**1.** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \dfrac{2y}{\theta^2}$ на отрезке $[0,\ \theta]$, где $\theta > 0$.

а) (3 балла) Найти ОММ $\theta_1^*$ для параметра $\theta$ по первому моменту.
б) (3 балла) Проверить несмещенность и состоятельность ОММ $\theta_1^*$.
в) (3 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра $\theta$.
г) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.
д) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
е) (3 балла) Найти ОММ $\theta_2^*$ для параметра $\theta$ по 9-му моменту.
ё) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и $\theta_2^*$ в асимптотическом смысле.
ж) (3 балла) Проверить асимптотическую несмещённость $\theta_2^*$.

**2.** **(5 баллов)** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют гамма-распределение с параметрами $\alpha$ и $\lambda = 5$. Проверить, является ли оценка $\alpha^* = \dfrac{5}{\overline{X}}$ асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\alpha$.

Напоминание: плотность гамма-распределения $\Gamma_{\alpha,\lambda}$ равна $\frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} y^{\lambda-1} e^{-\alpha y}$ при $y > 0$.

| ФИО студента | | | | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 1в | 1г | 1д | 1е | 1ё | 1ж | 2 | |
| | | | | | | | | | |

---

**1.** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \dfrac{3y^2}{\theta^3}$ на отрезке $[0,\ \theta]$, где $\theta > 0$.

а) (3 балла) Найти ОММ $\theta_1^*$ для параметра $\theta$ по первому моменту.
б) (3 балла) Проверить несмещенность и состоятельность ОММ $\theta_1^*$.
в) (3 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра $\theta$.
г) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.
д) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
е) (3 балла) Найти ОММ $\theta_2^*$ для параметра $\theta$ по 8-му моменту.
ё) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и $\theta_2^*$ в асимптотическом смысле.
ж) (3 балла) Проверить асимптотическую несмещённость $\theta_2^*$.

**2.** **(5 баллов)** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют гамма-распределение с параметрами $\alpha$ и $\lambda = 3$. Проверить, является ли оценка $\alpha^* = \dfrac{3}{\overline{X}}$ асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\alpha$.

Напоминание: плотность гамма-распределения $\Gamma_{\alpha,\lambda}$ равна $\frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} y^{\lambda-1} e^{-\alpha y}$ при $y > 0$.

| ФИО студента | | | | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 1в | 1г | 1д | 1е | 1ё | 1ж | 2 | |
| | | | | | | | | | |

**1.** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \dfrac{4y^3}{\theta^4}$ на отрезке $[0,\ \theta]$, где $\theta > 0$.

а) (3 балла) Найти ОММ $\theta_1^*$ для параметра $\theta$ по первому моменту.
б) (3 балла) Проверить несмещенность и состоятельность ОММ $\theta_1^*$.
в) (3 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра $\theta$.
г) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.
д) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
е) (3 балла) Найти ОММ $\theta_2^*$ для параметра $\theta$ по 7-му моменту.
ё) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и $\theta_2^*$ в асимптотическом смысле.
ж) (3 балла) Проверить асимптотическую несмещённость $\theta_2^*$.

**2. (5 баллов)** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют гамма-распределение с параметрами $\alpha$ и $\lambda = 4$. Проверить, является ли оценка $\alpha^* = \dfrac{4}{\overline{X}}$ асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\alpha$.

Напоминание: плотность гамма-распределения $\Gamma_{\alpha,\lambda}$ равна $\frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} y^{\lambda-1} e^{-\alpha y}$ при $y > 0$.

| ФИО студента | | | | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 1в | 1г | 1д | 1е | 1ё | 1ж | 2 | |
| | | | | | | | | | |

---

**1.** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \dfrac{5y^4}{\theta^5}$ на отрезке $[0,\ \theta]$, где $\theta > 0$.

