1. Определение случайной величины.
2. Привести примеры функций, не являющихся случайными величинами.
3. Определение распределения случайной величины. Виды распределений.
4. Определение дискретного распределения. Определение абсолютно непр. распределения. Определение сингулярного распределения.
5. Могут ли две разные случ. величины иметь одинаковые таблицы распределения?
6. Совпадают ли количества очков при первом и при втором броске игральной кости? Одинаковы ли распределения этих случайных величин?
7. Совпадают ли результаты первого и второго бросаний одной и той же монеты? Одинаковы ли распределения соответствующих случайных величин?
8. Бросается 1 раз правильная монета. Построить две различные случ. величины с одним и тем же распределением $B_{1/2}$.
9. Перечислите основные дискретные распределения. Запишите таблицу и функцию распределения каждого. Постройте графики всех функций распределения.
10. Перечислите основные абсолютно непрерывные распределения. Запишите плотность и функцию распределения каждого и постройте их графики.
11. Привести 5 примеров разных распределений со свойством $0 \leqslant \xi \leqslant 3$ п.н.
12. Существует ли плотность у распределения Пуассона? Если «да», какова она?
13. Как вычислить $\mathsf{P}(\xi \in [2,\ 4])$ для случ. величины с дискретным распределением?
14. Как вычислить $\mathsf{P}(\xi \in [-2,\ 5])$ для $\xi \Subset \Pi_\lambda$?
15. Как вычислить $\mathsf{P}(\xi \in [2,\ 4])$, $\mathsf{P}(\xi < 3)$, $\mathsf{P}(\xi > 3)$ для случ. величины с абсолютно непрерывным распределением?
16. На графике плотности распределения $\mathrm{N}_{0,1}$ указать вероятность $\mathsf{P}(0 \leqslant \xi \leqslant 2)$.
17. Может ли плотность распределения равняться нулю при всех значениях аргумента? Единице? Двойке?
18. Необх. и дост. условие того, что f является плотностью распределения.
19. Пусть f и g — плотности распределений. Являются ли плотностями распределения функции $2f,\ f+g,\ \dfrac{f+g}{2},\ 2f+2g,\ f-g,\ \dfrac{2}{3}f+\dfrac{1}{3}g$?
20. Определение и свойства функции распределения.
21. Для каждого свойства функций распределения нарисуйте график любой функции, не обладающей этим свойством.
22. Необх. и дост. условие того, что функция F является функцией распределения.
23. Нарисовать график функции распределения случ. величины ξ, если $\mathsf{P}(\xi = 5) = 1$.
24. Может ли такая функция F являться функцией распределения:

    а) F — чётная функция; б) $F(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-x^2/2}$ для любого x;

    в) $F(-99) = 0,\ F(0) = 1/4,\ F(101) = 1$?
25. Верно ли, что $F_\xi(1 - 1/n) \to F_\xi(1)$ при $n \to \infty$? Объяснить.
26. Всегда ли $\mathsf{P}(\xi < 1/n) \to \mathsf{P}(\xi < 0)$ при $n \to \infty$? Если нет, привести пример.
27. Всегда ли $\mathsf{P}(\xi < -1/n) \to \mathsf{P}(\xi < 0)$ при $n \to \infty$? Почему?
28. Найти пределы $\lim\limits_{n\to\infty} F_\xi(1 + 1/n)$, $\lim\limits_{n\to\infty} F_\xi(-n)$ и $\lim\limits_{n\to\infty} F_\xi(n)$.
29. Как выглядит функция распределения дискретного распределения?
30. Как по таблице дискретного распределения нарисовать график функции распределения и наоборот?
31. Как по функции распределения произвольного распределения вычислить вероятность $\mathsf{P}(2 \leqslant \xi < 3)$? Вероятность $\mathsf{P}(\xi \geqslant 3)$?
32. Может ли функция распределения абс. непр. распределения иметь разрывы?
