

Исследование модели заражения в системах обслуживания M/M/k/0

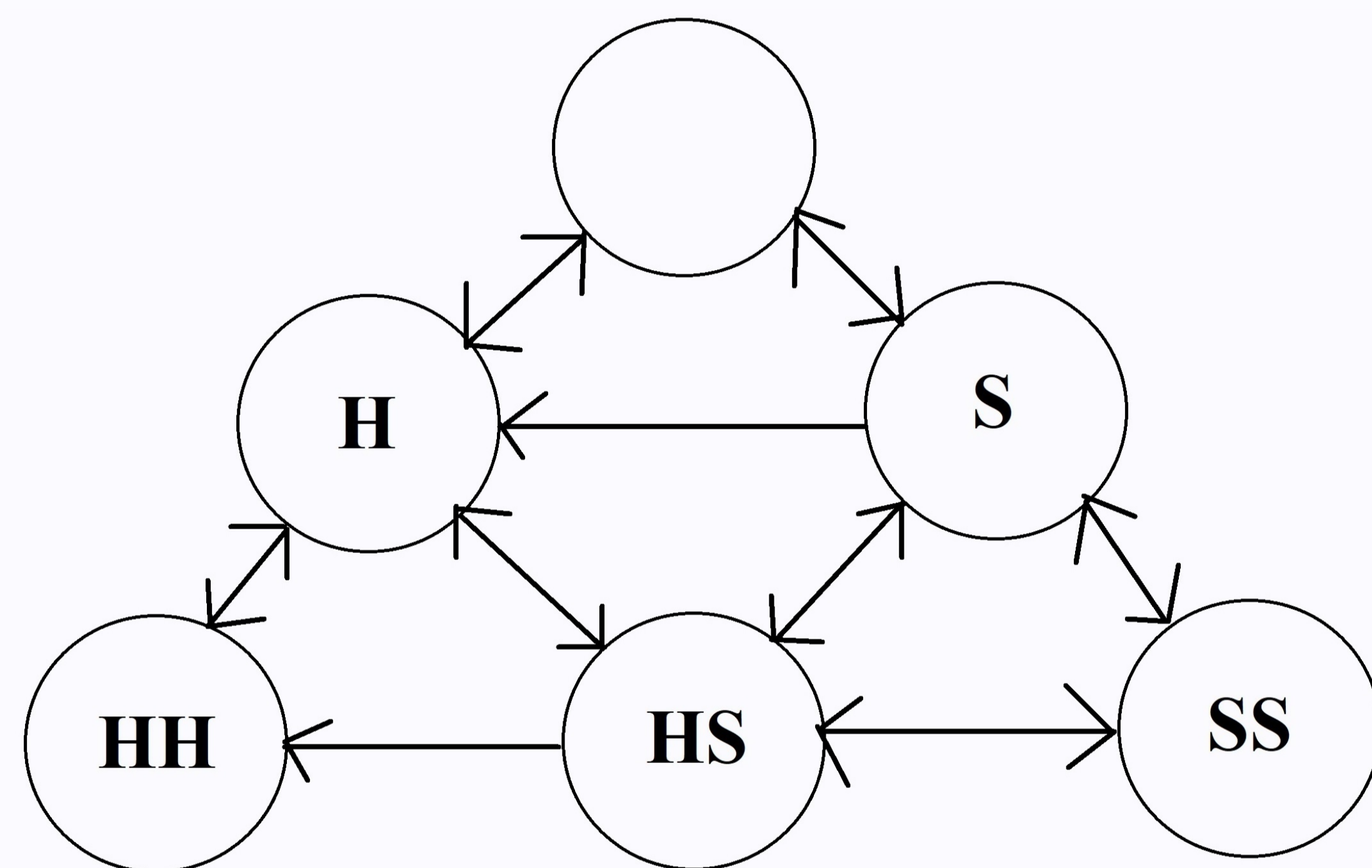
Ишков Роман, Новосибирск

СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ

Представим себе поток клиентов, прибывающих к нам с частотой, задаваемой пуассоновским процессом с интенсивностью λ . Представим также k приборов, ради которых и приходят наши клиенты – за каждым прибором может работать только один человек и все они работают независимо друг от друга. Время, которое клиенты проводят на приборе задаётся показательным распределением с параметром μ . Для простоты, это можно считать пуассоновским процессом с интенсивностью μ – процесс прекращается после первого успеха.

Таким образом задаётся система $M/M/k$. Мы будем рассматривать модель без очереди – если все приборы заняты, то новые клиенты исчезают. Такая разновидность называется $M/M/k/0$.

ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ: СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ ПРИ $k = 2$



H - здоровый клиент, S - больной клиент.

МОДЕЛЬ ЗАРАЖЕНИЯ

Добавим в эту систему новое условие. Разделим клиентов на здоровых и больных, которые могут заразить здоровых клиентов или выздороветь – к примеру, если в системе находятся два клиента, больной и здоровый, то либо больной клиент заразит здорового, либо он выздоровеет, либо один из них закончит работу и покинет систему. Заражение и выздоровление также задаются пуассоновскими процессами с интенсивностями α и β соответственно. Различные состояния подобной системы могут быть заданы цепью Маркова.

Цепь Маркова:

- Мы будем выражать нашу модель с помощью цепи Маркова, каждое состояние которой показывает различную конфигурацию клиентов в системе – так, состояние $(1, 0)$ соответствует ситуации в которой внутри системы один здоровый клиент и нет больных.
- Для каждого состояния цепи Маркова мы можем найти их стационарные вероятности $\pi_{i,j}$, через которые мы в дальнейшем выразим интересующую нас вероятность p_{out} того, что систему покинет больной клиент.

Уравнение равновесия:

$$P(X^0 \in A, X^1 \notin A) = P(X^0 \notin A, X^1 \in A),$$

Мы используем уравнение равновесия, чтобы найти переходные вероятности цепи Маркова характеризующей нашу систему, составив подобные уравнения для каждого возможного состояния.

ЦЕЛИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Цель данной работы - исследовать вероятность того, что человек покинет систему будучи больным, в зависимости от различных параметров: вирулентность болезни, количество людей в системе, скорость работы и т.д. Это поможет установить эффективность карантинных мер и смоделировать изменение эпидемиологической обстановки.

БЛАГОДАРНОСТИ

Доклад основан на дипломной работе под руководством Сергея Георгиевича Фосса и Антона Сергеевича Тарасенко.

ЛИТЕРАТУРА

- O.J. Boxma, *Stochastic Performance Modelling*, Department of Mathematics and Computer Science Eindhoven University of Technology P.O. Box 513, 5600 MB Eindhoven, The Netherlands, (2008), 228.
- F. Kelly, E. Yudovina, *Lecture Notes on Stochastic Networks*, University of Cambridge, (2012), 65.
- S. Foss, N. Chernova, *Stability of Stochastic Processes*, Novosibirsk State University, (2020), 202.