ФОРМУЛЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Алфавит логики высказываний: *Алфавитом логики высказываний* является множество

$$\{P_n \mid n \in \omega\} \cup \{\&, \vee, \to, \neg, (,)\},$$

где символы P_n, $n \in \omega$, называются *пропозициональными переменными.*

Формулы логики высказываний: *Формулы логики высказываний* определяются по индукции:

(1) Любая пропозициональная переменная P_n, $n \in \omega$, является *формулой логики высказываний.*

(2) Если Φ, Ψ — формулы логики высказываний, то слова $(\Phi \;\&\; \Psi)$, $(\Phi \vee \Psi)$, $(\Phi \to \Psi)$, $\neg\Phi$ тоже являются *формулами логики высказываний.*

Подформулы: *Подформулой* формулы Φ логики высказываний называется любое подслово Φ, которое само является формулой логики высказываний.

Означивание пропозициональных переменных: Любое отображение $\gamma : \{P_n \mid n \in \omega\} \to \{0,1\}$ называется *означиванием пропозициональных переменных* в множестве $\{0,1\}$.

0-1-семантика логики высказываний: Пусть $\gamma : \{P_n \mid n \in \omega\} \to \{0,1\}$ — произвольное означивание пропозициональных переменных в множестве $\{0,1\}$. Продолжим отображение γ на множество всех формул логики высказываний, определив *значение* $\gamma(\Phi)$ *формулы* Φ *при означивании* γ по индукции:

(1) Если $\Phi = P_n$ — пропозициональная переменная, то $\gamma(\Phi) = \gamma(P_i)$.

(2) Если $\Phi = (\Psi \;\&\; \Theta)$, или $\Phi = (\Psi \vee \Theta)$, или $\Phi = (\Psi \to \Theta)$, или $\Phi = \neg\Psi$, где Ψ, Θ — формулы логики высказываний, то значение $\gamma(\Phi)$ определяется по следующим правилам:

$\gamma(\Psi)$	$\gamma(\Theta)$	$\gamma(\Psi \;\&\; \Theta)$	$\gamma(\Psi \vee \Theta)$	$\gamma(\Psi \to \Theta)$	$\gamma(\neg\Psi)$
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0

Формула Φ называется *истинной при означивани* γ, если $\gamma(\Phi) = 1$.

Таблица истинности: Пусть Φ — формула логики высказываний, все пропозициональные переменные которой содержатся в конечном множестве $\{P_0, \dots, P_n\}$. Функция, которая каждому набору значений переменных $P_0, \dots, P_n$ в множестве $\{0,1\}$ сопоставляет соответствующее значение формулы Φ, называется *таблицей истинности* данной формулы.

Тождественная истинность: Формула Φ называется *тождественно истинной*, если Φ истинна при любом означивании пропозициональных переменных в множестве $\{0,1\}$.

Семантическая эквивалентность формул: Говорят, что формулы Φ и Ψ *семантически эквивалентны* и пишут $\Phi \sim \Psi$, если при любом означивании γ пропозициональных переменных в множестве $\{0,1\}$ значения $\gamma(\Phi)$ и $\gamma(\Psi)$ этих формул совпадают.

Замечание о синонимах: Формулы логики высказываний часто называют *пропозициональными формулами* или *формулами нулевого порядка.* Означивания пропозициональных переменных также называют *интерпретациями пропозициональных переменных.* Символ конъюнкции & могут записывать как $\wedge$, а символ импликации $\to$ как $\supset$.