а) (3 балла) Найти ОММ $\theta_1^*$ для параметра $\theta$ по первому моменту.
б) (3 балла) Проверить несмещенность и состоятельность ОММ $\theta_1^*$.
в) (3 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра $\theta$.
г) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.
д) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
е) (3 балла) Найти ОММ $\theta_2^*$ для параметра $\theta$ по 6-му моменту.
ё) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и $\theta_2^*$ в асимптотическом смысле.
ж) (3 балла) Проверить асимптотическую несмещённость $\theta_2^*$.

**2. (5 баллов)** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют гамма-распределение с параметрами $\alpha$ и $\lambda = 2$. Проверить, является ли оценка $\alpha^* = \dfrac{2}{\overline{X}}$ асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\alpha$.

Напоминание: плотность гамма-распределения $\Gamma_{\alpha,\lambda}$ равна $\frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} y^{\lambda-1} e^{-\alpha y}$ при $y > 0$.

| ФИО студента | | | | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 1в | 1г | 1д | 1е | 1ё | 1ж | 2 | |
| | | | | | | | | | |

**1.** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \dfrac{6y^5}{\theta^6}$ на отрезке $[0,\ \theta]$, где $\theta > 0$.

а) (3 балла) Найти ОММ $\theta_1^*$ для параметра $\theta$ по первому моменту.
б) (3 балла) Проверить несмещенность и состоятельность ОММ $\theta_1^*$.
в) (3 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра $\theta$.
г) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.
д) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
е) (3 балла) Найти ОММ $\theta_2^*$ для параметра $\theta$ по 5-му моменту.
ё) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и $\theta_2^*$ в асимптотическом смысле.
ж) (3 балла) Проверить асимптотическую несмещённость $\theta_2^*$.

**2. (5 баллов)** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют гамма-распределение с параметрами $\alpha$ и $\lambda = 7$. Проверить, является ли оценка $\alpha^* = \dfrac{7}{\overline{X}}$ асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\alpha$.

Напоминание: плотность гамма-распределения $\Gamma_{\alpha,\lambda}$ равна $\frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} y^{\lambda-1} e^{-\alpha y}$ при $y > 0$.

| ФИО студента | | | | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 1в | 1г | 1д | 1е | 1ё | 1ж | 2 | |
| | | | | | | | | | |

---

**1.** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют распределение с плотностью $f_\theta(y) = \dfrac{7y^6}{\theta^7}$ на отрезке $[0,\ \theta]$, где $\theta > 0$.

а) (3 балла) Найти ОММ $\theta_1^*$ для параметра $\theta$ по первому моменту.
б) (3 балла) Проверить несмещенность и состоятельность ОММ $\theta_1^*$.
в) (3 балла) Найти ОМП $\widehat{\theta}$ для параметра $\theta$.
г) (3 балла) Проверить асимптотическую нормальность ОМП $\widehat{\theta}$.
д) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и ОМП $\widehat{\theta}$ в среднеквадратичном смысле.
е) (3 балла) Найти ОММ $\theta_2^*$ для параметра $\theta$ по 4-му моменту.
ё) (5 баллов) Сравнить ОММ $\theta_1^*$ и $\theta_2^*$ в асимптотическом смысле.
ж) (3 балла) Проверить асимптотическую несмещённость $\theta_2^*$.

**2. (5 баллов)** Элементы выборки $X_1, \ldots, X_n$ имеют гамма-распределение с параметрами $\alpha$ и $\lambda = 6$. Проверить, является ли оценка $\alpha^* = \dfrac{6}{\overline{X}}$ асимптотически несмещенной оценкой для параметра $\alpha$.

Напоминание: плотность гамма-распределения $\Gamma_{\alpha,\lambda}$ равна $\frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} y^{\lambda-1} e^{-\alpha y}$ при $y > 0$.

| ФИО студента | | | | | | | | | Номер группы |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1а | 1б | 1в | 1г | 1д | 1е | 1ё | 1ж | 2 | |
| | | | | | | | | | |