

На правах рукописи

ПАНИН Артем Александрович

СЛОЖНОСТЬ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ
ДВУХУРОВНЕВЫХ ЗАДАЧ РАЗМЕЩЕНИЯ
И ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ

Специальность 01.01.09 — Дискретная математика
и математическая кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2015

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, доцент
Плясунов Александр Владимирович

Официальные оппоненты: **Хамисов Олег Валерьевич**
доктор физико-математических наук, доцент,
Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки «Институт систем энергетики
им. Л.А. Мелентьева СО РАН», г. Иркутск,
зав. отделом

Плотников Роман Викторович
кандидат физико-математических наук,
ЗАО «Ледас», г. Новосибирск, программист

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
профессионального образования «**Омский
государственный университет им.
Ф.М. Достоевского**»

Защита состоится 2 декабря 2015 г. в 16 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 003.015.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (ИМ СО РАН) по адресу: 630090 г. Новосибирск, пр. Ак. Коптюга, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИМ СО РАН и на сайте math.nsc.ru.

Автореферат разослан октября 2015 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н.



Ю. В. Шамардин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Задачи размещения производства и ценообразования имеют широкий круг приложений в производственной, промышленной, сырьедобывающей и многих других сферах деятельности. Задачи размещения предприятий возникают при планировании и реконструкции производства, проектировании сетей обслуживания, в стандартизации, кластерном анализе и других областях. Задачи ценообразования стали неотъемлемой частью современной рыночной экономической модели. Исследования в области задач размещения ведутся в Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН с конца 60-х годов прошлого столетия. Актуальность этих исследований обусловлена их важными практическими приложениями. Об этом свидетельствует большое число работ, посвященных задачам размещения (как в конкурентной среде, так и при отсутствии противников). Среди них в первую очередь стоит отметить работы Береснева В.Л., Гимади Э.Х., Дементьева В.Т., Гермейера Ю.Б., Шамардина Ю.В., Колоколова А.А., Антипина А.С., Хамисова О.В., Васильева И.Л., Забудского Г.Г., Левановой Т.В. и др. Касательно задач ценообразования следует выделить работы Дементьева В.Т., Шамардина Ю.В., Григорьева А.Ю., Свириденко М.И. и др. Из зарубежных авторов касательно задач размещения и ценообразования нужно обратиться к исследованиям Aboolian R., Berman O., Krass D., Dasci A., Laporte G., Serra D., ReVelle C., Eiselt H.A., Drezner T., Marianov V., van Loon J. и др. В настоящее время данная область активно развивается. Устанавливается и исследуется вычислительная сложность задач в рамках классической теории. Развиваются точные и приближенные методы решения.

Цель диссертации. Установление вычислительной сложности исследуемых задач размещения производства и ценообразования. Исходя из этого, разработка и исследование точных и приближенных методов решения.

Объектом исследования диссертации являются задачи размещения производства и ценообразования. Предмет исследования – сложность данных задач и алгоритмы их решения.

Методы исследования. В диссертации использованы современные методы исследования операций, включающие в себя построение матема-

тических моделей, классическую теорию сложности, в том числе, полиномиальную и аппроксимационную иерархии классов сложности, а также методологию экспериментальных исследований с применением вычислительной техники и коммерческих пакетов прикладных программ для решения задач частично-целочисленного, целочисленного, булевого двухуровневого программирования.

Научная новизна. Оригинальность и научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

1) Предложены новые модели ценообразования, размещения и ценообразования, конкурентного размещения и ценообразования, государственно-частного партнерства.

2) Исследована сложность задач ценообразования с различными ценовыми стратегиями. Установлено, что задачи дискриминационного и равномерного ценообразования полиномиально разрешимы, а задача фабричного ценообразования NP -трудна в сильном смысле и принадлежит классу $Log-APX$.

3) Для задачи фабричного ценообразования разработаны эффективные гибридные алгоритмы, основанные на методе декомпозиции и мета-эвристиках.

