

- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение с плотностью  $f(t) = 2 - 2t$  на отрезке  $[0; 1]$ . Найти предел (по вероятности) при  $n \rightarrow \infty$  последовательности  $\sqrt{\frac{\xi_1^3 + \dots + \xi_n^3}{n}} + 7$ .
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение из задачи 1. Доказать, что  $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 1$  при  $n \rightarrow \infty$  двумя способами: по определению и с помощью слабой сходимости.
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют равномерное распределение на отрезке  $[1; 3]$ . Указать какую-нибудь последовательность  $c(n)$  такую, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n \geq c(n)) = 0,95$ .
- На отрезок длиной километр брошены независимо друг от друга 3600 точек. На отметке 800 метров стоит наблюдатель и смотрит вправо, подсчитывая количество точек, попавших на участок от него до отметки 1 км. Указать границы, в которых с вероятностью 0,8 лежит число точек, посчитанных наблюдателем.
- Известно, что монета становится на ребро в среднем три раза на тысячу подбрасываний. Какова вероятность, что после пятисот подбрасываний монета встанет на ребро не менее трех раз? Оценить погрешность приближения.
- \* Пусть  $\eta_n$  имеет гамма-распределение с параметрами  $\alpha = 1/3, \lambda = n$ . К какой функции сходится  $P\left(\left|\frac{\eta_n - 3n}{\sqrt{n}}\right| < x\right)$  при  $n \rightarrow \infty$ ? Нарисовать график предельной функции.

Фамилия студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение с плотностью  $f(t) = 2t$  на отрезке  $[0; 1]$ . Найти предел (по вероятности) при  $n \rightarrow \infty$  последовательности  $\ln\left(\frac{\xi_1^5 + \dots + \xi_n^5}{n} + 2\right)$ .
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение из задачи 1. Доказать, что  $\min(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 0$  при  $n \rightarrow \infty$  двумя способами: по определению и с помощью слабой сходимости.
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют показательное распределение с параметром 3. Указать какую-нибудь последовательность  $c(n)$  такую, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n < c(n)) = 0,15$ .
- Урожай пшеницы (в центнерах) на каждом из засеянных в ТОО «Заря капитализма» 1600 гектаров — случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке  $[16; 20]$ . Используя ЦПТ, найти границы, в которых с вероятностью 0,99 лежит общий урожай пшеницы.
- Известно, что на каждую тысячу деталей приходится в среднем пять бракованных. Какова вероятность, что в случайно отобранных шести сотнях деталей встретится более пяти бракованных? Оценить погрешность приближения.
- \* Пусть  $\nu_n$  — число единиц при  $n$  бросаниях правильной игральной кости, а  $\mu_n$  — число шестёрок. Выяснить, как ведёт себя при  $n \rightarrow \infty$  последовательность  $\frac{\nu_n - \mu_n}{\sqrt{n}}$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Фамилия студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение с плотностью  $f(t) = \cos t$  на отрезке  $[0; \pi/2]$ . Найти предел (по вероятности) при  $n \rightarrow \infty$  последовательности  $\cos\left(\pi \frac{\sin \xi_1 + \dots + \sin \xi_n}{n}\right)$ .
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение из задачи 1. Доказать, что  $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} \pi/2$  при  $n \rightarrow \infty$  двумя способами: по определению и с помощью слабой сходимости.
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 3. Указать какую-нибудь последовательность  $c(n)$  такую, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n > c(n)) = 0,99$ .
- Урожай фиников (в килограммах) на каждой из растущих в фермерском хозяйстве «Обские зори» 6400 финиковых пальм — случайная величина, имеющая биномиальное распределение с параметрами 40 и  $1/2$ . Найти границы, в которых с вероятностью 0,9 лежит общий урожай фиников.
- Известно, что при тысяче подбрасываний монеты она в среднем один раз зависает в воздухе. Какова вероятность, что после двух тысяч подбрасываний монета зависнет в воздухе не менее трёх раз? Оценить погрешность приближения.
- \* Пусть  $\xi_1, \xi_2, \dots$  — независимые случайные величины, каждая из которых имеет равномерное распределение в отрезке  $[-2, 4]$ . Выяснить, как ведёт себя при  $n \rightarrow \infty$  последовательность

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n (\xi_{2i-1} - \xi_{2i})^2 - 6\sqrt{n}.$$

