

- Из колоды в 52 карты (4 масти по 13 карт в каждой) наугад выбирают шесть карт. Найти вероятности событий  $A = \{\text{среди выбранных карт будет по три карты каких-то двух мастей}\}$  и  $B = \{\text{среди выбранных карт будет не больше двух пиковых карт}\}$ .
  - На отрезок  $[0,2]$  наудачу и независимо друг от друга брошены две точки  $\xi$  и  $\eta$ . Заданы события  $A = \{\max(\xi, \eta) < 1\}$  и  $B = \{\min(2\xi, \eta) > 0,5\}$ . Найти их вероятности. Являются ли события  $A$  и  $B$  независимыми?
  - Сколько должна планировать пара иметь детей, чтобы вероятность иметь хотя бы одного мальчика была выше 95%? Вычислить вероятность того, что в семье с таким количеством детей будет два мальчика.
  - Поступающие по конвейеру детали удовлетворяют стандарту с вероятностью  $p$ . Рассмотрим события  $A = \{\text{первой нестандартной оказалась 4-я деталь}\}$ ,  $B = \{\text{второй нестандартной оказалась 7-я деталь}\}$ . Найти  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cap B)$ .
  - Есть три кубика. На первом три грани из шести белые, на втором белых граней четыре, а на третьем — пять. Наудачу выбранный кубик подбрасывается пять раз. Найти вероятность того, что выбран первый кубик, если при пяти подбрасываниях белая грань выпала ровно четыре раза.
  - На сторонах  $AB$  и  $AC$  равностороннего треугольника случайным образом выбраны точки  $M$  и  $N$ . Какова вероятность, что треугольник  $AMN$  тупоугольный?
- 

- Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.
- Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Из урны, содержащей 5 белых, 6 красных и 1 чёрный шар, достали наугад 5 шаров. Найти вероятность того, что будут вынуты шары: а) только одного цвета; б) всех цветов.
  - На отрезок  $[0, 2]$  наудачу и независимо друг от друга, брошены две точки  $\xi$  и  $\eta$ . Заданы события  $A = \{\max(\xi, 3\eta) < 1\}$  и  $B = \{\min(\xi, \eta) < 0,5\}$ . Найти  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cap B)$ . Являются ли события  $A$  и  $B$  независимыми?
  - В продукции завода брак составляет 5%. Какова вероятность того, что в первой партии из шести деталей не будет бракованных, а в следующей партии из пяти деталей бракованными будут не более двух?
  - Прибор состоит из двух независимо работающих блоков, вероятности отказа которых за смену равны соответственно 0,2 и 0,3. При отказе одного из блоков прибор выходит из строя с вероятностью 0,6, при отказе двух блоков — с необходимостью. Определить вероятность выхода прибора из строя за смену. Какова вероятность, что отказали оба блока, если известно, что прибор вышел из строя?
  - Пятизначный номер выбирается наугад из множества всевозможных пятизначных номеров (на любом месте номера может встретиться любая цифра). Какова вероятность того, что в номере цифра 3 встретится как минимум два раза?
  - Колоду из 36 карт (4 масти по 9 карт в каждой) раздают поровну четверым игрокам. Найти вероятность того, что хотя бы у одного из игроков соберутся все карты одной масти.
- 

- Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.
- Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Из колоды в 52 карты (4 масти по 13 карт в каждой) наугад выбирают шесть карт. Найти вероятности событий  $A = \{\text{среди выбранных карт будет по две карты каких-то трёх мастей}\}$  и  $B = \{\text{среди выбранных карт будет как минимум два короля}\}$ .
- На отрезок  $[0, 8]$  наудачу и независимо друг от друга брошены две точки с координатами  $\xi$  и  $\eta$ .
  - Проверить, являются ли события  $\{\max(\xi, \eta) < 4\}$  и  $\{\xi + \eta > 2\}$  независимыми.
  - Проверить, являются ли события  $\{2 < \eta < 6\}$ ,  $\{3 < \eta < 7\}$  и  $\{\eta < 4\}$  независимыми в совокупности.
- Вероятность ровно одного попадания в цель при залпе из двух орудий равна 0,46. Найти вероятность попадания при одном выстреле второго орудия, если известно, что первое орудие попадает с вероятностью 0,7.
- Есть правильный игральный кубик и урна с 4 белыми и 3 чёрными шарами. Кубик подбрасывают четырежды. Затем из урны берут столько шаров, сколько выпало шестёрок. Известно, что среди вынутых шаров оказался ровно один белый шар. С какой вероятностью выпало ровно три шестёрки?
- Четыре человека А, Б, В и Г случайным образом становятся в ряд. Найти вероятность того, что А первый, если Б последний.
- \* Пусть  $\tau$  — время безотказной работы прибора, принимающее значения  $1, 2, 3, \dots$  с некоторыми вероятностями  $p_k = P(\tau = k)$ . Пусть для любых натуральных чисел  $n$  и  $m$  имеет место равенство
 
