

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 2, & \text{если } x \in [1, 2], \\ 0, & \text{если } x \notin [1, 2]. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 1.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, 1]$. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\xi_1^7 + \dots + \xi_n^7}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \left(\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} \right)^7.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,2}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (2 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Правильную монету подбрасывают 900 раз. Найти приближённо вероятность того, что выпадет от 426 до 480 гербов.
5. Пусть $\xi_n \in \Pi_{1+1/n}$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.
- 6.* Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение в отрезке $[-2, 4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 6\sqrt{n}.$$

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 4 - 2x, & \text{если } x \in [1, 2], \\ 0, & \text{если } x \notin [1, 2]. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 1.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром 2. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{e^{\xi_1} + \dots + e^{\xi_n}}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = e^{\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}}.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,3}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (3 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Вероятность появления события A в каждом из 100 независимых опытов постоянна и равна $p = 0,8$. Найти приближённо вероятность того, что событие A произойдёт не менее 75, но не более 90 раз.
5. Пусть $\xi_n \in B_{p(n)}$, где $p(n) \in (0, 1)$ — произвольные вероятности, и случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.
- 6.* Пусть ν_n — число единиц при n бросаниях правильной игральной кости, а μ_n — число шестёрок. Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность $\frac{\nu_n - \mu_n}{\sqrt{n}}$ при $n \rightarrow \infty$.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 4, & \text{если } x \in [2, 3], \\ 0, & \text{если } x \notin [2, 3]. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 2.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих распределение Пуассона с параметром 3. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\xi_1^2 + \dots + \xi_n^2}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \left(\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} \right)^2.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,4}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (4 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Симметричную игральную кость бросают 12 000 раз. Успехом считается выпадение единицы. Найти приближённо вероятность того, что число успехов заключено между 1 918 и 2 082.
5. Пусть $\xi_n \in N_{1/n, 2/n}$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.
- 6.* Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины, каждая из которых имеет распределение Пуассона с параметром λ . Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}).$$

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 6 - 2x, & \text{если } x \in [2, 3], \\ 0, & \text{если } x \notin [2, 3]. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 2.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, \pi/2]$. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\cos \xi_1 + \dots + \cos \xi_n}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \cos \left(\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} \right).$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,5}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (5 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,4. Производят 900 выстрелов. Найти приближённо вероятность того, что произойдёт от 315 до 390 попаданий.
5. Пусть $\xi_n \in \Pi_{1/n^2}$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.
- 6.* Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \left(\sum_{i=1}^n \xi_i - \sum_{i=n+1}^{2n} \xi_i \right).$$

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)/2, & \text{если } x \in [-1, 1], \\ 0, & \text{если } x \notin [-1, 1]. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к -1 .

2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром 1. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\Phi_n = \frac{e^{-\xi_1} + \dots + e^{-\xi_n}}{n} \quad \text{и} \quad \Psi_n = e^{-\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}}.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,6}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (6 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Правильный кубик подбрасывают 3600 раз. Найти приближённо вероятность того, что шестёрка выпадет не менее 533, но не более 636 раз.
5. Пусть $\xi_n \in E_n$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.
- 6.* Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины, каждая из которых имеет показательное распределение с параметром 1. Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 2\sqrt{n}.$$

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 2x, & \text{если } x \in [0, 1], \\ 0, & \text{если } x \notin [0, 1]. \end{cases}$$

Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.

2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, \pi]$. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\Phi_n = \frac{\sin \xi_1 + \dots + \sin \xi_n}{n} \quad \text{и} \quad \Psi_n = \sin\left(\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}\right).$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,7}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (7 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8. Производят 400 выстрелов. Найти приближённо вероятность того, что произойдёт от 304 до 344 попаданий.
5. Пусть $\xi_n \in B_{3,1/n}$, и случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы. Проверить, удовлетворяет ли эта последовательность ЗБЧ.
- 6.* Пусть η_n имеет гамма-распределение с параметрами $\alpha = 1/3, \lambda = n$. К какой функции сходится $P\left(\left|\frac{\eta_n - 3n}{\sqrt{n}}\right| < x\right)$ при $n \rightarrow \infty$? Нарисовать график предельной функции.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^2$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.
2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, 1]$. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\xi_1^7 + \dots + \xi_n^7}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \left(\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} \right)^7.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,2}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (2 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Правильную монету подбрасывают 900 раз. Найти приближённо вероятность того, что выпадет от 426 до 480 гербов.
5. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, 2]$, и пусть $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 1/2\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 1\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 2\right).$$