33. Дана функция распределения: $F(x) = 0$ при $x < 0$; $F(x) = x/2$ при $x \in [0,\ 1]$ и $F(x) = 1$ при $x > 1$. Существует ли плотность этого распределения?
34. Чему для любого x равна $\mathsf{P}(\xi = x)$, если ξ имеет абс. непр. распределение?
35. Нарисовать график любой функции распр. $F_\xi(x)$ такой, что $\mathsf{P}(\xi = 1) = 1/2$.
36. Как плотность распределения находится по функции распределения?
37. Закончить высказывание: $\mathsf{P}(\xi < 2) = \mathsf{P}(\xi \leqslant 2)$ тогда и только тогда, когда ...
38. Закончить высказывание: $\mathsf{P}(\xi > 0) = 1 - F_\xi(0)$ тогда и только тогда, когда ...
39. Как вычислять вероятность $\mathsf{P}(x_1 < \xi < x_2)$, если $\xi \Subset \mathrm{N}_{a,\sigma^2}$?
40. На графике функции распределения показательного распр. указать вероятность $\mathsf{P}(1 \leqslant \xi \leqslant 2)$. Ту же вероятность указать на графике плотности этого распр.
41. Чему равна $\mathsf{P}(\xi < 0)$ для $\xi \Subset \mathrm{N}_{0,1}$? Что можно сказать про x, если $\Phi_{0,1}(x) < 1/2$?
42. Чему равна $\mathsf{P}(\xi < a)$ для $\xi \Subset \mathrm{N}_{a,\sigma^2}$?
43. Найти $\mathsf{P}(\xi < -3)$, $\mathsf{P}(\xi < -1{,}96)$, $\mathsf{P}(\xi < -1{,}6)$, $\mathsf{P}(\xi < 1{,}6)$, $\mathsf{P}(\xi < 1{,}96)$ и $\mathsf{P}(\xi < 3)$ для $\xi \Subset \mathrm{N}_{0,1}$.
44. Как связаны плотности распределения величин ξ и $a\xi + b$?
45. Как по плотности распределения величины ξ найти плотность распределения величины $-\xi$? 2ξ? $\xi + 2$?
46. Если с. в. ξ имеет нормальное распределение, каким будет распределение случайной величины $-\xi$? Величины $5\xi + 7$?
47. Каким преобразованием можно с. в. $\xi \Subset \mathrm{U}_{0,5}$ превратить в $\eta \Subset \mathrm{U}_{0,1}$?
48. Каким преобразованием можно с. в. $\xi \Subset \mathrm{U}_{0,1}$ превратить в $\eta \Subset \mathrm{U}_{0,5}$? А в $\eta \Subset \mathrm{E}_1$?
49. Каким преобразованием можно с. в. $\xi \Subset \mathrm{E}_5$ превратить в $\eta \Subset \mathrm{E}_1$?
50. Каким преобразованием можно с. в. $\xi \Subset \mathrm{E}_1$ превратить в $\eta \Subset \mathrm{E}_5$?
51. Каким преобразованием можно с. в. $\xi \Subset \mathrm{N}_{5,9}$ превратить в $\eta \Subset \mathrm{N}_{0,1}$?
52. Каким преобразованием можно с. в. $\xi \Subset \mathrm{N}_{0,1}$ превратить в $\eta \Subset \mathrm{N}_{5,9}$?
53. Как из нормально распределённой случайной величины сделать величину со стандартным нормальным распределением?
54. Что такое функция распределения случайного вектора?
55. Как по ф. р. вектора находят функции распределения его координат?
56. Что такое таблица совместного распределения?
57. Как по таблице совместного распределения двух случайных величин находят их частные распределения?
58. Какими свойствами обладает плотность совместного распределения?
59. Как по плотности совместного распред. двух с. в. находят их частные плотности?
60. Можно ли найти совместное распределение по частным распределениям?
61. Привести пример того, что при одних и тех же частных распределениях возможны разные совместные.

62. Что такое многомерное нормальное распределение?
