

С.С. Кутателадзе

МАТЕМАТИЗАЦИЯ ЭКОНОМИКИ
И
ЭВРИСТИКА КАНТОРОВИЧА

НОВОСИБИРСК

УДК 517.95:517.98

Дата поступления 9 марта 2008 г.

Кутателадзе С. С.

МАТЕМАТИЗАЦИЯ ЭКОНОМИКИ И ЭВРИСТИКА КАНТОРОВИЧА. — Новосибирск, 2008. — 12 с. — (Препринт / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т математики; № 203).

Kutateladze S. S.

MATHEMATIZATION OF ECONOMICS AND KANTOROVICH'S HEURISTICS

О методике Л. В. Канторовича и ее роли в формировании современных математико-экономических методов.

АДРЕС АВТОРА:

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН
пр. Академика Коптюга, 4
630090 Новосибирск, Россия

E-MAIL: sskut@math.nsc.ru

© Кутателадзе С. С., 2008
© Институт математики
им. С. Л. Соболева СО РАН, 2008

МАТЕМАТИЗАЦИЯ ЭКОНОМИКИ И ЭВРИСТИКА КАНТОРОВИЧА

Слова «математико-экономические работы» в заголовке тома избранных сочинений Леонида Витальевича Канторовича воспринимаются сейчас как вполне обыденные. Между тем 200 лет назад появление книги с подобным названием было немислимо в принципе.

1. МАТЕМАТИКА И ЭКОНОМИКА

Математика изучает формы мышления. Предмет экономики — обстоятельства человеческого поведения. Математика абстрактна и доказательна, а профессиональные решения математиков не задевают обычную жизнь людей. Экономика конкретна и декларативна, а практические упражнения экономистов основательно жизнь меняют. Цель математики — безупречные истины и методы их получения. Цель экономики — индивидуальное благополучие и пути его достижения. Математика не вмешивается в личную жизнь человека. Экономика задевает его кошелек и кошелку. Список коренных различий математики и экономики бесконечен.

Математическая экономика — новация двадцатого века. Именно тогда возникло понимание того, что экономические проблемы требуют совершенно нового математического аппарата.

Человек разумный всегда был, есть и будет человеком хозяйствующим. Практическая экономика для каждого из нас и наших предков — это арена здравого смысла. Здравый смысл представляет собой особую способность человека к мгновенным оценочным суждениям. Понимание выше здравого смысла и проявляется как осознанная адаптивность поведения. Понимание не наследуется и, стало быть, не принадлежит к числу врожденных свойств. Уникальной особенностью человека является способность пониманием делиться, превращая оценки в материальные и идеальные артефакты.

Культура — сокровищница понимания. Инвентаризация культуры — суть мировоззрения. Здравый смысл субъективен и родственен духовному подъему веры, то есть силе, превышающей возможности фактов и логики. Проверка суждений с помощью фактов и логики — критический процесс, освобождающий человека от ошибок субъективизма. Наука — трудный путь объективизации понимания. Религиозная и научная версии мировоззрения отличаются по сути способом кодификации артефактов понимания.

Становление науки как инструмента понимания — долгий и сложный процесс. Зарождение ординального счета фиксировано палеолитическими находками, отделенными десятками тысяч лет от явления разумного и хозяйствующего человека. Экономическая практика предваряет предысторию математики, сформировавшуюся в науку доказательных вычислений в Древней Греции примерно 2500 лет тому назад.

Целенаправленное поведение людей в условиях ограниченных ресурсов стало объектом науки совсем недавно. Датой рождения экономики как науки принято считать 9 марта 1776 г. — день публикации сочинения Адама Смита «Исследование о природе и причинах богатства народов».

2. ПРОБЛЕМА СИНТЕЗА МЫШЛЕНИЯ

Идеи правят миром. Эту банальную констатацию когда-то с глубокой иронией дополнил Джон Мейнард Кейнс. Свой капитальный труд «Общая теория занятости, процента и денег» он завершил весьма афористично: «Практические люди, мнящие себя совершенно неподверженными никаким интеллектуальным влияниям, обычно являются рабами какого-нибудь замшелого экономиста».

