ГЁДЕЛЕВСКАЯ НУМЕРАЦИЯ ТЕРМОВ И ФОРМУЛ

Пусть $\mathrm{Term}(\sigma_0)$ — множество всех термов, $\mathrm{Form}(\sigma_0)$ — множество всех формул сигнатуры $\sigma_0 = \langle +, \cdot, s, 0, \leqslant \rangle$ от переменных из множества $\{v_i \mid i{\in}\omega\}$. *Гёделевской нумерацией термов и формул сигнатуры* σ_0 (включая RQ-формулы) называется отображение $\gamma : \mathrm{Term}(\sigma_0) \cup \mathrm{Form}(\sigma_0) \longrightarrow \omega$, которое определяется следующими соотношениями:

(0) $\gamma(0) = c(0, 0)$;

(1) $\gamma(v_i) = c(1, i)$, где $i \in \omega$;

(2) $\gamma(s(t)) = c(2, \gamma(t))$, где t — терм;

(3) $\gamma(t_1 + t_2) = c(3, c(\gamma(t_1), \gamma(t_2)))$, где t_1, t_2 — термы;

(4) $\gamma(t_1 \cdot t_2) = c(4, c(\gamma(t_1), \gamma(t_2)))$, где t_1, t_2 — термы;

(5) $\gamma(t_1 \approx t_2) = c(5, c(\gamma(t_1), \gamma(t_2)))$, где t_1, t_2 — термы;

(6) $\gamma(t_1 \leqslant t_2) = c(6, c(\gamma(t_1), \gamma(t_2)))$, где t_1, t_2 — термы;

(7) $\gamma(\Phi \,\&\, \Psi) = c(7, c(\gamma(\Phi), \gamma(\Psi)))$, где Φ, Ψ — формулы;

(8) $\gamma(\Phi \vee \Psi) = c(8, c(\gamma(\Phi), \gamma(\Psi)))$, где Φ, Ψ — формулы;

(9) $\gamma(\Phi \to \Psi) = c(9, c(\gamma(\Phi), \gamma(\Psi)))$, где Φ, Ψ — формулы;

(10) $\gamma(\neg\Phi) = c(10, \gamma(\Phi))$, где Φ — формула;

(11) $\gamma(\forall v_i \Phi) = c(11, c(i, \gamma(\Phi)))$, где Φ — формула, $i \in \omega$;

(12) $\gamma(\exists v_i \Phi) = c(12, c(i, \gamma(\Phi)))$, где Φ — формула, $i \in \omega$;

(13) $\gamma((\forall v_i \leqslant t)\Phi) = c(13, c(c(i, \gamma(t)), \gamma(\Phi)))$, где Φ — формула, t — терм, $i \in \omega$, $v_i \notin \mathrm{FV}(t)$;

(14) $\gamma((\exists v_i \leqslant t)\Phi) = c(14, c(c(i, \gamma(t)), \gamma(\Phi)))$, где Φ — формула, t — терм, $i \in \omega$, $v_i \notin \mathrm{FV}(t)$.

Говорят, что множество $X \subseteq \mathrm{Term}(\sigma_0) \cup \mathrm{Form}(\sigma_0)$ термов или формул сигнатуры σ_0 *разрешимо* (*перечислимо*), если множество $\gamma(X)$ номеров элементов из X вычислимо (вычислимо перечислимо).