$$P(\tau > n + m | \tau > n) = P(\tau > m).$$
 Доказать, что тогда  $p_k = p_1(1 - p_1)^{k-1}$ .

**1.** Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

**2.** Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Из колоды в 52 карты (4 масти по 13 карт в каждой) наугад выбирают четыре карты. Найти вероятности событий  $A = \{\text{среди выбранных карт будет хотя бы одна пиковая карта или не менее двух крестовых карт}\}$  и  $B = \{\text{среди выбранных карт будет валет, две дамы и король}\}$ .
- Точка с координатой  $\xi$  выбирается наудачу на отрезке  $[0, 3]$ , и независимо от неё точка с координатой  $\eta$  выбирается наудачу на отрезке  $[0, 2]$ . Проверить, являются ли три события  $\{2\xi + 3\eta < 6\}$ ,  $\{3\eta < 2\xi\}$  и  $\{\xi < 1,5\}$  независимыми в совокупности.
- Монетка встаёт на ребро с вероятностью 0,2. Какова вероятность того, что при первых восьми бросках она трижды встанет на ребро, а при следующих шести бросках она встанет на ребро хотя бы раз?
- В первой урне 8 белых и 3 черных шара, во второй — 5 белых и 3 черных. Из первой урны наудачу выбирают один шар, а из второй — два шара. После этого из выбранных трех шаров наудачу берут один шар. Этот последний шар оказался чёрным. Найти вероятность того, что из второй урны были выбраны два белых шара.
- Номер составлен из 10 цифр, каждая из которых может быть любой от 0 до 9. Какова вероятность, что выбранный наудачу номер будет состоять только из нечётных цифр, и цифра 3 встретится в нём не менее двух раз?
- \* Пусть  $\mathcal{F}$  — совокупность всех подмножеств  $\mathbb{R}^2$  вида  $B_1 \times B_2$ , где  $B_1, B_2 \in \mathfrak{B}(\mathbb{R})$  — борелевские множества. Проверить, является ли  $\mathcal{F}$   $\sigma$ -алгеброй подмножеств  $\mathbb{R}^2$ .

**1.** Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

**2.** Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Из урны, содержащей по три красных, синих, зелёных и белых шара, наудачу извлекают пять шаров. Найти вероятности событий  $A = \{\text{все белые шары будут вынуты}\}$  и  $B = \{\text{в полученном наборе встретятся шары всех цветов}\}$ .
- На отрезке  $[1, 3]$  наудачу и независимо друг от друга выбраны два числа. Найти вероятность того, что их сумма превосходит их произведение.
- Четыре человека А, Б, В и Г становятся в очередь в случайном порядке. Найдите вероятность того, что А первый, если известно, что Б не последний.
- В первой урне — 6 белых и 6 чёрных шаров, во второй — 1 белый и 3 чёрных. Из первой урны наудачу извлекают три шара. Если попались три одноцветных шара, их опускают во вторую урну, а если среди вынутых есть и белые, и чёрные шары, их выбрасывают. Затем из второй урны наудачу извлекают один шар. Какова вероятность, что шары, вынутые из первой урны, были одного цвета, если вынутый из второй урны шар оказался чёрным?
- Два автомата производят детали. В продукции первого автомата брак составляет 10%, в продукции второго — 5%. Каждый автомат изготовил по 7 деталей. Какова вероятность, что ровно три детали окажутся бракованными?
- Три товарища  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  по очереди (в данном порядке) бросают снежки в окно. Победителем объявляется первый попавший в окно. Вероятность попадания при одном броске для  $X$  равна  $1/3$ , для  $Y$  —  $1/2$ , а для  $Z$  —  $2/3$  и не меняется со временем. Найти вероятности победы каждого игрока.