Политические идеи направлены на власть, экономические — на свободу от власти. Политическая экономия неразрывна не только с экономической практикой, но и с практической политикой. Политизированность экономических учений характеризует их особое положение в мировой науке. Изменчивость эпох, их технологических достижений и политических предпочтений отражается в широком распространении эмоционального подхода к экономическим теориям и ставит экономику в положение, немислимое для остальных наук. Помимо благородных причин, для этого есть и одна довольно циничная: как бы не меняли достижения точных наук жизнь человечества, они никогда не затрагивают обыденное сознание людей столь живо и остро, как суждения об их кошельках и свободах.

Наука — чувственно-сверхчувственный артефакт в том смысле, что ее содержание раскрывается только человеком и без человека, по меньшей мере, вполне понято быть не может. Расположенная в самом центре культуры наука напоминает «Вавилонскую башню» — наивный, но героический и великий проект народов Земли. Стремление к свободе, внутренне присущее человеку, проявляется в неистребимой жажде знания. «Мы должны знать, мы будем знать!» — этот уже вековой тезис Давида Гильберта лежит в кладовой здравого смысла.

Георг Кантор, создатель теории множеств, еще в 1883 г. заметил, что «сущность математики заключена в ее свободе». Свобода математики отнюдь не сводится к отсутствию экзогенных ограничений на объекты и методы исследования. Свобода математики в немалой мере проявляется в предоставляемых ею новых интеллектуальных средствах овладения окружающим миром, которые раскрепощают человека, раздвигая границы его независимости. Математизация экономики — неизбежный этап пути человечества в царство свободы.

Девятнадцатый век отмечен первыми попытками применения математических методов в экономике в работах Антуана Огюста Курно, Карла Маркса, Уильяма Стенли

Джевонса, Леона Вальраса и его преемника по Лозаннскому университету Вильфредо Парето.

В двадцатом веке к экономической проблематике обратились математики первой величины — Джон фон Нейман и Леонид Канторович. Первый развил теорию игр как аппарат изучения экономического поведения, а второй разработал линейное программирование как аппарат принятия решений о наилучшем использовании ограниченных ресурсов. Значение исследований фон Неймана и Канторовича далеко выходит за рамки их выдающихся технических результатов. Их достижения показали, что современная математика предоставляет самые широкие возможности для экономического анализа практических проблем. Экономика приблизилась к математике. Оставаясь гуманитарной, она стремительно математизируется, демонстрируя высокую самокритичность и незаурядную способность к объективным суждениям.

Поворот в мышлении человечества, осуществленный фон Нейманом и Канторовичем, не всегда достаточно осознается. Между точным и гуманитарным стилями мышления существуют принципиальные различия. Люди склонны к рассуждениям по аналогии и методу неполной индукции, рождающим иллюзию общезначимости знакомых приемов. Различия научных технологий не всегда выделены отчетливо, что, в свою очередь, способствует самоизоляции и вырождению громадных разделов науки.

Методологическую пропасть, зиявшую между экономистами и математиками, к 1920-м годам четко обозначил Альфред Маршалл, основатель кембриджской школы неоклассиков, «маршаллианцев». Он писал:

«функция анализа и дедукции в экономической науке состоит не в создании нескольких длинных цепей логических рассуждений, а в правильном создании многих коротких цепочек и отдельных соединительных звеньев»¹.

«Ясно, что в экономической науке нет места для длинных цепей дедуктивных рассуждений, ни один экономист, даже Рикардо, не пытался их использовать. На первый взгляд может показаться, что частое использование математических формул в экономических исследованиях свидетельствует о противоположном. Но при более тщательном рассмотрении станет очевидно, что такое впечатление обманчиво, за исключением случая, когда чистый математик использует экономические гипотезы ради развлекательных упражнений в математике...»².

