторской диссертации сотрудника Института математики СО РАН Геннадия Шлемовича Рубинштейна, участника Великой Отечественной войны, недавно скончавшегося в преклонном возрасте в США.

В Сибирском отделении Леонид Витальевич Канторович принимал участие в становлении и работе разных журналов. Я состоял в редколлегии Сибирского математического журнала, в составе которой был Леонид Витальевич Канторович, принимавший в ее работе активное участие.

В конце 1950-х — начале 1960-х годов Институт математики Сибирского отделения стал инициатором межинститутского семинара по обсуждению вопросов создания в будущем высокопроизводительных ЭВМ (в современной терминологии — суперкомпьютеров). Леонид Витальевич принимал участие в работе этого семинара. Помню, как он слушал доклад одного молодого ученого, который предлагал свой способ соединения процессоров (говоря современным языком) в такой вычислительной машине. Леонид Витальевич поднялся и стал задавать докладчику вопросы, на которые тот не смог ответить. Стало ясно, что предложение докладчика несостоятельно.

Мне неоднократно приходилось слышать устные выступления Леонида Витальевича. Иногда они не отличались внешним блеском. Но каждое такое его выступление было тщательно продумано и по своей внутренней логике — безупречно.

Леонид Витальевич был не только человеком выдающегося таланта, он также обладал и бойцовскими качествами, необходимыми в борьбе за истину. Одно из таких его качеств — высокая принципиальность. Он никогда не боялся говорить правду, как бы неприятна она не была.

Леонид Витальевич Канторович был гениальным ученым и выдающимся организатором науки. Его многогранная деятельность имела большое значение при формировании Института математики Сибирского отделения, в котором он руководил математико-экономическим отделом.

Труды Л. В. Канторовича во многом определили современный облик экономической науки.

Вместе с тем вклад Леонида Витальевича Канторовича в математику, — в частности, в функциональный анализ и общую теорию приближенных методов анализа, — чрезвычайно велик.

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ РАБОТАХ КАНТОРОВИЧА

С. С. КУТАТЕЛАДЗЕ

Невежество — не аргумент, а состояние, свидетельствующее о лени в прошлом, ограниченности в настоящем и деградации в будущем. Знать всё невозможно, поэтому невежество — это отнюдь не пробелы в образовании, а ошибочное позиционирование себя по отношению к границе между познанным и неизвестным. Каждый знает всё про себя. Информация важная, но, как показывают многочисленные опыты, совершенно недостаточная для преодоления невежества. Кое-что необходимо знать и про других. Не про всех, но про некоторых².



Леонид Витальевич Канторович (19.01.1912–7.04.1986) прошел путь, который обогатил и украсил отечественную историю. Его судьба и вклад в науку несут колоссальный импульс просвещения.

Часто обсуждается — кем Канторович был больше, математиком или экономистом. Сам он ответил на этот вопрос на юбилейном собрании в ЦЭМИ в честь своего 70-летия. Леонид Витальевич сказал, что есть два Канторовича — математик и экономист, но они — сиамские близнецы.

Канторович был вундеркиндом-математиком. Он стал профессором в 20 лет и был одним из наиболее ярких и широких математиков своего времени. Канторович — достойный представитель петербургской математической школы, основателем которой принято считать П. Л. Чебышева. Взгляд на математику как на науку, все разделы которой не просто взаимосвязаны, а неразрывны, соседствовал в творчестве и методологии Чебышева с пониманием особой роли математики во взаимопроникновении науки, техники, технологии и производства. Благодаря трудам Чебышева, представление о единстве фундаментальных и прикладных исследований как *sine qua non* прогресса стало уникальным ментальным символом российской науки. Ленинградский период школы Чебышева связан с Владимиром Ивановичем Смирновым.

²Доклад на Общеинститутском семинаре 19 января 2007 г.

Математик-энциклопедист, Смирнов задавал стандарты, приоритеты и моральные принципы в науке и преподавании.