**1.** Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

**2.** Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Из колоды карт в 52 листа выбирают наудачу пять карт. Какова вероятность, что в наборе будут ровно один король, ровно две дамы, и при этом ровно две карты красной масти?
- На соседних сторонах единичного квадрата наудачу и независимо друг от друга выбраны две точки и угол квадрата отрезан по линии, соединяющей эти точки. Какова вероятность того, что площадь отрезанной части не превосходит четверти площади квадрата?
- Каждый день апреля, независимо от прочих, может быть солнечным с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что в первой декаде апреля солнечных дней будет не больше трёх, а во второй декаде солнечными будут только первые пять дней?
- Четыре стрелка  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  попадают по мишени с вероятностями 0,4, 0,5, 0,2 и 0,8 соответственно, независимо друг от друга. Все стрелки выстрелили по разу, и в мишени оказалось три пробоины. Какова вероятность, что стрелок  $B$  попал?
- В колоде 36 карт четырех мастей. После извлечения и возвращения одной карты колода перемешивается и снова извлекается одна карта. Определить вероятность того, что обе извлеченные карты имеют одинаковое достоинство.
- По 7 различным ящикам раскладывают 12 неразличимых шариков. Равновозможными считаются размещения шаров по ящикам, отличающиеся друг от друга тем, сколько шаров попало в конкретные ящики. Найти вероятность того, что ровно один ящик окажется пустым.

**1.** Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

**2.** Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

1. Четверо пассажиров наудачу и независимо друг от друга выбирают один из трёх вагонов скоростного трамвая. Найти вероятности событий  $A = \{\text{в первом вагоне окажется не менее, чем три пассажира}\}$  и  $B = \{\text{в каких-то двух вагонах окажется по два пассажира}\}$ .
2. На отрезок  $[0, 1]$  наудачу и независимо друг от друга брошены две точки. Пусть  $\xi$  и  $\eta$  — их координаты. Найти вероятности событий  $\{3\xi - \eta \leq 1\}$  и  $\{\eta > \xi^2\}$ .
3. Найти, какова должна быть вероятность успеха в схеме Бернулли, чтобы вероятность получить хотя бы одну неудачу в трёх испытаниях была не более 0,784.
4. В первой урне находится 6 белых и 5 черных шаров, во второй — 4 белых и 3 черных. Из первой урны наудачу извлекают сразу четыре шара. Если среди них есть и белые, и чёрные шары, все четыре шара выбрасывают. Если же все они одного цвета, их опускают во вторую урну и тщательно перемешивают. После этого из второй урны извлекают один шар. Какова вероятность того, что шары, вынутые из первой урны, были разных цветов, если вынутый из второй урны шар оказался чёрным?
5. Из колоды карт в 36 листов выбирают наудачу пять карт. Какова вероятность, что в наборе будут ровно 3 туза и ровно 3 карты чёрной масти?
- 6.\* Пусть  $\Omega$  — произвольное непустое множество,  $\mathcal{F}_1$  и  $\mathcal{F}_2$  —  $\sigma$ -алгебры подмножеств  $\Omega$ . Доказать, что  $\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2$  является  $\sigma$ -алгеброй.

1. Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.
2. Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

1. Бросают 4 симметричные игральные кости. Проверить независимость событий  $A = \{\text{выпадут две шестёрки, одна единица и что-то ещё}\}$  и  $B = \{\text{хотя бы раз выпадет тройка}\}$ .
2. На отрезок  $[0, 1]$  наудачу и независимо друг от друга брошены две точки. Пусть  $\xi$  и  $\eta$  — их координаты. Найти вероятность события  $\{\xi - 2\eta \geq 1\}$ .
3. Каждое из четырёх событий может произойти соответственно с вероятностями 0,2, 0,1, 0,3 и 0,05. Определить вероятность того, что в результате опыта произойдет хотя бы одно из этих событий, если эти события а) несовместны; б) независимы.
4. В первой урне 2 белых и 3 чёрных шара, во второй — 1 белый и 4 чёрных, в третьей — 3 белых и 2 чёрных. Из каждой урны потеряли по одному шару. После этого шары из всех урнсыпали в одну и трижды с возвращением доставали из неё шар. При этом ровно один раз был вынут белый шар. Найти вероятность того, что потеряны два белых шара и один чёрный.
5. Четыре человека А, Б, В и Г становятся в очередь в случайному порядке. Найдите вероятность того, что А первый, если известно, что Б второй.
- 6.\* Из всех возможных отображений множества  $\{1, \dots, 12\}$  в себя случайнным образом выбирается одно отображение. Найти вероятность того, что элемент 1 имеет при этом отображении ровно 5 прообразов, а элемент 3 — ровно четыре прообраза.

1. Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.
2. Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Из множества пятизначных номеров (любая из цифр 0, 1, ..., 9 может стоять на любом месте) выбран один. Найти вероятности событий  $A = \{\text{в номере нет цифр } 0, 1 \text{ и } 9\}$  и  $B = \{\text{в номере трижды встречается одна цифра и дважды — какая-то другая}\}$ .
- На отрезок  $[0, 1]$  наудачу и независимо друг от друга брошены две точки. Пусть  $\xi$  и  $\eta$  — их координаты. Найти вероятность события  $\{\min(3\xi, 2\eta) \leq 1\}$ .
- По мишини по одному разу стреляют 7 стрелков. Вероятность попадания для первых пяти равна 0,5, для последних двоих — 0,8. Найти вероятность ровно двух попаданий.
- В первой урне 7 белых и 2 черных шара, во второй — 4 белых и 5 черных. Из первой урны наудачу выбрали два шара и переложили во вторую. После чего из второй урны взяли наугад один шар, и он оказался белым. Найти вероятность того, что переложили два белых шара.
- Найти вероятность того, что при 10 бросаниях правильной монеты герб выпадет нечётное число раз.
- \* Пусть  $\tau$  — время безотказной работы прибора, принимающее значения  $1, 2, 3, \dots$  с некоторыми вероятностями  $p_k = P(\tau = k)$ . Пусть для любых натуральных чисел  $n$  и  $m$  имеет место равенство
 
$$P(\tau > n + m | \tau > n) = P(\tau > m).$$
 Доказать, что тогда  $p_k = p_1(1 - p_1)^{k-1}$ .

**1.** Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

**2.** Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- На избирательном участке стоит 4 непрозрачные урны. Каждый из шести избирателей опускает свой бюллетень в наугад выбранную урну. Найти вероятности событий  $A = \{\text{в двух крайних урнах оказалось по одному бюллетеню}\}$  и  $B = \{\text{крайняя справа урна оказалась пуста}\}$ .
- На отрезок  $[0, 2]$  наудачу и независимо друг от друга брошены две точки  $\xi$  и  $\eta$ . Найти вероятности событий  $A = \{\xi + \eta > 1\}$  и  $B = \{\max(2\xi, \eta) < 1\}$ . Являются ли события  $A$  и  $B$  независимыми?
- С конвейера сходит 10% бракованных деталей. Какова вероятность того, что в первой партии из семи деталей не окажется ни одной бракованной, а в следующей партии из одиннадцати деталей бракованными будут не более трёх?
- В первой урне 8 белых и 3 черных шара, во второй — 5 белых и 3 черных. Из первой урны наудачу выбирают два шара, а из второй — один шар. После этого из выбранных трёх шаров наудачу берут один шар. Найти вероятность того, что из урн выбраны только белые шары, если этот последний шар оказался белым.
- Известно, что  $P(A) = 0,25$ ,  $P(B) = 0,75$ ,  $P(A \cap B) = 0,2$ . Найти следующие вероятности:
  - $P(B \setminus A)$ ;
  - $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ .
 Образуют ли события  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$  полную группу событий?
- \* Есть 2 урны, в каждой по 6 шаров, причём в какой-то из урн есть белый шар, остальные 11 шаров — чёрные. Вероятность того, что белый шар находится в первой урне, равна  $3/4$ . Разрешается вынуть 7 раз шар из любых урн, возвращая его всякий раз обратно. Сколько раз нужно вынимать шар из первой, и сколько раз из второй урны, чтобы вероятность извлечь белый шар была наибольшей?