В 1906 г., в одном из частных писем, Маршалл сформулировал свое скептическое отношение к применению математики в экономике следующим образом:

«[У меня] в последние годы работы над этим предметом росло ощущение весьма малой вероятности того, что хорошая математическая теорема, имеющая дело с экономическими гипотезами, кажется хорошей экономикой. И я все больше и больше склонялся к следующим правилам:

- (1) Используй математику как язык для стенографии, а не исследовательский механизм.

¹Маршалл А. *Принципы политической экономии. Том III.* — Пер. с англ. М.: Изд. Прогресс, 1984, с. 225.

²Маршалл А. *Ibid.*, С. 212.

- (2) Придерживайся математики, пока не закончил дело.
- (3) Переведи на английский.
- (4) Проиллюстрируй примерами, важными в реальной жизни.
- (5) Сожги математику.
- (6) Если не достиг успеха в (4), сожги (3). Особенно часто я пользовался именно последним приемом».

Я не имею ничего против математики, она полезна и необходима, однако очень плохо, что история экономической мысли больше не востребована и даже не предлагается во многих студенческих и аспирантских программах. Это потеря³.

Маршалл последовательно противопоставлял экономическое и математическое мышление, призывая строить многочисленные короткие «гребешки» рассуждений в конкретном экономическом анализе. Ясно, что образ «гребешка» не имеет ничего общего с представлением о перевернутой пирамиде — кумулятивной иерархии универсума фон Неймана, в котором обитает современная теория множеств. Красота и сила математики со времен Древней Эллады до наших дней связаны с аксиоматическим методом, предполагающим вывод новых фактов с помощью сколь угодно длинных цепей формальных импликаций.

Бросающаяся в глаза разница в менталитете математиков и экономистов затрудняет их взаимопонимание и сотрудничество. Невидимы, но вездесущи перегородки мышления, изолирующие математическое сообщество от своего экономического визави. Этот статус-кво с глубокими историческими корнями всегда был вызовом для Канторовича, противоречащим его тезису о взаимопроникновении математики и экономики.

3. МИРОВАЯ ЛИНИЯ КАНТОРОВИЧА

Канторович родился в Санкт-Петербурге в семье врача-венеролога 19 января 1912 г. (6 января по старому стилю). Интересно, что во многих справочниках указана другая дата. Сам Канторович всегда с улыбкой отмечал, что он себя помнит с 19.01.1912. Дарование мальчика проявилось очень рано. Уже в 1926 г. в возрасте 14 лет он поступил в Ленинградский университет. Вскоре он стал заниматься в кружке, организованном для студентов Г. М. Фихтенгольцем, а затем и в семинаре, посвященном дескриптивной теории функций. Ранние студенческие годы сформировали первую когорту наиболее близких товарищей. В кружке Фихтенгольца занимались также Д. К. Фаддеев, И. П. Натансон, С. Л. Соболев, С. Г. Михлин и др., с которыми Леонид Витальевич был дружен всю жизнь. Старые друзья до конца жизни за глаза называли его «Лёнечка».

Закончив ЛГУ в 1930 г., Канторович начал педагогическую работу в ленинградских вузах, сочетая ее с интенсивными научными исследованиями. Уже в 1932 г. он профессор Ленинградского института инженеров гражданского строительства и доцент ЛГУ. В 1934 г. Канторович становится профессором своей alma mater.

Основные труды в области математики Канторович создал именно в свой «ленинградский» период. При этом в 1930-е годы он публикует больше статей по чистой

³Brue S. L. *The Evolution of Economic Thought. 5th Edition.* — Fort Worth: Harcourt College Publishers, 1993, p. 294.

математике, а 1940-е годы для него — время работ по вычислительной математике, где он стал признанным лидером в стране.