Универсальный подход к математике характерен для всего творчества Канторовича. Среди его монографических сочинений наряду с классическими книгами «Функциональный анализ в нормированных пространствах», «Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах», «Приближенные методы высшего анализа», «Математические методы организации и планирования производства» есть и такие, как «Теория вероятностей», «Вариационное исчисление», «Определенные интегралы и ряды Фурье», «Таблицы для численного решения граничных задач теории гармонических функций».

Научная работа Канторовича началась под руководством Г. М. Фихтенгольца при переходе на второй курс. Перед Канторовичем были поставлены задачи, относящиеся к наиболее актуальным в конце 1920-х годов разделам теории функций и множеств. В те годы формировалась московская математическая школа, бесспорным лидером которой был Н. Н. Лузин. Его знаменитый доклад «Современное состояние теории функций действительного переменного» на Всероссийском съезде математиков в Москве 27 апреля — 4 мая 1927 г. во многом определил интересы научной молодежи страны. Нельзя не видеть влияния Лузина на интерес Канторовича к дескриптивной теории множеств, в которой Канторович быстро выдвинулся на первые роли.

Если петербургская-ленинградская школа испытывала исключительно благотворное моральное влияние Смирнова, нравственный климат в Москве на долгие годы был определён мрачными обстоятельствами «дела Лузина», сшитого не без участия его ближайших учеников. Понять и оценить творческие предпочтения Канторовича в математике невозможно без понимания обстановки на предвоенных математических фронтах, без учета социальных реалий того времени.

Среди бумаг Канторовича недавно нашлось письмо Лузина, посвященное касающихся его и Канторовича обстоятельств подготовки издания Советской математической энциклопедии. Раздел по аналитическим множествам был поручен Канторовичу, а не Лузину. Между тем Канторовичу было в то время всего 22 года. Удивительная прозорливость Лузина проявлялась не только внутри математики, но и в отношении ее творцов. Он писал Канторовичу:

«Прежде всего Вы должны знать, каково мое отношение к Вам. Вас всего, как человека, я не знаю еще, но угадываю мягкий чарующий характер.

Но то что я точно знаю — это размер Ваших духовных сил, которые, насколько я привык угадывать людей, представляют в науке неограниченные возможности. Я не стану произносить соответствующего слова — зачем? Талант — это слишком мало. Вы имеете право на большее, если будете культивировать в себе Ваши силы, беседуя с сильнейшими (умершими) людьми.

Вы должны знать, что я глубочайше чтю Ваши научные силы и что, по Ленинграду, Вы мой избранник в члены-корреспонденты Академии наук. По Москве я буду стоять за Гельфонда, сделавшего недавно гениальное открытие»³.

³Решетняк Ю. Г., Кутателадзе С. С. *Письмо Н. Н. Лузина Л. В. Канторовичу*// Вестник РАН.— Т. 72, №8 (2002).— С. 740–742.

Среди своих математических работ Канторович выделял циклы исследований в следующих направлениях: дескриптивная теория функций и теория множеств; конструктивная теория функций; приближенные методы анализа; функциональный анализ; функциональный анализ и прикладная математика; линейное программирование; вычислительная техника и программирование. Во всех указанных направлениях Канторович получил первоклассные, зачастую основополагающие результаты. В математический тезаурус прочно вошли пространства Канторовича, ядра Канторовича, метод Ньютона — Канторовича, вариационный метод Канторовича и, конечно же, многочисленные теоремы Канторовича.

Нынешние ученые, живущие на гранты, нередко работают и пишут для прокорма. Девиз “Publish or Perish” давно уже не ремарка острослова от науки, а каждодневный слоган исследователя. Канторович творил математику, отвечающую критериям совершенства, сформулированным Саундерсом Маклейном. Его математика была неизбежной и своевременной, отвечала на поставленные вопросы и освещала новые пути в науке.