63. Определение независимости в совокупности n случайных величин.
64. Как из независимости в совокупности вытекает независимость ξ_1 и ξ_2?
65. Для каких-то множеств B_1 и B_2 оказалось верно равенство $\mathsf{P}(\xi \in B_1, \eta \in B_2) = \mathsf{P}(\xi \in B_1) \cdot \mathsf{P}(\eta \in B_2)$. Следует ли отсюда независимость с. в. ξ и η?
66. Дать определение зависимости с. в. ξ и η.
67. Верно ли, что если $\mathsf{P}(\xi < 0,\ \eta < 0) = \mathsf{P}(\xi < 0) \cdot \mathsf{P}(\eta < 0)$, то ξ и η независимы?
68. Проверить, верно ли равенство $\mathsf{P}(\xi \in \mathbb{R},\ \eta \in \mathbb{R}) = \mathsf{P}(\xi \in \mathbb{R}) \cdot \mathsf{P}(\eta \in \mathbb{R})$. Можно ли отсюда сделать вывод, что ξ и η независимы? Почему?
69. Привести пример зависимых случайных величин ξ и η таких, что для любого x верно равенство $\mathsf{P}(\xi < x,\ \eta < x) = \mathsf{P}(\xi < x) \cdot \mathsf{P}(\eta < x)$.
70. Опр. независимости двух с. в. с дискретными распределениями.
71. Опр. независимости двух с. в. с абсолютно непрерывными распределениями.
72. Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n$ независимы в совокупности и имеют стандартное нормальное распределение. Выписать плотность совместного распределения величин $\xi_1, \ldots, \xi_n$.
73. Пусть $\xi \Subset \mathrm{B}_{1/2}$, $\eta = \xi$. Проверить, зависимы ли ξ и η.
74. Пусть $\xi \Subset \Pi_1$, $\eta = \xi$. Проверить, зависимы ли ξ и η.
75. В каком случае с. в. ξ не зависит от себя самой?
76. Как вычислить плотность распределения суммы двух независимых случайных величин, зная плотность распределения каждой?
77. Устойчивость распределения Пуассона относительно суммирования.
78. Привести пример с. в. $\xi \Subset \Pi_\lambda$, $\eta \Subset \Pi_\mu$ таких, что распределение $\xi + \eta$ не является пуассоновским.
79. Устойчивость биномиального распределения относительно суммирования.
80. Привести пример с. в. $\xi \Subset \mathrm{B}_{n,p}$, $\eta \Subset \mathrm{B}_{m,p}$ таких, что распределение $\xi + \eta$ не является биномиальным.
81. Привести пример, когда сумма двух одинаково распределённых с. в. с распределением B_p имеет распределение, отличное от $B_{2,p}$.
82. Устойчивость нормального распределения относительно суммирования.
83. Привести пример с. в. $\xi \Subset \mathrm{N}_{0,1}$, $\eta \Subset \mathrm{N}_{0,1}$ таких, что $\xi + \eta \not\Subset \mathrm{N}_{0,2}$.
84. Привести пример с. в. $\xi \Subset \mathrm{N}_{0,1}$, $\eta \Subset \mathrm{N}_{0,1}$ таких, что распределение $\xi + \eta$ не является нормальным.
85. Пусть $\xi \Subset \mathrm{N}_{1,9}$ и $\eta \Subset \mathrm{N}_{1,1}$ — независимые с. в. Какое распределение имеет $\xi - \eta$?
86. Устойчивость гамма-распределения относительно суммирования.
87. Имеет ли сумма независимых и равномерно распределённых слагаемых равномерное распределение?
88. Определение математического ожидания для дискретного распределения.
89. В каком случае существует мат. ожидание случайной величины с дискретным распределением?
90. Определение математического ожидания для абс. непр. распределения.
91. В каком случае существует мат. ожидание случайной величины с абсолютно непрерывным распределением?
92. Одинаковы ли математические ожидания у двух разных случайных величин с одним и тем же распределением?