При подготовке собрания сочинений Канторовича в его личном архиве было обнаружено письмо Н. Н. Лузина, датированное 29 апреля 1934 г. Один из первых математиков того времени и основатель знаменитой «Лузитании» писал⁴:

«Вы должны знать, каково мое отношение к Вам. Вас всего, как человека, я не знаю еще, но угадываю мягкий чарующий характер. Но то что я точно знаю — это размер Ваших духовных сил, которые, насколько я привык угадывать людей, представляют в науке неограниченные возможности. Я не стану произносить соответствующего слова — зачем? Талант — это слишком мало. Вы имеете право на большее...».

С конца 1930-х годов творчество Канторовича обретает новые черты — он совершает серьезный прорыв в экономической науке.

В 1939 г. выходит в свет его знаменитая брошюра «Математические методы организации и планирования производства», ознаменовавшая рождение линейного программирования. В 1940-е годы на поверхности научного информационного потока экономические работы Канторовича практически не публикуются. Однако в его творчестве экономическая проблематика выходит на первый план.

Уже в военные годы он завершает работу над первым вариантом книги «Экономический расчет наилучшего использования ресурсов», принесшей ему в 1975 г. Нобелевскую премию. Эта работа опережала время, не соответствовала догматам господствующей политической экономии, и ее публикация оказалась возможной только в 1959 г. Пионерские идеи Канторовича были легализованы и начали использоваться в экономической практике.

В 1948 г. Совет Министров СССР особо секретным постановлением № 1990–774сс/оп решил «в двухнедельный срок организовать в Ленинградском филиале Математического института АН СССР расчетную группу в количестве до 15 чел., возложив руководство этой группой на проф. Канторовича». Так Канторович вошел в число участников проекта по созданию отечественного ядерного оружия⁵.

В 1957 г. Канторовича приглашают на работу во вновь создаваемое Сибирское отделение Академии наук. Вскоре он был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР по Отделению экономики. Основные публикации Канторовича этого периода относятся к экономике, за исключением, прежде всего, всемирно известного курса «Функциональный анализ в нормированных пространствах», написанного совместно с Г. П. Акиловым.

Нельзя не отметить одну блестящую придумку Канторовича и его учеников — научные тарифы на такси. Люди старшего поколения помнят, как в 1960-е годы была введена плата за посадку и уменьшена такса за проезд, что немедленно привело к повышению рентабельности перевозок и выгоды коротких поездок для клиентов

⁴Решетняк Ю. Г., Кутателадзе С. С. *Письмо Н. Н. Лузина Л. В. Канторовичу*// Вестник РАН.— Т. 72, №8 (2002).— С. 740–742.

⁵В оперативной переписке советской разведки — операция «Энормоз».

и водителей. Эта экономическая мера была разработана в результате математического моделирования, осуществленного Канторовичем и группой его молодых учеников-математиков, и опубликована в самом престижном математическом журнале страны — в «Успехах математических наук».

В 1964 г. Канторович избран действительным членом АН СССР по Отделению математики и в 1965 г. удостоен Ленинской премии.

В начале 1970-х годов Канторович переехал в Москву, где продолжил занятия экономическим анализом. Канторович всегда мечтал о внедрении новых математических методов в хозяйственную практику своей Родины и служил этой мечте до своей кончины 7 апреля 1986 г., невзирая на непонимание и откровенное противодействие ретроградов от науки и политики, управлявших страной. Он похоронен на Новодевичьем кладбище в Москве.

4. НАУЧНОЕ НАСЛЕДИЕ

Научное наследие Канторовича огромно. Его исследования в области функционального анализа, вычислительной математики, теории экстремальных задач, дескриптивной теории функций оказали фундаментальное влияние на становление и развитие названных дисциплин. Он по праву входит в число основоположников современной математической экономики.

Канторович — автор более трехсот научных работ, которые при подготовке аннотированной библиографии его сочинений он сам предложил распределить по следующим девяти разделам: дескриптивная теория функций и теория множеств, конструктивная теория функций, приближенные методы анализа, функциональный анализ, функциональный анализ и прикладная математика, линейное программирование, вычислительная техника и программирование, оптимальное планирование и оптимальные цены, экономические проблемы плановой экономики.

