1. Что такое пространство элементарных исходов?
2. Игральную кость подбрасывают дважды. Перечислить все элементарные исходы эксперимента.
3. Монету подбрасывают трижды. Перечислить все элементарные исходы эксперимента.
4. Из четырёх разных книг на полке берут две. Перечислить все элементарные исходы.
5. В урне лежат два шарика: белый и чёрный. Наудачу вытаскивают один, возвращают обратно и снова вытаскивают один. Описать пространство элементарных исходов.
6. В урне два белых и три чёрных шара. Вытаскивают наудачу один шар. Выписать все равновозможные элементарные исходы опыта.
7. В урне два белых шара и один чёрный. Наугад берут два шара. Выписать все равновозможные элементарные исходы опыта.
8. Что такое событие? Достоверное событие? Невозможное событие?
9. Что такое объединение двух событий? Пересечение?
10. Записать событие, состоящее в том, что из событий A, B, C: а) произошло хотя бы одно; б) *не* произошло хотя бы одно; в) не произошло ни одно; г) случились все три события A, B, C одновременно; д) событие A произошло, а события B и C не произошли.
11. В коробке 9 деталей. Событие $A = \{$*в коробке все детали дефектные*$\}$. Описать событие $\overline{A}$.
12. Когда дополнение события B до события A является невозможным событием? Совпадает с A?
13. Что дают в объединении событие и противоположное к нему? В пересечении? Чему равно дополнение к объединению событий? К пересечению событий?
14. В каком случае два события несовместны?
15. Будут ли несовместными события «на первой кости выпало чётное число очков» и «на второй кости выпало нечётное число очков» при бросании двух игральных костей?
16. Что такое попарная несовместность событий?
17. Чему равно пересечение трёх попарно несовместных событий?
18. Что больше: объединение или пересечение событий?
19. Объединение двух событий влечёт их пересечение или наоборот?
20. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1\}$. Какое из отношений верно: $A \subseteq B$ или $B \subseteq A$?
21. Нарисовать графически, что событие A влечёт событие B.
22. Бросают три игральных кости. Как соотносятся события: «на 1-й и 2-й костях выпали единицы» и «на всех костях выпали единицы»?
23. Как соотносятся события $A = A_1 \cap A_2 \cap A_3$ и $B = A_1 \cap A_2$?
24. Сформулировать определение вероятности на дискретном пространстве элементарных исходов.
25. Задать какую-нибудь вероятность на $\Omega = \mathbb{N}$ как на дискретном пространстве элем. исходов.
26. Задать какую-нибудь вероятность на $\Omega = \mathbb{Z}$ как на дискретном пространстве элем. исходов.
27. Можно ли задать вероятность на $\Omega = \mathbb{N}$ так, чтобы все p_i были одинаковы?
28. Сформулировать классическое определение вероятности.
29. В урне 22 белых и 3 чёрных шара. Вытаскивают наудачу шар. С какой вероятностью он белый?
30. В урне пять шаров. Из урны 100 000 раз вытаскивали наудачу один шар, возвращая его обратно. Белый шар был вынут 40 035 раз. Как вы думаете, сколько белых шаров в урне?
31. Какова вероятность ровно 1 раз выбросить герб при двух подбрасываниях правильной монеты?
32. Какова вероятность хотя бы один раз выбросить герб при двух подбрасываниях правильной монеты?
33. Бросают два раза игральную кость. Какова вероятность, что оба раза выпадет шесть очков?
34. Каково число элементарных исходов при выборе без возвращения, с учётом порядка?

35. Есть пять различных шариков. Сколькими способами их можно разместить в ряд?
36. Что вычисляет число C_n^k при выборе шаров из урны?
37. Что вычисляет число A_n^k при выборе шаров из урны?
38. В урне пять шаров. Выбирают два шара без возвращения и без учёта порядка. Найти $|\Omega|$.
39. Что такое гипергеометрическое распределение вероятностей?
40. Как вычисляется $\mathsf{P}(A)$ согласно геометрическому определению вероятности?
41. Две точки наудачу и независимо друг от друга бросаются на отрезок. Какова вероятность их координатам совпасть?
42. Привести пример $A \neq \varnothing$ такого, что $\mathsf{P}(A) = 0$.
43. Привести пример $A \neq \Omega$ такого, что $\mathsf{P}(A) = 1$.
44. Равносильны ли свойства: $\mathsf{P}(A \cap B) = 0$ и $A \cap B = \varnothing$? Если «нет», что из чего вытекает?
45. Равносильны ли свойства: $\mathsf{P}(A \cup B) = 1$ и $A \cup B = \Omega$? Если «нет», что из чего вытекает?
46. Определение алгебры подмножеств Ω.
47. Задано пространство $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$. Является ли алгеброй множество $\mathcal{F} = \{\varnothing, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2\}, \{2, 3, 4\}, \{2\}\}$?