С высоты нашего времени весьма показательными вехами на творческом пути Канторовича видятся всесоюзные математические съезды. Первый Всесоюзный съезд математиков проходил в Харькове с 24 по 30 июня 1930 года. В нем приняли участие около пятисот человек, среди них — 14 иностранцев. Наиболее известные фигуры — Ж. Адамар, В. Бляшке, О. Блументаль, А. Данжуа, С. Мандельброт, Э. Картан, П. Монтель.

Открылся съезд докладом О. Ю. Шмидта «Роль математики в строительстве социализма». Блестящая по форме и увлекательная речь Шмидта — поучительный и характерный образец методологических взглядов того периода отечественной истории. Разумные соображения сочетались с космически нелепыми идеологизмами советского времени. Политизированные перегибы не могли перечеркнуть актуальный призыв Шмидта к аудитории: «В стране, где строится социализм, где нужно уметь считать, нужно, чтобы это уметь математически формулировать стоящие перед каждой задачи, уметь подойти во всеоружии науки к каждой конкретной задаче, уметь руководить наиболее экономно и точно, — чтобы это уметь было всеобщим достоянием».

Сам Канторович выступил на съезде в секции «Теория функций и теория рядов» на вечернем заседании 25 июня. Председательствовал Д. Е. Меньшов, тема доклада «О проективных совокупностях». В том же заседании выступил соавтор Канторовича Е. М. Ливенсон с докладом «Об аналитических операциях над множествами».

Из пленарных выступлений особой широтой и глубиной выделялся доклад С. Н. Бернштейна «Современное состояние и проблемы теории приближения функций действительного переменного посредством полиномов». Трудно сомневаться в том, что доклады Шмидта и Бернштейна оказали большое воздействие на восемнадцатилетнего Канторовича.

Второй съезд проходил с 24 по 30 июня 1934 г. в Ленинграде. Программа съезда была весьма обширной и демонстрировала крупные достижения отечественной математической мысли того периода. Работы Канторовича были отражены не только в двух его секционных докладах «О конформных отображениях областей» и «О некоторых методах приближенного решения уравнений в частных производных», но и в обзорном пленарном докладе Смирнова «Ленинградские работы по анализу».

Тридцатые годы прошлого века занимают в творчестве Канторовича особое место. Именно тогда сложилась характерная для него методология синтеза теоретических и прикладных исследований, сочетания наиболее абстрактных математических идей

с приземленными конкретными практическими разработками. В эти годы сверкают фейерверки его идей в функциональном анализе. В 1935 году он закладывает основы теории упорядоченных пространств, выделяя класс дедекиндово полных векторных решеток и выдвигая гениальный эвристический принцип, нашедший свое отражение в булевозначном анализе наших дней. Введенные им K -пространства, которые в своих рабочих тетрадях Канторович называл «мои пространства», предоставляют новые модели вещественной прямой в нестандартных моделях теории множеств. Тем самым подтвердилось предвидение Канторовича, считавшего элементы своих пространств своего рода обобщенными числами, для которых сохраняются действующие в числовой прямой абстрактные закономерности.

Канторович вносит вклад в геометрию классических банаховых пространств и развивает новые приближенные приемы анализа: вариационный метод, метод коллокаций, модифицированные градиентные методы.

До сих пор остаются малоизвестными работы Канторовича по «расширению пространства Гильберта», ставшие удивительно ярким эпизодом предыстории теории распределений. Уже в 1935 году, изучая в одном семинаре с С. Л. Соболевым классическую книгу Дж. фон Неймана «Математические методы квантовой механики» (1932), Канторович развивает подход К. Фридрихса (1934) к проблеме построения «идеальных функций», явно выписывая гильбертовы пространства, чьи элементы сейчас мы именуем умеренными периодическими распределениями.

