

При автоматизированной цифровой обработке многоканальных изображений (космических снимков, геофизических полей) возникает естественная задача определения инвариантных характеристик изображения. Так как условия съемки: освещенность, ориентация камеры, положение объекта в различные моменты съемки отличаются, то желательно, чтобы выбор инвариантов и характерных точек изображения не зависел от качества, ориентации, масштаба снимка. Другими словами был бы инвариантен относительно определенной группы преобразований снимка [1, 2].

В данной работе определяются и исследуются инвариантные характеристики многоканальных изображений относительно аффинной группы преобразований и калибровки каналов на примере снимков земной поверхности, полученных спутником Landsat-7 [3].

В математической постановке восьмиканальное изображение представляет собой 8 неотрицательных функций в некоторой области на плоскости. В данной работе будем предполагать, что функции 1-раз непрерывно дифференцируемы, тогда справедливо разложение Тейлора 1-го порядка с центром в произвольной точке области. Можно считать, не ограничивая общности, что данная точка – начало координат на плоскости. Получим

$$f^i(x, y) = a^i + p_1^i x + p_2^i y + o\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right),$$

где $i = \overline{1, 8}$. Введем обозначение $\mathbf{f}(x, y) = \{f^i(x, y)\}_{i=1}^8$.

Аффинная группа $\mathbf{GL}(2, R)$ преобразований плоскости с неподвижной точкой в начале координат состоит из преобразований вида:

$$A = \begin{cases} x^* = c_{11}x + c_{12}y, \\ y^* = c_{21}x + c_{22}y, \end{cases}$$

Соответственно определяется специальная линейная подгруппа $\mathbf{SL}(2, R) \subset \mathbf{GL}(2, R)$ с условием $\det \|c_{ij}\| = 1$. Предположим, что снимок подвергся аффинному преобразованию и калибровке каналов:

$$(1) \quad \Theta(\lambda, A) : \mathbf{f}(x, y) \rightarrow e^\lambda \mathbf{f}((c_{11}x + c_{12}y), (c_{21}x + c_{22}y)).$$

Здесь $e^\lambda \mathbf{f}$ – покомпонентное произведение на коэффициенты $e^\lambda = [e^{\lambda_1}, e^{\lambda_2}, \dots, e^{\lambda_8}]$, что соответствуют калибровке 8 слоев (множители e^{λ_i} можно интерпретировать как факторы поглощения среды, действующие в окрестности исследуемой точки и соответствующие частотному диапазону данного слоя).

Пусть $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_8]$ – соответствующий вектор. Преобразования $\Theta(\lambda, A)$ образуют группу Ли $G \simeq R^8 \times \mathbf{GL}(2, R)$ (соответственно $G \simeq R^8 \times \mathbf{SL}(2, R)$).

Определение 0.1. Будем называть числовую функцию $I(a^i, p_1^i, p_2^i)$, нетождественно равную константе, инвариантом 1-го порядка, если под действием преобразований группы G она не меняется.

Теорема 0.1. Следующие функции являются инвариантами восьмиканального изображения 1-го порядка относительно преобразований $G \simeq R^8 \times \mathbf{SL}(2, R)$:

$$I = \frac{p_1^j p_2^i - p_1^i p_2^j}{a^i a^j},$$

где $i < j$, $i, j = \overline{1, 8}$.

Теорема 0.2. Размерность пространства независимых инвариантов относительно преобразований $G \simeq R^8 \times \mathbf{GL}(2, R)$ равна $\dim(I) = 2 * (8 - 2)$.

Доказательство. Обозначим через

$$(2) \quad p_1 = \{p_1^1/a^1, p_1^2/a^2, \dots, p_1^8/a^8\}, p_2 = \{p_2^1/a^1, p_2^2/a^2, \dots, p_2^8/a^8\}.$$

векторы, составленные из коэффициентов тейлоровского разложения восьмиканального изображения. Заметим, что они преобразуются по формулам

$$(3) \quad \bar{p}_1 = c_{11}p_1 + c_{12}p_2, \bar{p}_2 = c_{21}p_1 + c_{22}p_2.$$

Следовательно, разложимый бивектор $p_1 \wedge p_2$ определенный с точностью до множителя является инвариантом. Множество всех разложимых бивекторов образует подмножество пространства всех бивекторов $\wedge R^8$, размерности $\dim \wedge R^8 = C_8^2$. Множество единичных разложимых бивекторов образует Грассманово многообразие $G_{2,8}$ размерности $\dim G_{2,8} = 2(8-2)$. Следовательно, множество всех разложимых бивекторов образует подмножество размерности $\dim = 2(8-2)$. $\square$

Замечание 0.1. Таким образом число независимых инвариантов восьмиканального изображения равно 12. Следующие функции являются инвариантами восьмиканального изображения 1-го порядка:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{a^2(p_1^3p_2^1 - p_1^1p_2^3)}{a^3(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, & I_2 &= \frac{a^1(p_1^3p_2^2 - p_1^2p_2^3)}{a^3(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, & I_3 &= \frac{a^2(p_1^4p_2^1 - p_1^1p_2^4)}{a^4(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, \\ I_4 &= \frac{a^1(p_1^4p_2^2 - p_1^2p_2^4)}{a^4(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, & I_5 &= \frac{a^2(p_1^5p_2^1 - p_1^1p_2^5)}{a^5(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, & I_6 &= \frac{a^1(p_1^5p_2^2 - p_1^2p_2^5)}{a^5(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, \\ I_7 &= \frac{a^2(p_1^6p_2^1 - p_1^1p_2^6)}{a^6(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, & I_8 &= \frac{a^1(p_1^6p_2^2 - p_1^2p_2^6)}{a^6(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, & I_9 &= \frac{a^2(p_1^7p_2^1 - p_1^1p_2^7)}{a^7(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, \\ I_{10} &= \frac{a^1(p_1^7p_2^2 - p_1^2p_2^7)}{a^7(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, & I_{11} &= \frac{a^2(p_1^8p_2^1 - p_1^1p_2^8)}{a^8(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}, & I_{12} &= \frac{a^1(p_1^8p_2^2 - p_1^2p_2^8)}{a^8(p_1^2p_2^1 - p_1^1p_2^2)}. \end{aligned}$$

Замечание 0.2. Пространство независимых инвариантов N канального изображения относительно группы $G \simeq R^N \times \mathbf{GL}(2, R)$ аффинных преобразований и калибровки каналов может быть отождествлено с Грассмановым многообразием $G_{2,N}$. Размерность пространства независимых инвариантов N канального изображения равна

$$\dim(I) = 2 * (N - 2),$$

где N – число каналов.

Практические задачи, в которых могут быть использованы инварианты восьмиканальных изображений, разнообразны: это нейросетевая технология идентификация цифровых изображений участков типов земных покровов или данных дистанционного зондирования Земли, распознавание на изображениях различных объектов, таких как номера вагонов, типов военных самолетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Самарина, О.В. Инварианты многоканального изображения / О.В. Самарина, В.В. Славский // "Известия ОрелГТУ", Серия "Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологий: информационные системы и технологии", г. Орел, 2007. – №4-2/268(535). – С. 47–56.
- [2] Самарина, О.В. Применение инвариантов при цифровой обработке данных дистанционного зондирования Земли / О.В. Самарина // Обратные задачи и информационные технологии рационального природопользования : материалы четвертой научно-практической конференции. – Ханты-Мансийск, 2008. – С. 161–163.
- [3] Лурье, И.К. Теория и практика цифровой обработки изображений / И.К. Лурье, А.Г. Косиков. – М. : Научный мир, 2003. – 168 с.