

СЕКВЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ (СИВ)

Секвенции СИВ: секвенциями СИВ называются слова следующих четырех видов:

- (1) $\Phi_0, \dots, \Phi_n \vdash \Psi$,
- (2) $\Phi_0, \dots, \Phi_n \vdash$,
- (3) $\vdash \Psi$,
- (4) \vdash ,

где $\Phi_0, \dots, \Phi_n, \Psi$ — произвольные формулы логики высказываний, $n \in \omega$.

Аксиомы СИВ: аксиомой СИВ называется любая секвенция вида $\Phi \vdash \Phi$, где Φ — произвольная формула логики высказываний.

Правила вывода СИВ: пусть $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$ — конечные (возможно пустые) последовательности формул логики высказываний, Φ, Ψ, Θ — формулы логики высказываний. Тогда следующие слова являются правилами вывода СИВ:

- | | |
|--|---|
| <p>(1) $\frac{\Gamma \vdash \Phi; \Gamma \vdash \Psi}{\Gamma \vdash \Phi \& \Psi}$ введение конъюнкции</p> | <p>(7) $\frac{\Gamma, \Phi \vdash \Psi}{\Gamma \vdash \Phi \rightarrow \Psi}$ введение импликации</p> |
| <p>(2) $\frac{\Gamma \vdash \Phi \& \Psi}{\Gamma \vdash \Phi}$ удаление конъюнкции справа</p> | <p>(8) $\frac{\Gamma \vdash \Phi; \Gamma \vdash \Phi \rightarrow \Psi}{\Gamma \vdash \Psi}$ modus ponens (удаление импликации)</p> |
| <p>(3) $\frac{\Gamma \vdash \Phi \& \Psi}{\Gamma \vdash \Psi}$ удаление конъюнкции слева</p> | <p>(9) $\frac{\Gamma, \neg \Phi \vdash}{\Gamma \vdash \Phi}$ рассуждение от противного</p> |
| <p>(4) $\frac{\Gamma \vdash \Phi}{\Gamma \vdash \Phi \vee \Psi}$ введение дизъюнкции справа</p> | <p>(10) $\frac{\Gamma \vdash \Phi; \Gamma \vdash \neg \Phi}{\Gamma \vdash \perp}$ сведение к противоречию</p> |
| <p>(5) $\frac{\Gamma \vdash \Phi}{\Gamma \vdash \Psi \vee \Phi}$ введение дизъюнкции слева</p> | <p>(11) $\frac{\Gamma_1, \Phi, \Psi, \Gamma_2 \vdash \Theta}{\Gamma_1, \Psi, \Phi, \Gamma_2 \vdash \Theta}$ правило перестановки</p> |
| <p>(6) $\frac{\Gamma, \Phi \vdash \Theta; \Gamma, \Psi \vdash \Theta; \Gamma \vdash \Phi \vee \Psi}{\Gamma \vdash \Theta}$ правило разбора двух случаев</p> | <p>(12) $\frac{\Gamma \vdash \Phi}{\Gamma, \Psi \vdash \Phi}$ правило лишней посылки</p> |

Замечание: очень часто в список основных правил СИВ также вносят следующие правила

$$(13) \frac{\Gamma, \Phi \vdash}{\Gamma \vdash \neg \Phi}; \quad (14) \frac{\Gamma \vdash}{\Gamma \vdash \Phi}; \quad (15) \frac{\Gamma, \Phi, \Phi \vdash \Psi}{\Gamma, \Phi \vdash \Psi}.$$

Однако, эти правила не расширяют множество доказуемых в СИВ секвенций, т.е. правила (13)–(15) являются допустимыми в исчислении, заданном правилами (1)–(12).

Допустимые правила вывода СИВ (впишите самостоятельно):