

ВОПРОСЫ ПО ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЕ

I-й семестр

- 1) Алгебраическая операция, алгебраическая система, примеры.
- 2) Изоморфизм алгебраических систем, подсистема, примеры.
- 3) Группа: аксиомы, следствия из аксиом, примеры.
- 4) Необходимое и достаточное условие того, что подмножество группы является подгруппой.
- 5) Пересечение подгрупп. Порождающее множество.
- 6) Кольца: аксиомы, следствия из аксиом, примеры.
- 7) Кольца вычетов.
- 8) Поля: аксиомы, следствия из аксиом, примеры.
- 9) Подкольцо, подполе. Пересечение подколец, подполей.
- 10) Группы подстановок.
- 11) Теорема о разложении подстановки в произведение независимых циклов.
- 12) Четность подстановки, теорема о разложении подстановки на транспозиции.
- 13) Декримент. Четность подстановки.
- 14) Теорема о равенстве числа четных и нечетных подстановок в группе подстановок.
- 15) Кольца матриц: операции над матрицами, проверка аксиом.
- 16) Диагональные матрицы и трансвекции. Умножение произвольной матрицы на диагональную и трансвекцию.
- 17) Теорема о разложении матрицы на диагональную и трансвекции.
- 18) Определитель обратимости матрицы. Вычисление определителей порядка 2 и 3.
- 19) Определитель полураспавшейся и транспонированной матриц.
- 20) Поведение определителя при перестановке строк.
- 21) Поведение определителя при элементарных преобразованиях строк.
- 22) Разложение определителя по строке.
- 23) Теорема о существовании обратной матрицы.
- 24) Определитель произведения матриц.
- 25) Применение определителей к системам линейных уравнений.
- 26) Применение определителей к вычислению обратной матрицы.
- 27) Поле комплексных чисел: определение, существование.
- 28) Поле комплексных чисел: определение, единственность.
- 29) Общая линейная группа и ее важнейшие подгруппы – специальная, ортогональная, унитарная.

- 30) Векторное пространство над полем: аксиоматика, примеры. Векторное пространство как алгебраическая система.
- 31) Примеры векторных пространств. Изоморфизм.
- 32) Линейная зависимость векторов. Линейно эквивалентные системы векторов.
- 33) Теорема о замене.
- 34) База и ранг системы векторов. Размерность пространства.
- 35) Координаты вектора. Изоморфизм любого пространства пространству строк.
- 36) Связь между базами векторного пространства. Преобразование координат вектора при смене базы пространства.
- 37) Подпространства. Сумма, пересечение подпространств.
- 38) Подпространства. Прямая сумма, линейная оболочка подпространств.
- 39) Теорема о размерности суммы и пересечения подпространств.
- 40) Ранг матрицы. Теорема о ранге.
- 41) Теорема о ранге произведения матриц.
- 42) Системы линейных уравнений: критерий совместности.
- 43) Системы линейных уравнений: общее решение – определение и отыскание.
- 44) Однородные системы. Связь произвольных систем с однородными.
- 45) Однородные системы: пространство решений, фундаментальные системы решений.
- 46) Отыскание базы суммы и пересечения подпространств.
- 47) Теорема Фредгольма.
- 48) Эквивалентности и фактор-множества.
- 49) Фактор-пространство.
- 50) Теорема о размерности фактор-пространства.
- 51) Кольца многочленов от одной переменной.
- 52) Алгоритм деления с остатком.
- 53) Наибольший общий делитель двух многочленов.
- 54) Линейное уравнение с двумя неизвестными в кольце многочленов: критерий разрешимости.
- 55) Взаимно простые многочлены.
- 56) Линейное уравнение с двумя неизвестными в кольце многочленов: общее решение.
- 57) Корни и значения многочленов. Теорема Безу.
- 58) Производная многочлена. Формула Тейлора.
- 59) Задача интерполяции, интерполяционный многочлен Лагранжа.
- 60) Кратные корни. Теорема о корне многочлена и его производной.
- 61) Кольца с однозначным разложением: определения, примеры.
- 62) Кольцо многочленов как кольцо с однозначным разложением.

- 63) Пример целостного кольца для которого разложение на неразложимые множители не обрывается.
- 64) Пример целостного кольца для которого разложение на неразложимые множители неоднозначно.
- 65) Идеалы. Порождающее множество идеала. Главный идеал.
- 66) фактор-кольца.
- 67) Кольцо многочленов как кольцо главных идеалов.
- 68) Теорема о существовании корня: доказательство существования.
- 69) Теорема о существовании корня: доказательство единственности.
- 70) Кольца с условием максимальности – два равносильных определения.
- 71) Теорема Гильберта о базах.