Столь впечатляющее многообразие направлений исследований объединяется не только личностью Канторовича, но и его методическими установками. Он всегда подчеркивал внутреннее единство науки, взаимопроникновение идей и методов, необходимых для решения самых разнообразных теоретических и прикладных проблем математики и экономики.

Характерной чертой творчества Канторовича была ориентация на наиболее трудные проблемы и самые перспективные идеи математики и экономики своего времени.

5. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Главным открытием Канторовича в области математико-экономических методов стало линейное программирование, которое теперь изучают десятки тысяч людей во всем мире. Под этим термином скрывается колоссальный раздел науки, посвященный линейным оптимизационным моделям. Иначе говоря, линейное программирование — это наука о теоретическом и численном анализе и решении задач, в которых требуется найти оптимальное значение, т. е. максимум или минимум некоторой системы показателей в процессе, поведение и состояние которого описывается той или иной системой линейных неравенств.

Термин «линейное программирование» был предложен в 1951 г. американским экономистом Т. Купмансом. В 1975 г. Канторович и Купманс получили Нобелевскую премию по экономическим наукам с формулировкой «за их вклад в теорию оптимального распределения ресурсов». Особой заслугой Купманса стала пропаганда методов линейного программирования и защита приоритета Канторовича в открытии этих методов.

В США линейное программирование возникло в 1947 г. в работах Джорджа Данцига. Поучительно привести его слова об истории линейного программирования⁶:

«Русский⁷ математик Л. В. Канторович на протяжении ряда лет интересовался применением математики к задачам планирования. В 1939 г. он опубликовал обстоятельную монографию под названием „Математические методы организации и планирования производства“... Канторовича следует признать первым, кто обнаружил, что широкий класс важнейших производственных задач поддается четкой математической формулировке, которая, по его убеждению, дает возможность подходить к задачам с количественной стороны и решать их численными методами...»

Канторович описал метод решения, основанный на имеющемся первоначально допустимом решении... Хотя двойственные переменные и не назывались „ценами“, в целом идея метода состоит в том, что выбранные значения этих „разрешающих множителей“ для недостающих ресурсов можно довести до уровня, когда становится целесообразной переброска ресурсов, являющихся избыточными...

Если бы первые работы Канторовича были бы в должной мере оценены в момент их первой публикации, то, возможно, в настоящее время линейное программирование продвинулось бы значительно дальше. Однако его первая работа в этой области оставалась неизвестной как в Советском Союзе, так и в других странах, а за это время линейное программирование стало настоящим искусством».

Следует подчеркнуть, что с оптимальным планом любой линейной программы автоматически связаны оптимальные цены или «объективно обусловленные оценки». Последнее громоздкое словосочетание Канторович выбрал из тактических соображений для повышения «критикоустойчивости» термина.

Взаимозависимость оптимальных решений и оптимальных цен — такова краткая суть экономического открытия Канторовича.

6. УНИВЕРСАЛЬНАЯ ЭВРИСТИКА

Целостность мышления проявлялась во всем творчестве Канторовича. Идеи линейного программирования были тесно связаны с его методологическими установками в области математики. В середине 1930-х годов центральное место в математических исследованиях Канторовича занимал функциональный анализ. Главным своим математическим достижением в этой области Канторович считал выделение специального класса порядково полных упорядоченных векторных пространств, которые

⁶Данциг Дж. Б. *Линейное программирование, его обобщения и применения*. Пер. с англ. М.: Изд. Прогресс, 1966, с. 29.

⁷В указанном выше переводе стоит слово «советский», а в английском оригинале «Russian».

в отечественной литературе именуют K -пространствами или пространствами Канторовича⁸.

Уже в первой своей работе в новой области математики, датированной 1935 г., Канторович писал: «В этой заметке я определяю новый тип пространств, которые я называю линейными полуупорядоченными пространствами. Введение этих пространств позволяет изучать линейные операции одного общего класса (операции, значения которых принадлежат такому пространству) как линейные функционалы».