4) Исследована сложность задач размещения и ценообразования с различными стратегиями ценообразования и типами размещения предприятий. Установлено, что все они являются NP -трудными в сильном смысле и принадлежат классу $Poly-APX$, причем задачи с одним из типов размещения (когда за размещение взимается плата) являются $Poly-APX$ -полными относительно AP -сводимости, а это значит, что для них не существует приближенного эффективного алгоритма с относительной погрешностью "лучше" полиномиальной при условии $P \neq NP$.

5) Для задачи размещения и фабричного ценообразования, когда открывается заданное число предприятий, разработаны эффективные гибридные алгоритмы на основе генетического локального поиска и спуска с чередующимися окрестностями.

6) Исследована сложность задачи конкурентного размещения и ценообразования. Установлено, что она является Σ_2^P -трудной и лежит в классе $Poly-APX_2^P$. Для нее разработаны эффективные алгоритмы, основывающиеся на идеях альтернирующей эвристики и локального поиска.

ка.

7) Исследована сложность задачи государственно-частного партнерства. Установлено, что она является *NPO*-трудной. Для нее разработан эффективный гибридный алгоритм, основанный на методе локального поиска.

Личный вклад. Основные научные результаты получены автором лично. Вклад соискателя заключается в исследовании сложности поставленных задач, разработке и анализе точных и приближенных алгоритмов, их реализации и проведении вычислительного эксперимента. Представление изложенных в диссертации результатов, полученных в совместных исследованиях, с соавторами согласовано.

Практическая и теоретическая ценность. Работа носит теоретический и экспериментальный характер. Исследована сложность задач размещения и ценообразования. Для их решения разработаны точные и приближенные методы. Данные методы реализованы в виде программ. Они показали свою эффективность и могут применяться при решении практических задач, а также использоваться в университетских курсах «Исследование операций» и «Теория принятия решений».

Апробация работы. Все разделы диссертации прошли апробацию на следующих конференциях в России и за рубежом:

- V Международная азиатская молодежная школа по оптимизации больших систем, Иссык-Куль, 2009;
- Международная конференция «Дискретная оптимизация и исследование операций», Алтай, 2010, и Новосибирск, 2013;
- Международная конференция «Optimization and applications» (ОРТИМА2011), Петровац, Черногория, 2011 г;
- Всероссийская конференция «Проблемы оптимизации и экономические приложения», Омск, 2012;
- Международная конференция «ISMP2012», Берлин, Германия, 2012;
- Международная конференция «EURO2013», Рим, Италия, 2013;
- XVI Байкальская международная школа-семинар «Методы оптимизации и их приложения», о. Ольхон, 2014;

- XV-я Всероссийская конференция «Математическое программирование и приложения», Екатеринбург, 2015;
- Научные семинары Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН.

Публикации. По теме диссертации автором опубликовано 15 работ, в том числе 6 статей в журналах из списка ВАК.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы (85 наименований). Объем диссертации – 140 страница.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении формулируются цель и задачи исследования, обосновывается актуальность выбранной темы и указываются основные методы решения поставленной задачи. Отмечена новизна полученных результатов и их практическая и теоретическая ценность. Приводятся сведения об апробации работы и публикациях. Кратко излагается содержание работы.

В первой главе формулируются новые модели ценообразования, размещения и ценообразования, конкурентного размещения и ценообразования, государственно-частного партнерства, исследуемые в диссертационной работе. Описываются базовые классы сложности, относительно которых определяется вычислительная сложность рассматриваемых постановок.

В работе рассматриваются двухуровневые модели [3]. Область двухуровневых задач оптимизации является неотъемлемой частью теории экстремальных задач. Она корнями уходит в работы Штакельберга [7] и широко используется для изучения разного рода иерархических постановок, которые можно содержательно описать с помощью следующей игры. В ней участвуют два игрока, принимающие решения последовательно – сначала первый игрок (лидер), а затем второй (конкурент). При этом поведение каждого из игроков определяется некоторой оптимизационной задачей. Одна из них описывает выбор решения первым игроком (верхний уровень), а вторая моделирует реакцию второго игрока на данное решение (нижний уровень). При этом может возникнуть проблема для

лидера, когда задача нижнего уровня имеет несколько решений. Здесь мы рассматриваем только кооперативные постановки, когда конкурент среди всех своих оптимальных решений выбирает "лучшее" с точки зрения лидера.