- 6.* Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение в отрезке $[-2, 4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 6\sqrt{n}.$$

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^3$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.
2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром 2. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{e^{\xi_1} + \dots + e^{\xi_n}}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = e^{\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}}.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,3}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (3 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Вероятность появления события A в каждом из 100 независимых опытов постоянна и равна $p = 0,8$. Найти приближённо вероятность того, что событие A произойдёт не менее 75, но не более 90 раз.
5. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром $\alpha = 1/4$, и пусть $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 0\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 4\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 8\right).$$

- 6.* Пусть ν_n — число единиц при n бросаниях правильной игральной кости, а μ_n — число шестёрок. Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность $\frac{\nu_n - \mu_n}{\sqrt{n}}$ при $n \rightarrow \infty$.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^4$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.
2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих распределение Пуассона с параметром 3. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\xi_1^2 + \dots + \xi_n^2}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \left(\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} \right)^2.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,4}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (4 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Симметричную игральную кость бросают 12 000 раз. Успехом считается выпадение единицы. Найти приближённую вероятность того, что число успехов заключено между 1918 и 2082.
5. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[1, 3]$, и пусть $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 5/2\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 2\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 1\right).$$

- 6.* Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины, каждая из которых имеет распределение Пуассона с параметром λ . Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_{2i-1} - \xi_{2i}).$$

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^5$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.
2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, \pi/2]$. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\cos \xi_1 + \dots + \cos \xi_n}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \cos\left(\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}\right).$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,5}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (5 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,4. Производят 900 выстрелов. Найти приближённую вероятность того, что произойдёт от 315 до 390 попаданий.
5. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром $\alpha = 1/2$, и пусть $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 0\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 4\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 2\right).$$

- 6.* Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 4]$. Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \left(\sum_{i=1}^n \xi_i - \sum_{i=n+1}^{2n} \xi_i \right).$$

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^6$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.
2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром 1. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{e^{-\xi_1} + \dots + e^{-\xi_n}}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = e^{-\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}}.$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,6}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (6 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Правильный кубик подбрасывают 3600 раз. Найти приближённо вероятность того, что шестёрка выпадет не менее 533, но не более 636 раз.
5. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, 4]$, и пусть $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 2\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 4\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 1\right).$$

- 6.* Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины, каждая из которых имеет показательное распределение с параметром 1. Выяснить, как ведёт себя при $n \rightarrow \infty$ последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 2\sqrt{n}.$$

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин с функцией распределения $F(x) = x^7$ на отрезке $[0, 1]$. Доказать, что при $n \rightarrow \infty$ последовательность случайных величин $\min(\xi_1, \dots, \xi_n)$ сходится по вероятности к 0.
2. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[0, \pi]$. Выяснить, как ведут себя при $n \rightarrow \infty$ последовательности

$$\varphi_n = \frac{\sin \xi_1 + \dots + \sin \xi_n}{n} \quad \text{и} \quad \psi_n = \sin\left(\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}\right).$$

3. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots \in U_{1,7}$ — независимые случайные величины. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности $n \cdot (7 - \max(\xi_1, \dots, \xi_n))$ при $n \rightarrow \infty$.
4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8. Производят 400 выстрелов. Найти приближённо вероятность того, что произойдёт от 304 до 344 попаданий.
5. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — последовательность независимых и одинаково распределённых случайных величин, имеющих равномерное распределение на отрезке $[-2, 2]$, и пусть $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. Найти:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 0\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < -1\right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n}{n} < 2\right).$$

