ГИЛЬБЕРТОВСКОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ (ГИВ)

Основные объекты ГИВ: формулы логики высказываний (секвенций в ГИВ нет!).

Аксиомы ГИВ: аксиомами ГИВ являются формулы следующих 10 видов:

(1) $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$;

(2) $(\Phi \to \Psi) \to ((\Phi \to (\Psi \to \Theta)) \to (\Phi \to \Theta))$;

(3) $(\Phi \mathbin{\&} \Psi) \to \Phi$;

(4) $(\Phi \mathbin{\&} \Psi) \to \Psi$;

(5) $(\Phi \to \Psi) \to ((\Phi \to \Theta) \to (\Phi \to (\Psi \mathbin{\&} \Theta)))$;

(6) $\Phi \to (\Phi \vee \Psi)$;

(7) $\Psi \to (\Phi \vee \Psi)$;

(8) $(\Phi \to \Theta) \to ((\Psi \to \Theta) \to ((\Phi \vee \Psi) \to \Theta))$;

(9) $(\Phi \to \Psi) \to ((\Phi \to \neg\Psi) \to \neg\Phi)$;

(10) $\neg\neg\Phi \to \Phi$.

Правило вывода ГИВ: исчисление ГИВ содержит только одно правило

$$\frac{\Phi, \Phi \to \Psi}{\Psi} \text{ (modus ponens)}$$

Выводимость в ГИВ: Говорят, что формула Φ *выводима в ГИВ из множества формул* Γ и пишут $\Gamma \rhd \Phi$, если существует набор $\Phi_0, \ldots, \Phi_n$ формул такой, что $\Phi_n = \Phi$ и для любого $i \leqslant n$ формула Φ_i является аксиомой ГИВ, или $\Phi_i \in \Gamma$, или Φ_i получается из некоторых Φ_j, Φ_k $(j, k < i)$ по правилу вывода ГИВ.

Если $\varnothing \rhd \Phi$, то говорят, что формула Φ *выводима в ГИВ*.

Допустимые в ГИВ правила (впишите самостоятельно):