Фамилия студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение с плотностью  $f(t) = \frac{1}{t^2}$  на интервале  $[1; \infty)$ . Найти предел (по вероятности) при  $n \rightarrow \infty$  последовательности  $\ln\left(\frac{1}{n} \left( \frac{1}{\xi_1} + \dots + \frac{1}{\xi_n} \right) + 2\right)$ .
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение из задачи 1. Доказать, что  $\min(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 1$  при  $n \rightarrow \infty$  двумя способами: по определению и с помощью слабой сходимости.
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют биномиальное распределение с параметрами 3 и  $1/3$ . Указать какую-нибудь последовательность  $c(n)$  такую, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n \leq c(n)) = 0,1$ .
- Известно, что с вероятностью 0,6 бутерброд падает маслом вниз. 2400 участников эксперимента подбросили бутерброд. Используя ЦПТ, Найти границы, в которых с вероятностью 0,98 должно лежать общее число бутербродов, упавших маслом вниз.
- Известно, что на каждые сто телевизоров приходится в среднем два со скрытым дефектом. Какова вероятность, что из трёхсот телевизоров не более семи имеют скрытый дефект? Оценить погрешность приближения.
- \* Пусть  $\xi_1, \xi_2, \dots$  — последовательность независимых, одинаково распределенных случайных величин,  $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$  и  $C$  — некоторое число. Доказать, что

$$F_{\xi_1}^n(C) \leq F_{S_n}(nC) \leq 1 - (1 - F_{\xi_1}(C))^n.$$

Фамилия студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение с плотностью  $f(t) = 3t^2$  на отрезке  $[0; 1]$ . Найти предел (по вероятности) при  $n \rightarrow \infty$  последовательности  $\sqrt[3]{\frac{\xi_1^3 + \dots + \xi_n^3}{n}} + 2$ .
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение из задачи 1. Доказать, что  $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} 1$  при  $n \rightarrow \infty$  двумя способами: по определению и с помощью слабой сходимости.
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение Бернулли с параметром  $1/3$ . Указать какую-нибудь последовательность  $c(n)$  такую, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n > c(n)) = 0,975$ .
- Сотрудники института экономики посадили картофель в общей сложности на 1600 сотках. Урожай картофеля (в мешках) с каждой сотки — случайная величина, имеющая распределение Пуассона с параметром 4. Найти границы, в которых с вероятностью 0,96 будет заключен общий урожай картофеля.
- Известно, что при тысяче подбрасываний монеты она в среднем два раза становится на ребро. Какова вероятность, что после трёх тысяч подбрасываний монета встанет на ребро не менее пяти раз? Оценить погрешность приближения.
- \* Пусть  $\xi_1, \xi_2, \dots$  — последовательность независимых случайных величин с конечной ненулевой дисперсией,  $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$  и  $C$  — некоторое число. Доказать, что  $P\left(\frac{S_n}{n} < C\right) \rightarrow P(E\xi_1 < C)$  если и только если  $C \neq E\xi_1$ .

Фамилия студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	

- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение с плотностью  $f(t) = \frac{1}{t^2}$  на интервале  $(-\infty, -1]$ . Найти предел (по вероятности) при  $n \rightarrow \infty$  последовательности  $\sin\left(\frac{1}{n}\left(\frac{1}{\xi_1^2} + \dots + \frac{1}{\xi_n^2}\right)\right)$ .
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение из задачи 1. Доказать, что  $\max(\xi_1, \dots, \xi_n) \xrightarrow{P} -1$  при  $n \rightarrow \infty$  двумя способами: по определению и с помощью слабой сходимости.
- Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots$  независимы и имеют распределение Пуассона с параметром 4. Указать какую-нибудь последовательность  $c(n)$  такую, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_1 + \dots + \xi_n \leq c(n)) = 0,25$ .
- Урожай овса (в центнерах) на каждом из засеянных в колхозе «Единоличник» 100 гектаров — случайная величина, имеющая показательное распределение с параметром  $1/15$ . Используя ЦПТ, найти границы, в которых с вероятностью 0,96 содержится общий урожай овса.
- Известно, что на тысячу сферических коней в вакууме приходится в среднем два эллипсоидальных. Какова вероятность, что из тысячи случайно выбранных сферических коней в вакууме эллипсоидальных попадётся не менее четырёх? Оценить погрешность приближения.
- \* Пусть  $\xi_1, \xi_2, \dots$  — последовательность случайных величин. Для любого  $n = 1, 2, \dots$  случайная величина  $\xi_n$  принимает значения  $1, \dots, n$  с равными вероятностями. Найти предел (в смысле слабой сходимости) последовательности  $\frac{\xi_n}{n}$ .

Фамилия студента						Номер группы	
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	