Об этих работах И. М. Гельфанд пишет:

«По существу Леонид Витальевич первым понял значение обобщенных функций и написал об этом задолго до Лорана Шварца. И, я думаю, не случайно, что не его работа оказалась широко известной. Для концепции Леонида Витальевича это был только маленький фрагмент. То, что было всей жизнью или основой творчества для других, было маленьким фрагментом выстраивающейся у него картины математики и ее связей с миром. Я думаю, что сделанная намного позже работа А. Г. Костюченко и моя об использовании обобщенных функций для спектрального анализа операторов была именно той, которую Леонид Витальевич не написал в свое время. По существу же он четко и ясно понимал эту работу, какие теоремы можно получить»⁴.

В 1939 г. вышла брошюра «Математические методы организации и планирования производства», зафиксировавшая не только создание новой научной дисциплины — линейного программирования, но и открывшая экономико-математическую ветвь творчества Канторовича. Очередной третий математический съезд советских математиков состоялся спустя более чем двадцать лет после второго — летом 1956 г. Другое состояние общества, новый этап развития отечественной науки. Канторович за истекшие годы прошел путь от математического вундеркинда до мастера-корифея первых рядов, ставшего одним из идеологов вычислительной математики и зарождающейся информатики.

На III съезде С. Л. Соболев, Л. А. Люстерник и Л. В. Канторович выступили с программным пленарным докладом «Функциональный анализ и вычислительная математика». В нем вычислительная математика была позиционирована как наука о конечных приближениях общих, не обязательно метрических компактов, причем

⁴В кн.: Леонид Витальевич Канторович — человек и ученый. Том 1. — Новосибирск, Изд. «Гео» (2002), С. 162–163.

была особо подчеркнута имманентная связь функционального анализа и прикладной математики.

В последний раз Канторович участвовал в IV Всесоюзном съезде, проходившем в Ленинграде с 3 по 12 июля 1961 года (больше съезды не проводились). Его доклад назывался «Проблемы математической экономики» и ознаменовал собой важный рубеж творчества. В последующие годы математическая экономика была основным полем творчества Канторовича. Интересно, что уже в те годы он подчеркивал, что наибольшее значение имеет «предсказание развития экономики (при стихийном ее развитии) и оптимальное управление (при плановом развитии)».

Говоря о математических работах Канторовича, нельзя не выделить особо три обзорные статьи:

Функциональный анализ и прикладная математика // Успехи мат. наук. — 1948. — Т. 3, вып. 6. — С. 89–185.

Полупорядоченные группы и линейные полупорядоченные пространства // Успехи мат. наук. — 1951. — Т. 6, вып. 3. — С. 31–98. — Соавт.: Вулих Б. З., Пинскер А. Г.

Об интегральных операторах // Успехи мат. наук. — 1956. — Т. 11, вып. 2. — С. 3–29.

Первая из названных статей снабжена названием, несказанно впечатляющим своим масштабом особенно при сравнении с возрастом автора. Эта статья фигурирует в формуле Сталинской премии второй степени в размере 100 000 рублей, присужденной Канторовичу в 1948 году. Учебник Канторовича и Акилова, многие годы служивший настольной книгой многих теоретиков и прикладников, возник на основе идей этого блестящего математического сочинения.

Впечатляющее многообразие направлений исследований объединяется не только личностью Канторовича, но и его методическими установками. Он всегда подчеркивал внутреннее единство науки, взаимопроникновение идей и методов, необходимых для решения разнородных теоретических и прикладных проблем.

Пропасть между точным и гуманитарным стилями мышления не всегда достаточно осознается. Люди склонны к рассуждениям по аналогии и методу неполной индукции, рождающим иллюзию общезначимости знакомых приемов. Различия научных технологий не всегда выделены отчетливо, что в свою очередь способствует самоизоляции и вырождению громадных разделов науки.