93. Какой физический смысл имеет математическое ожидание?
94. Всегда ли математическое ожидание существует?
95. Привести пример распределения, мат. ожидание которого не существует.
96. Привести пример распределения случайной величины с мат. ожиданием -3.
97. Перечислить мат. ожидания и дисперсии всех основных распределений.
98. Пользуясь свойствами мат. ожидания, вычислить $\mathsf{E}\,(3\xi)$ и $\mathsf{E}\,(\xi + 1)$ для $\xi \Subset \mathrm{N}_{a,\,\sigma^2}$.
99. Всегда ли мат. ожидание суммы равно сумме мат. ожиданий?
100. Всегда ли мат. ожидание произведения равно произведению мат. ожиданий?
101. Как вычислять 2-й момент для показательного распределения? А 4-й момент?
102. Записать формулу для вычисления $\mathsf{E}(\xi^2 e^\xi)$, если $\xi \Subset B_{n,p}$.
103. Записать формулу для вычисления $\mathsf{E}(2^\xi \cos \xi)$, если $\xi \Subset \Pi_\lambda$.
104. Записать формулу для вычисления $\mathsf{E}\,\xi e^{-\xi}$ для $\xi \Subset \mathrm{E}_\alpha$.
105. Записать формулу для вычисления $\mathsf{E}\,\sqrt{\xi}$ для $\xi \Subset \mathrm{E}_\alpha$.
106. Известно, что $\mathsf{P}(\xi \in (-5,\, 5)) = 1$. Что можно сказать про $\mathsf{E}\,\xi$?
107. Когда возможно равенство $\mathsf{E}\,|\xi| = 0$? Почему?
108. Неравенство Йенсена.
109. Сравнить $\mathsf{E}\,(e^\xi)$ и $e^{\mathsf{E}\,\xi}$, $\mathsf{E}\,\ln \xi$ и $\ln(\mathsf{E}\,\xi)$.
110. Определение и свойства дисперсии.
111. Как меняется дисперсия при изменении случайной величины вдвое?
112. Можно ли привести пример распределения с дисперсией -1?
113. Что можно сказать про случайную величину, дисперсия которой нулевая?
114. Всегда ли дисперсия суммы равна сумме дисперсий?
115. Пусть $\xi \Subset \Pi_\lambda$. Чему равна дисперсия $\mathsf{D}(2 - 3\xi)$?
116. Найти $\mathsf{D}S_n$, где $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$ — сумма независимых и одинаково распределённых с. в. с конечной дисперсией σ^2.
117. Пусть $\xi_1, \xi_2 \Subset \mathrm{E}_\alpha$ независимы. Вычислить $\mathsf{D}(\xi_1 - \xi_2)$.
118. Сравнить $\mathsf{E}\xi^2$ и $(\mathsf{E}\xi)^2$. Когда эти величины сопадают?
119. Чему равна $\mathsf{D}(4\xi - 3\eta)$ для произвольных с. в. ξ и η с конечными 2-ми моментами?
120. Пусть $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \Subset \mathrm{N}_{0,1}$ независимы. Сравнить $\mathsf{D}(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)$ и $\mathsf{D}(3\xi_1)$.
121. Определение и свойства коэффициента корреляции.
122. Если $\xi = 2\eta$, чему равен их коэффициент корреляции?
123. Что можно сказать про с. в., если их коэффициент корреляции равен -1?
124. Если обе с. в. увеличить вдвое, как изменится их коэффициент корреляции?
125. Если обе с. в. увеличить на два, как изменится их коэффициент корреляции?
126. Чему равен коэффициент корреляции независимых случайных величин?
127. Может ли ковариация двух зависимых случайных величин равняться нулю?
128. Для того, чтобы $\mathsf{D}(\xi + \eta) = \mathsf{D}\xi + \mathsf{D}\eta$, необходимо и достаточно, чтобы ξ и η были независимы или некоррелированы? Выбрать и обосновать.