- 6.* Пусть η_n имеет гамма-распределение с параметрами $\alpha = 1/3, \lambda = n$. Выяснить, к какой функции сходится при каждом x последовательность функций $P\left(\left|\frac{\eta_n - 3n}{\sqrt{n}}\right| < x\right)$ при $n \rightarrow \infty$. Нарисовать график предельной функции.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины. При любом $k \geq 1$ величина ξ_{2k-1} имеет распределение Пуассона с параметром 3, а величина ξ_{2k} — стандартное нормальное распределение. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 2 - 2t$ на отрезке $[0; 1]$. Доказать, что $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 1$ при $n \rightarrow \infty$.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[1, 5]$. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n \geq c(n)) = 0,95$.
4. На отрезок длиной километр брошены независимо друг от друга 1600 точек. На отметке 700 метров стоит наблюдатель и смотрит вправо, подсчитывая количество точек, попавших на участок от него до отметки 1 км. Пользуясь ЦПТ, указать симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,9 лежит число точек, посчитанных наблюдателем.
5. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют показательное распределение с параметром 2. Найти пределы (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательностей $\exp\left\{\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}\right\}$ и $\frac{e^{\xi_1} + \dots + e^{\xi_n}}{n}$.
- 6*. Пусть при любом фиксированном $n \geq 1$ случайная величина ξ_n принимает n значений: $1, 1 + \frac{1}{n}, \dots, 1 + \frac{n-1}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел последовательности ξ_n в смысле слабой сходимости при $n \rightarrow \infty$.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины. При любом $k \geq 1$ величина ξ_k имеет нормальное распределение с параметрами $a_k = 0$ и $\sigma_k^2 = \frac{2}{k}$. Доказать, что последовательность ξ_1, ξ_2, \dots удовлетворяет закону больших чисел.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 2t$ на отрезке $[0; 1]$. Доказать, что $\min(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 0$ при $n \rightarrow \infty$.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют показательное распределение с параметром 2. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n < c(n)) = 0,1$.
4. Урожай пшеницы (в центнерах) на каждом из засеянных в ТОО «Заря капитализма» 3600 гектаров — случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке $[18, 22]$. Используя ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,95 лежит общий урожай пшеницы.
5. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение Бернулли с параметром 0,25. Найти пределы (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательностей $\frac{2^{\xi_1} + \dots + 2^{\xi_n}}{n}$ и $\ln\left\{\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} + 1\right\}$.
- 6*. Пусть случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром 1. Показать, что для любых $a > 0$, $t > 0$ верно неравенство $P(\xi > a) \leq e^{-ta} E e^{t\xi}$, вычислить правую часть и найти ее минимум по $t > 0$.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины. При любом $k \geq 1$ величина ξ_{2k-1} имеет нормальное распределение с параметрами $a = 1$ и $\sigma^2 = 4$, а величина ξ_{2k} — распределение Бернулли с параметром $1/3$. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = \cos t$ на отрезке $[0; \pi/2]$. Доказать, что $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} \pi/2$ при $n \rightarrow \infty$.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 2. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n > c(n)) = 0,8$.
4. Урожай фиников (в килограммах) на каждой из растущих в фермерском хозяйстве «Обские зори» 4900 финиковых пальм — случайная величина, имеющая биномиальное распределение с параметрами 60 и $1/2$. Пользуясь ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,95 лежит общий урожай фиников.
5. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[0; 1]$. Найти пределы (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательностей $\left(\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} + 1\right)^3$ и $\frac{\xi_1^3 + \dots + \xi_n^3}{n}$.
- 6*. Пусть при любом фиксированном $n \geq 1$ случайная величина ξ_n принимает n значений: $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, 1$ с равными вероятностями. Найти предел последовательности ξ_n в смысле слабой сходимости при $n \rightarrow \infty$.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины. При любом $k \geq 1$ величина ξ_{2k-1} имеет биномиальное распределение с параметрами 8 и 0,25, а величина ξ_{2k} — равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 3t^2$ на отрезке $[0; 1]$. Доказать, что $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 1$ при $n \rightarrow \infty$.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение Бернулли с параметром $1/4$. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n > c(n)) = 0,85$.
4. Сотрудники института экономики посадили картофель в общей сложности на 2500 сотках. Урожай картофеля (в мешках) с каждой сотки — случайная величина, имеющая распределение Пуассона с параметром 5. Пользуясь ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,98 будет заключен общий урожай картофеля.
5. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют показательное распределение с параметром 5. Найти пределы (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательностей $\frac{e^{2\xi_1} + \dots + e^{2\xi_n}}{n}$ и $\sqrt{\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}}$.
- 6*. Пусть при любом фиксированном $n \geq 1$ случайная величина ξ_n принимает n значений: $0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел последовательности ξ_n в смысле слабой сходимости при $n \rightarrow \infty$.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины. При любом $k \geq 1$ величина ξ_{2k-1} имеет распределение Пуассона с параметром 3, а величина ξ_{2k} — стандартное нормальное распределение. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 2 - 2t$ на отрезке $[0; 1]$. Доказать, что $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 1$ при $n \rightarrow \infty$.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[1, 5]$. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n \geq c(n)) = 0,95$.
4. На отрезок длиной километр брошены независимо друг от друга 1600 точек. На отметке 700 метров стоит наблюдатель и смотрит вправо, подсчитывая количество точек, попавших на участок от него до отметки 1 км. Пользуясь ЦПТ, указать симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,9 лежит число точек, посчитанных наблюдателем.
5. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют показательное распределение с параметром 2. Найти пределы (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательностей $\exp\left\{\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}\right\}$ и $\frac{e^{\xi_1} + \dots + e^{\xi_n}}{n}$.
- 6*. Пусть при любом фиксированном $n \geq 1$ случайная величина ξ_n принимает n значений: $1, 1 + \frac{1}{n}, \dots, 1 + \frac{n-1}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел последовательности ξ_n в смысле слабой сходимости при $n \rightarrow \infty$.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины. При любом $k \geq 1$ величина ξ_k имеет нормальное распределение с параметрами $a_k = 0$ и $\sigma_k^2 = \frac{2}{k}$. Доказать, что последовательность ξ_1, ξ_2, \dots удовлетворяет закону больших чисел.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 2t$ на отрезке $[0; 1]$. Доказать, что $\min(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 0$ при $n \rightarrow \infty$.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют показательное распределение с параметром 2. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n < c(n)) = 0,1$.
4. Урожай пшеницы (в центнерах) на каждом из засеянных в ТОО «Заря капитализма» 3600 гектаров — случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке $[18, 22]$. Используя ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,95 лежит общий урожай пшеницы.
5. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение Бернулли с параметром 0,25. Найти пределы (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательностей $\frac{2^{\xi_1} + \dots + 2^{\xi_n}}{n}$ и $\ln\left\{\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} + 1\right\}$.
- 6*. Пусть случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром 1. Показать, что для любых $a > 0$, $t > 0$ верно неравенство $P(\xi > a) \leq e^{-ta} E e^{t\xi}$, вычислить правую часть и найти ее минимум по $t > 0$.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины. При любом $k \geq 1$ величина ξ_{2k-1} имеет нормальное распределение с параметрами $a = 1$ и $\sigma^2 = 4$, а величина ξ_{2k} — распределение Бернулли с параметром $1/3$. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = \cos t$ на отрезке $[0; \pi/2]$. Доказать, что $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} \pi/2$ при $n \rightarrow \infty$.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 2. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n > c(n)) = 0,8$.
4. Урожай фиников (в килограммах) на каждой из растущих в фермерском хозяйстве «Обские зори» 4900 финиковых пальм — случайная величина, имеющая биномиальное распределение с параметрами 60 и $1/2$. Пользуясь ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,95 лежит общий урожай фиников.
5. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[0; 1]$. Найти пределы (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательностей $\left(\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} + 1\right)^3$ и $\frac{\xi_1^3 + \dots + \xi_n^3}{n}$.
- 6*. Пусть при любом фиксированном $n \geq 1$ случайная величина ξ_n принимает n значений: $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, 1$ с равными вероятностями. Найти предел последовательности ξ_n в смысле слабой сходимости при $n \rightarrow \infty$.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.