Так была впервые сформулирована важнейшая методологическая установка, которую теперь называют эвристическим принципом Канторовича. Следует подчеркнуть, что в определение линейного полуупорядоченного пространства Канторовичем была включена аксиома условной порядковой полноты, обозначенная I_6 . Роль K -пространств Канторович продемонстрировал на примере теоремы Хана — Банаха. Оказалось, что в этом центральном принципе функционального анализа можно реализовать принцип Канторовича, т. е. заменить вещественные числа элементами произвольного K -пространства, а линейные функционалы — операторами со значениями в таком пространстве.

Эвристический принцип Канторовича нашел многочисленные подтверждения как в его собственных исследованиях, так и в работах его учеников и последователей. Этот принцип оказался путеводной идеей, приведшей к глубокой и изящной теории K -пространств, богатой разнообразными приложениями. Еще в середине прошлого века предпринимались попытки формализации эвристического принципа Канторовича. На этом пути появились так называемые теоремы о сохранении соотношений, которые утверждают, что если некоторое высказывание, включающее конечное число функциональных соотношений, доказано для вещественных чисел, то аналогичный факт автоматически оказывается верным и для элементов K -пространства. В то же время оставался совершенно неясным внутренний механизм, управляющий феноменом сохранения соотношений, границы его применимости, а также общие причины многих аналогий и параллелей с классическими математическими дисциплинами.

Абстрактные идеи Канторовича в теории K -пространств связаны с линейным программированием и приближенными методами анализа. В последней своей математической работе, над которой Канторович работал уже смертельно больным, он отмечал⁹:

«При развитии теории функциональных пространств одна сторона реальной действительности оказалась в ней на некоторое время упущенной. Для практических объектов, наряду с алгебраическими и другими соотношениями, большое значение имеет соотношение сравнения. Простое сравнение, имеющее место между всеми объектами, упорядочение, имеет обедненный характер, например, можно все виды упорядочить по их весу, но это мало что дает. Гораздо более естественным является упорядочение, которое для тех случаев, когда это естественно, оно определяется или фиксируется,

⁸В рабочих тетрадях Канторович писал о «моих пространствах».

⁹Канторович Л. В. *Функциональный анализ (основные идеи)*// Сиб. мат. журн.—Т. 28, № 1.—1987.—С. 1–8.

а в других случаях оставляется неопределенным (частичное упорядочение или полуупорядочение). Например, два набора продуктов несомненно следует считать сравнимыми и первый большим второго, если в нем каждого продукта больше, соответственно, чем во втором. Если же часть больше в одном, часть больше в другом, то можно сравнение не фиксировать. Так в свое время была построена теория полуупорядоченных пространств и, прежде всего, теория K -пространств, определенных выше. Она получила разнообразные применения как в теоретических вопросах анализа, так и в построении некоторых прикладных методов, например теории мажорант в связи с интенсивным изучением метода последовательных приближений. В то же время полностью ее возможности до сих пор еще не раскрыты. Недооценено также и значение этой ветви функционального анализа для экономики. Между тем, в экономике соотношения сравнения и сопоставления играют исключительную роль и уже при возникновении K -пространств было ясно, что при анализе экономики они найдут свое место и дадут полезные плоды.

Теория K -пространств имеет и другое значение — их элементы могут использоваться как числа. В частности, при построении пространств типа Банаха в качестве нормы могут вместо чисел использоваться элементы такого пространства, конечномерного или бесконечномерного. Такая нормировка объектов является гораздо более точной. Скажем, функция нормируется не своим максимумом на всем интервале, а десятком чисел — максимумами ее на частях этого интервала».

Современные исследования подтвердили, что идеи линейного программирования имманентны теории K -пространств. Можно доказать, что выполнение любого из принятых вариантов формулировок принципа двойственности линейного программирования в абстрактной математической структуре с неизбежностью приводит к тому, что исходный объект является K -пространством.