Сформулируем содержательную постановку исследуемых задач ценообразования в виде игры Штакельберга. На верхнем уровне производитель выбирает цены на каждом из своих предприятий, выпускающих однородную продукцию. На нижнем уровне каждый из потребителей выбирает одно из предприятий, на котором транспортные затраты и затраты на приобретение продукции в сумме минимальны. Покупка совершается в том случае, когда это позволяет бюджет потребителя. Здесь предполагается единичный спрос. Требуется определить такие цены на каждом предприятии, при которых доход производителя от продажи продукции максимален.

Предлагаемая стратегия ценообразования называется фабричной (mill pricing) [5]. Помимо нее в диссертационной работе рассматриваются следующие две стратегии. Равномерное ценообразование (uniform pricing) [5], т.е. на всех пунктах обслуживания устанавливается одна и та же цена. Дискриминационное ценообразование (discriminator pricing) [5] – стратегия ценообразования, при которой могут быть ущемлены интересы каких-то групп покупателей, т.к. на каждом пункте обслуживания могут устанавливаться разные цены для разных покупателей. Соответственно, в зависимости от выбора стратегии ценообразования рассмотрим задачи фабричного, равномерного и дискриминационного ценообразования.

В выше описанных моделях ценообразования предприятия (магазины) уже размещены. Производителю остается только назначить цены на производимую продукцию. Если в данной игре Штакельберга положить, что сперва производителю необходимо разместить предприятия, то получим модель размещения производства и ценообразования. В диссертации рассматриваются два типа размещения предприятий: **I** тип – когда за размещение предприятия взимается определенная плата, **II** тип (иногда называется медианным) – когда необходимо разместить определенное количество предприятий, при этом плата за размещение не взимается. В зависимости от выбора одной из трех стратегий ценообразования и типа размещения получим шесть задач размещения и ценообразования, кото-

рые являются обобщением выше описанных задач ценообразования.

Помимо моделей размещения и ценообразования в работе рассматривается модель конкурентного размещения и ценообразования, описываемая следующей игрой Штакельберга. Задано конечное множество пунктов размещения предприятий и конечное множество рынков. Предполагается, что предприятия производят однородный продукт. Первым ходом лидер размещает свои предприятия, затем свой выбор делает конкурент. Каждому игроку необходимо открыть определенное число предприятий, т.е. используется тип размещения II. Для каждого рынка и предприятия известна общая себестоимость производства и доставки товара потребителям рынка. После того как выбраны предприятия процесс ценообразования на каждом рынке реализуется на основе модели ценовой конкуренции Бертрана [6]. В этой модели игроки конкурируют между собой изменяя цены на продукцию стремясь к себестоимости производимой продукции. В результате ценовой конкуренции рынки будут поделены между лидером и конкурентом. Предприятие лидера захватывает рынок, если себестоимость поставляемого им продукта минимальна среди всех открытых предприятий. Оставшиеся рынки захватываются предприятиями конкурента. Монополист на каждом своём рынке, в отличие от модели Бертрана, устанавливает оптимальную монопольную цену и получает прибыль равную произведению величины спроса на разность монопольной цены и себестоимости. Прибыль игрока складывается из прибыли с каждого из монополизированных им рынков. Цель игры лидера – выбрать такое множество пунктов размещения при заданном бюджетном ограничении, которое позволяет монополизировать рынки, доставляющие максимальную суммарную прибыль.

В дополнение рассмотрена модель государственно-частного партнерства, в которой государство и инвестор вступают в игру, конкурируя между собой, по освоению минерально-сырьевой базы. При этом они реализуют три группы проектов: инвестиционные (производственные), инфраструктурные и экологические. Реализацию проектов можно интерпретировать как размещение предприятий. Сперва лидер (государство) реализует инфраструктурные и экологические проекты, затем конкурент (инвестор) запускает инвестиционные и, если нужно, экологические. При этом оба игрока имеют бюджетные ограничения на реализацию соответ-

ствующих проектов. Цель игры – реализовать такие инфраструктурные и экологические проекты, что после ответа инвестора государство получит наибольшую прибыль.