48. Задать какую-нибудь алгебру на множестве $\Omega = \{0, 1, \ldots, 10\}$.
49. Записать 2^Ω, если $\Omega = \{\textit{герб},\ \textit{решка}\}$. Является ли 2^Ω алгеброй?
50. Записать 2^Ω, если $\Omega = \{\diamondsuit, \clubsuit\}$. Является ли 2^Ω алгеброй?
51. Записать 2^Ω, если $\Omega = \{a, b, c\}$. Является ли 2^Ω алгеброй?
52. Записать 2^Ω, если $\Omega = \{1,\ 2,\ 3\}$. Является ли 2^Ω алгеброй?
53. Найти $\left|2^\Omega\right|$, если $\Omega = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$.
54. Пусть $\mathcal{F}$ — алгебра подмножеств Ω. Докажите, что $A \setminus B \in \mathcal{F}$, если $A,\ B \in \mathcal{F}$.
55. Пусть $\mathcal{F}$ — алгебра подмножеств Ω. Верно ли, что $A \cup B \cup C \in \mathcal{F}$, если $A,\ B,\ C \in \mathcal{F}$?
56. Сформулировать определение сигма-алгебры событий.
57. Что такое событие? Какие подмножества Ω являются событиями, а какие не являются?
58. Пространство элементарных исходов Ω состоит из четырёх точек: $\Omega = \{\diamondsuit, \clubsuit, \heartsuit, \spadesuit\}$. Привести пример σ-алгебры $\mathcal{F}$ событий, состоящей более чем из двух событий.
59. Является ли сигма-алгеброй множество всех подмножеств Ω?
60. Привести пример алгебры, не являющейся σ-алгеброй.
61. Пусть $\mathcal{F}$ — алгебра подмножеств Ω и $A_1,\ A_2,\ \ldots \in \mathcal{F}$. Докажите, что $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{F}$ для любого $n \in \mathbb{N}$. Следует ли отсюда, что $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$?
62. Всякая ли алгебра является σ-алгеброй? Всякая ли σ-алгебра является алгеброй?
63. Может ли σ-алгебра событий состоять из одного события? Из двух? Из трёх? Из четырёх?
64. Сформулировать определение меры.
65. Какова область определения и область значений меры? Может ли мера принимать бесконечные значения?
66. Чему равна площадь всей плоскости $\mathbb{R}^2$? Длина прямой $\mathbb{R}$?
67. Является ли функция μ такая, что $\mu(A) = 0$ для всех A, мерой на $(\Omega, \mathcal{F})$, если $\Omega = \{a, b, c\}$, $\mathcal{F} = 2^\Omega$?
68. Пусть $\Omega = \{0,\ 1,\ 2\}$, $\mathcal{F} = 2^\Omega$, $\mu(B) = 5$, если $1 \in B$, и $\mu(B) = 0$ иначе. Выписать $\mu(B)$ для всех $B \in \mathcal{F}$.
69. Сформулировать определение вероятностной меры.

70. Какова область определения и область возможных значений вероятностной меры?
71. Пусть задано вероятностное пространство $\langle \Omega, \mathcal{F}, \mathsf{P} \rangle$. Для каких множеств $A \subseteq \Omega$ определена вероятность $\mathsf{P}(A)$, а для каких нет?
72. Каких значений не может принимать вероятность?
73. Чему равна вероятность достоверного события? Невозможного?
74. Что такое счётная аддитивность вероятностной меры?
75. Зачем в свойстве счётной аддитивности требуется попарная несовместность событий?
76. Чему равна вероятность объединения счётного числа попарно несовместных событий?
77. Что такое вероятностное пространство?
78. Пусть $\Omega = \{a,\, b,\, c\}$. Построить какое-нибудь вероятностное пространство на Ω.
79. Пусть $\Omega = \{a,\, b,\, c\}$, $\mathcal{F} = 2^{\Omega}$. Задана вероятность P такая, что $\mathsf{P}\{a,\, c\} = 5/8$ и $\mathsf{P}\{b,\, c\} = 7/8$. Найти вероятности элементарных исходов $\mathsf{P}\{a\}$, $\mathsf{P}\{b\}$, $\mathsf{P}\{c\}$.
80. Пусть $\Omega = \mathbb{N}$. Задать какое-нибудь вероятностное пространство.
81. Пусть $\Omega = \mathbb{R}$. Задать какое-нибудь вероятностное пространство.
82. Доказать, исходя из определения вероятностной меры, что $\mathsf{P}(\varnothing) = 0$ и $\mathsf{P}(\overline{A}) = 1 - \mathsf{P}(A)$.
83. Как связаны вероятности прямого и противоположного событий?
84. Что такое монотонность вероятности?
85. Пусть событие A влечёт событие B. Что можно сказать про их вероятности?
86. Что больше: $\mathsf{P}(A \cap B)$ или $\mathsf{P}(A)$?
87. Что больше: вероятность объединения или вероятность пересечения двух событий?