Эвристический принцип Канторовича связан с одной из самых ярких страниц математики прошлого века — со знаменитой проблемой континуума. Как известно, множество имеет мощность континуума, если оно находится во взаимнооднозначном соответствии с отрезком числовой прямой. Гипотеза континуума состоит в том, что любое подмножество отрезка либо счетно, то есть допускает пересчет, либо имеет мощность континуума. Проблема континуума состоит в ответе на вопрос о справедливости или ложности гипотезы континуума.

Гипотеза континуума была впервые высказана Кантором в 1878 г. Он был убежден в том, что эта гипотеза является теоремой и всю жизнь тщетно пытался ее доказать. В 1900 г. в Париже состоялся II Международный конгресс математиков. Гильберт выступил на открытии со своим знаменитым докладом «Математические проблемы», сформулировав 23 проблемы, решение которых девятнадцатое столетие завещало двадцатому. Первой в докладе Гильберта стоит проблема континуума. Оставаясь нерешенной десятилетиями, она породила глубокие исследования в основаниях математики. В итоге более чем полувековых усилий мы теперь знаем, что гипотеза континуума не может быть ни доказана, ни опровергнута.

К пониманию независимости гипотезы континуума человечество пришло в два этапа: в 1939 г. Курт Гёдель проверил, что гипотеза континуума совместна с аксиомами теории множеств, а в 1963 г. Поль Коэн доказал, что им не противоречит и отрицание

гипотезы континуума. Оба результата установлены путем предъявления подходящих моделей, т. е. построением универсума и интерпретации в нем теории множеств. Подход Гёделя основан на «усечении» универсума фон Неймана. Гёдель показал, что выделенные им конструктивные множества образуют модель, в которой имеет место континуум-гипотеза. Следовательно, отрицание гипотезы континуума недоказуемо. Подход Коэна в известном смысле противоположен технике Гёделя: он основан на контролируемом расширении универсума фон Неймана.

Метод форсинга Коэна был упрощен на языке нестандартных моделей в 1965 г. с использованием аппарата булевых алгебр и новой технологии математического моделирования. Прогресс возникшего на этой основе булевозначного анализа продемонстрировал фундаментальное значение расширенных K -пространств. Каждое из таких пространств, как оказалось совершенно неожиданно, служит равноправной моделью вещественной прямой и, значит, играет в математике ту же фундаментальную роль. Пространства Канторовича дали новые модели поля вещественных чисел и обрели бессмертие.

Эвристика Канторовича постоянно получает блестящее подтверждение, доказывая целостность науки и неизбежность взаимопроникновения математики и экономики.

7. ЗОВ БУДУЩЕГО

Идеи Канторовича востребованы человечеством, что видно по учебным планам любого экономического или математического факультета в мире. Аппарат математики и идея оптимальности стали подручными орудиями любого практикующего экономиста.

Экономика как вечный партнер математики избежит слияния с любой эзотерической частью гуманитарных наук, политики или беллетристики. Новые поколения математиков будут смотреть на загадочные проблемы экономики как на бездонный источник вдохновения и привлекательную арену приложения и совершенствования своих безупречно строгих методов.

Вычисление победит гадание.

Кутателадзе Семён Самсонович

МАТЕМАТИЗАЦИЯ ЭКОНОМИКИ И ЭВРИСТИКА КАНТОРОВИЧА

Препринт № 203

Ответственный за выпуск
академик Ю. Г. Решетняк

Издание подготовлено с использованием макроязыка $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ - $\mathcal{T}\mathcal{E}\mathcal{X}$,
разработанного Американским математическим обществом

This publication was typeset using $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ - $\mathcal{T}\mathcal{E}\mathcal{X}$,
the American Mathematical Society's $\mathcal{T}\mathcal{E}\mathcal{X}$ macro package

Подписано в печать 9.03.08. Формат $60 \times 84 \frac{1}{8}$.
Усл. печ. л. 2,0. Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 75 экз. Заказ № 16.

Отпечатано в ООО «Омега Принт»
пр. Академика Лаврентьева, 6, 630090 Новосибирск