Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Aseev, Vladislav V.

Uniformly Perfect Sets and Quasiconformal Mappings

Асеев Владислав Васильевич, *Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия*;
email: ase@math.nsc.ru

Равномерно совершенные множества и квазиконформные отображения

Конденсатором класса Cont в пространстве $\bar{R}^n$ называем пару (E_0, E_1) непустых непересекающихся континуумов $E_0 \subset \bar{R}^n$, $E_1 \subset \bar{R}^n$. Множество $A \subset \bar{R}^n$ разбивается конденсатором (E_0, E_1), если $A \cap E_0 \neq \emptyset$, $A \cap E_1 \neq \emptyset$ и $A \subset E_0 \cup E_1$. Компактное множество $A \subset \bar{R}^n$ называется α-равномерно совершенным (сокращенно $A \in UP(\alpha)$), если оно не разбивается никаким конденсатором класса Cont с конформным модулем $> \alpha$ (Ch. Pommerenke, 1979 ; P. Jarvi, M. Vuorinen, 1995). Множества класса UP имеют свойства, аналогичные свойствам континуумов. В частности, замыкание объединения множеств класса $UP(\alpha)$, имеющих общую точку, является множеством того же класса [2, утверждение 1]. Известно, что взаимно-однозначное отображение компактных метрических пространств является гомеоморфизмом тогда и только тогда, когда оно сохраняет топологическую связность подмножеств. Аналогично этому, сохранение класса равномерно совершенных множеств служит критерием квазиконформности гомеоморфизма $\bar{R}^n$ на себя [2, теорема 12]. Получено [2, теорема 4] следующее обобщение леммы Вяйсяля: Пусть множества E_0, E_1 класса $UP(\alpha)$ соединяют непересекающиеся замкнутые шары B_0, B_1 с конформным модулем $\mathrm{mod}(B_0, B_1) > \log(1 + 2e^\alpha)$. Тогда

$$\mathrm{Cap}(E_0, E_1; \bar{R}^n \backslash (B_0 \cup B_1)) \geq C \cdot \mathrm{mod}(B_0, B_1),$$

с константой $C > 0$, зависящей лишь от n, α. С использованием этой оценки доказано [2, теорема 7] свойство непрерывности конформной емкости конденсаторов класса $UP(\alpha)$. Установлено также, что любую пару точек $a, b \in E \in UP(\alpha)$ можно соединить подмножеством $F \subset E$ класса $UP(\beta)$, $(\beta > \alpha)$, таким, что

$$\operatorname{diam}(F) \leq c_1|a-b|,$$

где константа $c_1 > 0$ зависит лишь от n, α и β.

References

[1] В. В. Асеев. Нижние оценки емкости конденсаторов с равномерно совершенными пластинами. *Докл. РАН*, **358**(4):439–441, 1998.

[2] В. В. Асеев. Непрерывность конформной емкости для конденсаторов с равномерно совершенными пластинами. *Сиб. мат. ж.*, **40**(2):243–253, 1999.