88. Чему равна вероятность объединения двух событий? Когда вероятность объединения равна сумме вероятностей?
89. Может ли вероятность объединения двух совместных событий равняться сумме их вероятностей? Привести пример.
90. Пусть событие B влечёт событие A. Всегда ли верно, что $\mathsf{P}(A \backslash B) = \mathsf{P}(A) - \mathsf{P}(B)$? Всегда ли верно, что $\mathsf{P}(B \backslash A) = \mathsf{P}(B) - \mathsf{P}(A)$?
91. Записать формулу включения-исключения.
92. Сформулировать свойство непрерывности меры.
93. Зачем в свойстве непрерывности меры требуется конечность меры множества B_1?
94. Что такое сигма-алгебра, порожденная набором множеств $\mathfrak{A}$?
95. Определение борелевской σ-алгебры $\mathfrak{B}(\mathbb{R})$.
96. Является ли интервал $(1,\, 5)$ борелевским множеством?
97. Доказать по определению, что $[0, 1)$, $[1,\, 2]$, $\{4\}$ являются борелевскими множествами.
98. Является ли множество $(0,\, 1) \cup (2,\, 3)$ борелевским?
99. На борелевской σ-алгебре в $\mathbb{R}$ задана функция: $\mu(A) = 1$ для любого борелевского множества A. Является ли μ вероятностной мерой?
100. Сформулировать определение меры Лебега в $\mathbb{R}$.
101. Чему равна мера Лебега отрезка $[0,\, 1]$? Множества $\{0,\ 1\}$? Множества $\mathbb{Z}$? Луча $(0,\, +\infty)$?
102. Сформулировать определение условной вероятности.
103. Может ли условная вероятность равняться безусловной?
104. Может ли условная вероятность равняться единице, нулю?
105. Чему равна вероятность пересечения двух произвольных событий? Двух независимых событий?
106. Привести теорему умножения для n событий. Когда она верна?

107. Как вычислять $\mathsf{P}(ABC)$, если эта вероятность ненулевая?
108. Что такое полная группа событий? Чему равна сумма вероятностей событий из полной группы?
109. Дважды бросается монета. Образуют ли события «герб при первом броске» и «герб при втором броске» полную группу?
110. Записать формулу полной вероятности.
111. Записать формулу Байеса. При каких условиях она верна?
112. Сформулировать определение независимости двух событий.
113. Из колоды карт выбирают наугад одну. Независимы ли события «выбрана пика» и «выбран туз»? Независимы ли события «выбрана пика» и «выбрана бубна»?
114. Дважды бросают правильную монету. Независимы ли события «при первом броске выпал герб» и «при втором броске выпала решка»? Независимы ли события «при первом броске выпал герб» и «при первом броске выпала решка»?
115. Могут ли несовместные события быть независимы?
116. Могут ли два независимых события образовать полную группу?
117. Всегда ли событие зависит от самого себя?
118. Зависит ли невозможное событие от самого себя? Достоверное?
119. Привести пример события, не являющегося невозможным или достоверным, но не зависящего от самого себя.
120. Независимы ли события, противоположные к независимым?
121. События A и B независимы. Чему равна $\mathsf{P}(A \cap \overline{B})$?
122. Выразить вероятность объединения двух независимых событий через вер-ти этих событий.
123. Дать определение независимости n событий в совокупности.
124. Выписать все условия, при которых события A, B, C, D независимы в совокупности.
125. Следует ли из равенства $\mathsf{P}(A \cap B \cap C) = \mathsf{P}(A)\mathsf{P}(B)\mathsf{P}(C)$ независимость A, B, C в совокупности?
126. Достаточно ли попарной независимости событий для независимости в совокупности?
127. Проводится пять независимых испытаний с вероятностью успеха p в каждом из них. Какова вероятность, что сначала произойдут два успеха, потом три неудачи?
128. Есть симметричная монета. Чему равна вероятность получить при 20-м броске герб, если перед этим 19 раз выпадали решки?
129. Бросают три раза правильную монету. Какова вероятность, что в первый раз выпадет герб, а в остальные два — решки?
130. Записать формулу Бернулли.
131. Какова вероятность получить ровно один успех в n испытаниях схемы Бернулли с вероятностью успеха p?
132. Какова вероятность получить три герба после пяти подбрасываний правильной монеты?
133. Какова вероятность не получить ни одного успеха в пяти испытаниях схемы Бернулли с вероятностью успеха $1/4$?
134. Какова вероятность получить 4 успеха в 10 испытаниях схемы Бернулли?
135. Какова вероятность получить не более четырёх успехов в 10 испытаниях схемы Бернулли?
136. Какова вероятность выбросить 6 очков не менее 75 раз при 200 подбрасываниях правильной игральной кости?
137. Какова вероятность впервые выбросить 6 очков при восьмом подбрасывании игральной кости?
138. Какова вероятность первому успеху в схеме Бернулли случиться в пятом испытании, в 10-м испытании?