Во **второй главе** определяется сложностной статус задач ценообразования. Показано, что задачи равномерного и дискриминационного ценообразования полиномиально разрешимы. Касательно задачи фабричного ценообразования имеют место следующие результаты:

Теорема 5 *Задача фабричного ценообразования является NP -трудной в сильном смысле.*

Теорема 4 *Задача фабричного ценообразования полиномиально разрешима при выполнении любого из следующих условий:*

- 1) Число потребителей фиксировано;
- 2) Число предприятий фиксировано.

Теорема 6 *Задача фабричного ценообразования принадлежит классу $Log-APX$.*

Теорема 7 *При условии $P \neq NP$ для задачи фабричного ценообразования не существует полиномиального приближенного алгоритма с абсолютной погрешностью, ограниченной константой.*

Первые две теоремы характеризуют сложность нахождения оптимального решения [1]. Из теоремы 5 следует, что исследуемая задача ценообразования с фабричной стратегией относится к классу труднорешаемых задач, но (как следствие теоремы 4) при выполнении определенных условий она становится эффективно разрешимой. Теорема 6 говорит нам о том, что для задачи фабричного ценообразования существует полиномиальный алгоритм с логарифмической относительной погрешностью [2]. Но при этом, скорее всего, не удастся построить эффективный алгоритм с константной абсолютной погрешностью (теорема 7).

В конце предлагается гибридный алгоритм решения задачи фабричного ценообразования, на основе метода декомпозиции [4] и метаэвристик [8], в частности, генетического локального поиска, в том числе его различные модификации для уменьшения трудоемкости.

В **третьей главе** исследуется сложность задач размещения производства и ценообразования с различными типами размещения и стратегиями ценообразования. Получены следующие результаты:

Теорема 8 *Исследуемые задачи размещения и ценообразования NP -*

трудны в сильном смысле.

Теорема 9 *Задачи размещения и ценообразования, в которых за размещение взимается плата, полиномиально разрешимы в случае фиксированного числа возможных мест открытия предприятий. А задачи размещения и ценообразования, когда требуется открыть известное число предприятий, полиномиально разрешимы, если это число фиксировано.*

Теорема 10 *Задачи размещения и ценообразования, в которых за размещение взимается плата, являются $Poly-APX$ -полными относительно AP -сводимости.*

Из последней теоремы следует, что при несовпадении классов P и NP не существует эффективного приближенного алгоритма с относительной погрешностью лучше полиномиальной для этих задач.

Для задачи размещения и фабричного ценообразования, в которой требуется открыть известное число предприятий, разработаны гибридные алгоритмы, основанные на идеях генетического локального поиска, поиска с чередующимися окрестностями и локального поиска. Вычислительный эксперимент показал их конкурентоспособность в сравнении с известными методами решения.

В **четвертой главе** приводятся результаты по сложности задачи конкурентного размещения производства и ценообразования:

Теорема 11 *Параметрическая задача конкурента является NP -трудной в сильном смысле.*

Теорема 12 *Задача конкурентного размещения и ценообразования является Σ_2^P -трудной.*

Теорема 13 *Задача конкурентного размещения и ценообразования принадлежит классу $Poly-APX_2^P$.*

Также приводятся разработанные для решения данной задачи алгоритмы, основывающиеся на идеях альтернирующей эвристики и локального поиска.

В **пятой главе** исследуется задача государственно-частного партнерства. Получены следующие результаты:

Теорема 14 *Задача государственно-частного партнерства является NPO -трудной.*

Теорема 15 *Параметрическая задача инвестора является NPO -*

полной.

Для решения задачи государственно-частного партнерства разработаны приближенные алгоритмы, основанные на идеях локального поиска, которые также приведены в данной главе.

В **заключении** приводятся основные результаты диссертации.