**1.** Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

**2.** Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Бросают 5 правильных игральных костей. Найти вероятности событий  $A = \{\text{выпадет ровно две единицы и ровно одна шестёрка}\}$  и  $B = \{\text{выпадут по разу все грани, кроме единицы}\}$ .
- На отрезках  $[0, 1]$  и  $[1, 3]$  наудачу и независимо друг от друга выбираются две точки. Найти вероятности событий  $A = \{\text{расстояние между этими точками не превосходит } 1\}$  и  $B = \{\text{расстояние между точками равно } 1\}$ .
- Два автомата производят детали. В продукции первого автомата брак составляет 10%, в продукции второго — 3%. Каждый автомат изготовил по пять деталей. Какова вероятность, что ровно две детали окажутся бракованными?
- В первой урне 2 белых и 5 черных шаров, во второй — 7 белых и 5 черных. Из первой урны наудачу выбрали три шара и переложили во вторую, после чего из второй урны взяли наугад один шар, оказавшийся чёрным. Найти вероятность того, что переложили два белых шара и один чёрный.
- Вероятность наступления события в каждом опыте одинакова и равна 0.3. Опыты производятся последовательно до наступления события. Определить вероятность того, что придётся производить четвёртый опыт.
- \* 40 шаров, среди которых по 10 красных, синих, зелёных и белых шаров, делятся случайным образом между четырьмя урнами, вмещающими по 10 шаров. Найти вероятность того, что хотя бы в одной из урн шары окажутся одноцветными.

1. Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

2. Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Из колоды в 36 карт (4 масти по 9 карт в каждой) извлекают наугад 4 карты. Найти вероятности событий  $A = \{\text{в наборе будет два туза и хотя бы одна дама}\}$  и  $B = \{\text{все карты будут одного наименования}\}$ .
- На отрезок  $[-1, 1]$  наудачу и независимо друг от друга брошены точки с координатами  $\xi$  и  $\eta$ . Найти вероятности событий  $A = \{2\xi + \eta > 1\}$  и  $B = \{\max(\xi, \eta) < 0\}$ .
- Сколько раз нужно подбросить три симметричные монеты, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,8, хотя бы раз выпали два герба и одна решка?
- Есть партия из пяти изделий. Количество бракованных изделий в партии равновозможно любое от нуля до пяти штук. Из партии наудачу взяли одно изделие. Оно оказалось бракованным. Какова вероятность, что в партии было три бракованных изделия?
- Два стрелка, для которых вероятности попадания в мишень равны соответственно 0.7 и 0.8, производят по три выстрела. Определить вероятность ровно двух попаданий в мишень.
- \* По 7 различным ящикам раскладывают 15 неразличимых шариков. Равновозможными считаются размещения шаров по ящикам, отличающиеся друг от друга тем, сколько шаров попало в конкретные ящики. Найти вероятность того, что ровно один ящик останется пуст.

1. Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

2. Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- В студенческом совете 6 первокурсников, 4 второкурсника, 7 третьекурсников и 3 четверокурсника. Из членов совета наудачу выбираются пять человек для уборки территории. Найти вероятности событий  $A = \{\text{будут выбраны два первокурсника и не менее чем двое третьекурсников}\}$  и  $B = \{\text{все второкурсники попадут в число выбранных}\}$ .
- На отрезок  $[0, 2]$  наудачу и независимо друг от друга брошены две точки  $\xi$  и  $\eta$ . Заданы события  $A = \{\max(3\xi, \eta) < 1\}$  и  $B = \{\min(\xi, \eta) < 1\}$ . Найти  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cap B)$ .  
Образуют ли события  $\bar{A}$  и  $B$  полную группу событий?
- Пару игральных костей бросают 7 раз. Найти вероятность того, что сумма очков, равная 10, появится не более трёх раз.
- Вероятности перегорания первой, второй и третьей ламп равны соответственно 0.1; 0.2 и 0.3. Вероятности выхода из строя прибора при перегорании одной, двух и трёх ламп равны соответственно 0.25; 0.6 и 0.9. Прибор вышел из строя. Найти вероятность, что все лампы перегорели.
- Десять книг на одной полке расставляются наудачу. Определить вероятность того, что при этом два тома А.С.Пушкина окажутся поставленными рядом и в правильном порядке номеров томов.
- \* В урне перед началом эксперимента есть 1 белый и 1 чёрный шары. Из урны вынимают наудачу шар, после чего возвращают его обратно и добавляют в урну один чёрный шар. Процедура повторяется снова и снова. Найти вероятность того, что когда-нибудь будет вынут белый шар (ответом должно быть число).

1. Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

2. Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Бросают 4 правильные игральные кости. Найти вероятности событий  $A = \{\text{выпадет не менее трёх единиц}\}$  и  $B = \{\text{выпадут по разу все грани, кроме единицы и двойки}\}$ .
- На отрезках  $[0, 1]$  и  $[1, 2]$  наудачу и независимо друг от друга выбираются две точки. Найти вероятности событий  $A = \{\text{расстояние между этими точками не превосходит } 1\}$  и  $B = \{\text{расстояние между точками равно } 1/2\}$ . Проверить независимость этих событий.
- Антон Шипулин при одном выстреле попадает в мишень с вероятностью 0,9. Он делает 4 серии по 5 выстрелов. Найти вероятность того, что ровно в одной серии из четырёх он поразит все пять мишеней.
- В партии из 10 изделий может, с равной вероятностью, оказаться от нуля до трёх бракованных изделий. Из партии наудачу взяли одно изделие, и оно оказалось бракованым. Какова вероятность, что в партии было ровно два бракованных изделия?
- Из колоды в 52 карты (4 масти по 13 карт) наудачу без возвращения выбираются 5 карт. Найти вероятность того, что среди этих пяти карт:
  - не менее четырёх бубновых;
  - присутствуют все четыре короля.
- \* Доказать следующее утверждение или привести контрпример: *события  $A_1, \dots, A_n$  независимы в совокупности, если  $\forall k = 1, \dots, n$  имеет место равенство:  $P(A_1 \cap \dots \cap A_k) = P(A_1) \cdot \dots \cdot P(A_k)$ .*

1. Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

2. Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- В урне 4 белых шара, 3 чёрных и 5 красных. Наугад извлекли четыре шара. Найти вероятности событий  $A = \{\text{в наборе встретятся шары всех цветов}\}$  и  $B = \{\text{все чёрные шары попадут в набор}\}$ .
- На отрезок длиной 5 см наудачу и независимо друг от друга брошены две точки. Найти вероятность того, что расстояние между этими точками окажется не менее 3 см.
- В коробке 5 шаров — 2 белых и 3 чёрных. Из коробки 6 раз вынимается пара шаров, которая тут же возвращается обратно. Найти вероятность того, что не более двух раз появится пара чёрных шаров.
- Четверть стрелков одета в фуражки, каждый из них попадает в цель в 80% случаев, остальные одеты в кепки и попадают в цель в 50% случаев.  
Выбранный наугад стрелок выстрелил и попал. Что вероятнее: он одет в кепку или в фуражку?
- Подбрасываются три игральные кости. Событие  $A$  состоит в том, что на первой кости выпало не менее пяти очков. Событие  $B$  — в том, что сумма очков, выпавших на второй и третьей костях, четна, и событие  $C$  — на второй кости выпало нечетное число очков. Будут ли события  $A, B, C$ : а) попарно независимы? б) независимы в совокупности?
- \* Колоду из 52 карт (4 масти по 13 карт в каждой) раздают поровну четырем игрокам. Найти вероятность того, что хотя бы у одного из игроков сберутся все карты одной масти.

- Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.
- Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Из колоды в 36 карт (4 масти по 9 карт в каждой) извлекают наугад 6 карт. Найти вероятности событий  $A = \{\text{в наборе будет три туза и хотя бы два короля}\}$  и  $B = \{\text{все карты будут одной масти}\}$ .
- На отрезок  $[0, 3]$  наудачу и независимо друг от друга брошены точки с координатами  $\xi$  и  $\eta$ . Найти вероятность события  $\{2\xi + \eta > 1\}$ .
- Три симметричные монеты подбрасывают 5 раз. С какой вероятностью ровно дважды выпадет комбинация из двух гербов и решки?
- В группе спортсменов 30 лыжников и 45 бегунов. Вероятность выполнить квалификационную норму для лыжника равна 0,9, а для бегуна — 0,75.  
Выбранный наудачу спортсмен выполнил норму. Что вероятнее: он лыжник или бегун?
- Известно, что  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B) = 0,5$ ,  $P(A \cap B) = 0,25$ . Найти следующие вероятности:  
а)  $P(A \setminus B)$ ; б)  $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ .  
Являются ли события  $\bar{A}$  и  $B$  независимыми?
- \* Построить три независимых в совокупности события на отрезке  $[0, 1]$  с сигма-алгеброй борелевских множеств и мерой Лебега в качестве вероятности так, чтобы у каждого события вероятность равнялась  $1/2$ .

- Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.
- Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

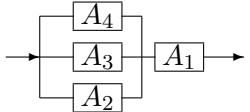
ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Пусть  $P(B) > 0$ . Доказать, что  $P(A|B) \geq 1 - \frac{P(\bar{A})}{P(B)}$ .
- На отрезок  $[0, 2]$  наудачу и независимо друг от друга брошены две точки  $\xi$  и  $\eta$ . Найти вероятности событий  $A = \{\max(\xi, 2\eta) < 1\}$  и  $B = \{\xi + \eta > 1\}$ . Образуют ли события  $A$  и  $\bar{B}$  полную группу событий?
- Найти вероятность того, что при восьми бросаниях пары игральных костей не менее двух раз появится сумма очков, равная 11.
- В первой урне — 6 белых и 4 черных шара, во второй — 3 белых и 2 черных. Из первой урны наудачу извлекают три шара. Если все они одного цвета, их опускают во вторую урну и тщательно перемешивают (иначе — выбрасывают). После этого из второй урны извлекают один шар. Какова вероятность, что шары, вынутые из первой урны, были разных цветов, если вынутый из второй урны шар оказался белым?
- Из урны, содержащей 5 белых, 6 красных и 4 черных шара, достали наугад 5 шаров. Найти вероятность того, что будут вынуты шары: а) только одного цвета; б) двух цветов; в) всех цветов.
- \* Из урны, содержащей один белый и три черных шара, Путин, Зюганов и Жириновский по очереди вытаскивают наудачу один шар, возвращая его всякий раз обратно в урну. Выигрывает тот, кто первым вынет белый шар. Найти вероятности выигрыша для Путина, Зюганова и Жириновского.

1. Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

2. Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Из коробки, в которой было 5 красных, 4 чёрных и 3 синих карандашей, случайно выпало 3 карандаша.  
а) Найти вероятность того, что выпали 3 чёрных карандаша.  
б) Найти вероятность того, что среди выпавших карандашей нет красных или нет синих.
- Молодой человек договорился встретиться с девушкой между 9 и 10 часами и обещал ждать её до 10 часов. Девушка обещала ждать его 10 минут, если придёт раньше. Найти вероятность того, что они встретятся. Предполагается, что моменты их прихода выбираются наудачу в течение часа.
- Электрическая цепь состоит из элементов  $A_k$ , соединённых по следующей схеме:  

  
Если элемент вышел из строя, ток на данном участке не проходит. Вероятность выхода из строя элемента  $A_1$  равна 0,6, остальных элементов  $A_k$  — по 0,5. Элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.
- Изделия удовлетворяют стандарту с вероятностью 0,9. На заводе принята система из трёх независимых испытаний, каждое из которых изделие, удовлетворяющее стандарту, проходит успешно с вероятностью 0,8, а не удовлетворяющее — с вероятностью 0,3. Какова вероятность, что изделие, успешно прошедшее все испытания, удовлетворяет стандарту?
- Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. По мишени стреляют до первого попадания. Найти вероятность того, что будет сделано не более трёх выстрелов.

- \* Из всех отображений множества  $\{1, \dots, 25\}$  в себя случайнным образом выбирается одно отображение. Найти вероятность того, что элемент 2 имеет при этом отображении ровно 5 прообразов, а элемент 5 — ровно один прообраз.

1. Любая попытка общения между студентами (в **любой** форме и **по любому** поводу) оценивается в 0,5 балла штрафа. Выход из аудитории до окончательной сдачи работы категорически воспрещён.

2. Задача **не** является решённой, если приводится только ответ, если решение недостаточно объяснено или если правильный ответ неверно аргументирован.

ФИО студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	