1. Пусть ξ_1, ξ_2, \dots — независимые случайные величины. При любом $k \geq 1$ величина ξ_{2k-1} имеет биномиальное распределение с параметрами 8 и 0,25, а величина ξ_{2k} — равномерное распределение на отрезке $[0; 2]$. Найти предел (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательности $\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}$.
2. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение с плотностью $f(t) = 3t^2$ на отрезке $[0; 1]$. Доказать, что $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 1$ при $n \rightarrow \infty$.
3. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют распределение Бернулли с параметром $1/4$. Указать какую-нибудь последовательность $c(n)$ такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n > c(n)) = 0,85$.
4. Сотрудники института экономики посадили картофель в общей сложности на 2500 сотках. Урожай картофеля (в мешках) с каждой сотки — случайная величина, имеющая распределение Пуассона с параметром 5. Пользуясь ЦПТ, найти симметричные относительно среднего значения границы, в которых с вероятностью 0,98 будет заключен общий урожай картофеля.
5. Пусть случайные величины ξ_1, ξ_2, \dots независимы и имеют показательное распределение с параметром 5. Найти пределы (по вероятности) при $n \rightarrow \infty$ последовательностей $\frac{e^{2\xi_1} + \dots + e^{2\xi_n}}{n}$ и $\sqrt{\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}}$.
- 6*. Пусть при любом фиксированном $n \geq 1$ случайная величина ξ_n принимает n значений: $0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}$ с равными вероятностями. Найти предел последовательности ξ_n в смысле слабой сходимости при $n \rightarrow \infty$.

Ф.И.О.						Номер группы		
1	2	3	4	5	6	Σ	балл	

Примечание. При использовании любых утверждений сформулировать эти утверждения и проверить выполнение их условий.