Список литературы

- [1] Attallah M. Algorithms and theory of computation handbook. Boca Raton: CRC Press LLC, 1999.
- [2] Ausiello G., Crescenzi P., Gambosi G., Kann V., Marchetti-Spaccamela A., Protasi M. Complexity and approximation: combinatorial optimization problems and their aproximability properties. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [3] Dempe S.J. Foundations of bilevel programming. — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. — 481 p.
- [4] Geoffrion A.V. Generalized Benders decomposition // Journal of Optimization Theory and Application. — 1972. — Vol. 10, No. 4. — P. 237–260.
- [5] Hanjoul P., Hansen P., Peeters D. and Thisse J-F. Uncapacitated plant location under alternative spatial price policies // Market Sci. — 1990. — Vol. 36. — P. 41–57.
- [6] Pelegrin B., Fernandez P., Garcia M.D., Cano S. On the location of new facilities for chain epansion under delivered pricing // Omega. 2012. V. 40. P. 149 – 158.
- [7] Stackelberg H.V. Marktform und Gleichgewicht. Berlin: Springer, 1934.
- [8] Talbi E-G. Metaheuristics: from design to implementation. – Berlin: Wiley, 2009.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- Панин А., Плясунов А. Задача ценообразования. Ч. 1. Точные и приближённые алгоритмы решения // Дискрет. анализ и исслед. операций. — 2012. — т. 19. № 5. — С. 83-100.
- Панин А., Плясунов А. Задача ценообразования. Ч. 2. Вычислительная сложность // Дискрет. анализ и исслед. операций. — 2012. — т. 19. № 6. — С. 56-71.
- Панин А., Плясунов А. О сложности двухуровневых задач размещения и ценообразования // Дискретный анализ и исследование операций. — 2014. — том 21, № 5. — С. 54-66.
- Кочетов Ю., Панин А., Плясунов А. Сравнение метаэвристик для решения двухуровневой задачи размещения предприятий и фабричного ценообразования // Дискретный анализ и исследование операций. — 2015. — том 22, № 3. — С. 36-54.
- Панин А., Пащенко М., Плясунов А. Двухуровневые модели конкурентного размещения производства и ценообразования // АиТ. — 2014. — № 4. — С. 153-169.
- Лавлинский С., Панин А., Плясунов А. Двухуровневая модель планирования государственно-частного партнерства // АиТ. — 2015. — № 11.
- Панин А.А. Генетический алгоритм для одной задачи ценообразования // Труды ИВМиМГ СО РАН серия Информатика. — Новосибирск: URSS, 2009. — Вып. 9. — С. 190-196.
- Панин А.А. Верхние оценки для одной задачи ценообразования // Российская конференция «Дискретная оптимизация и исследование операций»: Материалы конференции. — Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, — 2010. — С. 117.

- Panin A.A., Plyasunov A.V. Computational complexity and decomposition algorithms for the mill pricing problem // Abstract of II International conference "Optimization and applications"(OPTIMA-2011). —Petrovac, —2011, —P. 46–49.
- Панин А.А., Плясунов А.В. О сложности задачи размещения и ценообразования // «Проблемы оптимизации и экономические приложения»: материалы V Всероссийской конференции. — Омск, Изд-во Ом. гос. ун-та, —2012. —С. 158.
- Panin A. On approximability some location and pricing problems // Abstract of 21st International Symposium on Mathematical Programming (ISMP2012). —Berlin, —2012, —P. 101.
- Панин А.А., Пашенко М.Г., Плясунов А.В. Новая модель конкурентного размещения и ценообразования // Российская конференция «Дискретная оптимизация и исследование операций»: Материалы конференции. —Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, —2013. —С. 117.
- Panin A., Plyasunov A. Approximate algorithms for the bilevel facility location and pricing problem // 26th European Conference on Operational Research (EURO2013), —Rome, —2013, —P. 284.
- Панин А.А. Метаэвристики для одной задачи размещения и ценообразования // Тезисы XVI Байкальской международной школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения», —Иркутск, —2014, —С. 80.
- Панин А.А., Плясунов А.В. О некоторых моделях размещения предприятий и ценообразования // XV-я Всероссийская конференция «Математическое программирование и приложения»: Тезисы. —Екатеринбург, —2015, —С. 153–154.

Панин Артем Александрович

**Сложность и алгоритмы решения двухуровневых задач
размещения и ценообразования**

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать ???.15. Формат 60x84 1/??.
Усл. печ. л. 1,0. Уч.-изд. л. 1,0. Тираж ??? экз. Заказ № ???.

Отпечатано в ООО "Омега Принт"
630090, Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 6