Альфред Маршалл, основатель кембриджской школы экономики и автор много-томного трактата по политической экономии, резко противопоставлял экономическое и математическое мышление. В специальных приложениях к своему курсу он писал:

«Ясно, что в экономической науке нет места для длинных цепей дедуктивных рассуждений, ни один экономист, даже Рикардо, не пытался их использовать. На первый взгляд может показаться, что частое использование математических формул в экономических исследованиях свидетельствует о противоположном. Но при более тщательном рассмотрении станет очевидно, что такое впечатление обманчиво, за исключением случая, когда чистый математик использует экономические гипотезы ради развлекательных упражнений в математике...»⁵.

⁵Маршалл А. *Принципы политической экономии. Том III.*— М.: Изд. Прогресс (1984), С. 225.

«Функция анализа и дедукции в экономической науке состоит не в создании нескольких длинных цепей логических рассуждений, а в правильном создании многих коротких цепочек и отдельных соединительных звеньев»⁶.

В 1906 году Маршалл сформулировал свое скептическое отношение к применению математики в экономике следующим образом:

«[У меня] в последние годы работы над этим предметом росло ощущение весьма малой вероятности того, что хорошая математическая теорема, имеющая дело с экономическими гипотезами, окажется хорошей экономикой. И я все больше и больше склонялся к следующим правилам:

(1) Используй математику как язык для стенографии, а не исследовательский механизм.

(2) Придерживайся математики, пока не закончил дело.

(3) Переведи на английский.

(4) Проиллюстрируй примерами, важными в реальной жизни.

(5) Сожги математику.

(6) Если не достиг успеха в (4), сожги (3). Особенно часто я пользовался именно последним приемом.

Я не имею ничего против математики, она полезна и необходима, однако очень плохо, что история экономической мысли больше не востребована и даже не предлагается во многих студенческих и аспирантских программах. Это потеря»⁷.

Образ «гребешков» Маршалла не имеет ничего общего с представлением о перевернутой пирамиде универсума фон Неймана, в котором обитает современная теория множеств. Красота и сила математики со времен Древней Греции до наших дней связаны с аксиоматическим методом, предполагающим вывод новых фактов с помощью сколь угодно длинных цепей формальных импликаций.

Бросающаяся в глаза разница в менталитете математиков и экономистов затрудняет их взаимопонимание и сотрудничество. Невидимы, но вездесущи перегородки мышления, изолирующие математическое сообщество от своего экономического визави. Этот статус-кво с глубокими историческими корнями всегда был вызовом для Канторовича, несовместимым с его тезисом о взаимопроникновении математики и экономики.

Канторович был блестящим математиком, но он может показаться неудачником в главном — в вопросе о признании центральной идеи его жизни, идеи взаимопроникновения математики и экономики. Однако такое мнение ошибочно. Несмотря на попытки замалчивания Канторовича и его идей, их торжество на самом деле неоспоримо. Яркими доказательствами стали изменение всей системы подготовки экономистов и уже неистребимые математизация и информатизация экономики как в ее функциональных, так и в управленческих аспектах.

Творчество Канторовича останется образцом служения математике как основе универсального мировоззрения.

⁶Маршалл А. *Ibid.*, С. 212.

⁷Brue S. L. *The Evolution of Economic Thought. 5th Edition.* — Fort Worth: Harcourt College Publishers (1993), P. 294.

Решетняк Юрий Григорьевич
Кутателадзе Семён Самсонович

Доклады о Л. В. Канторовиче

Препринт № 186

Ответственный за выпуск
А. Е. Гутман

Издание подготовлено с использованием макропакета $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}\text{-}\mathcal{T}\mathcal{E}\mathcal{X}$,
разработанного Американским математическим обществом

This publication was typeset using $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}\text{-}\mathcal{T}\mathcal{E}\mathcal{X}$,
the American Mathematical Society's $\mathcal{T}\mathcal{E}\mathcal{X}$ macro package

Подписано в печать 19.01.07. Формат $60 \times 84^{1/8}$. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 2,0. Уч.-изд. л. 1,8. Тираж 75 экз. Заказ № 22.

Отпечатано в ООО «Омега Принт»
пр. Академика Лаврентьева, 6, 630090 Новосибирск