Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Bronshtein, Efim M.

Typical Convex Sets

Бронштейн Ефим Михайлович, *Уфимский государственный авиационный технический университет, Россия*;
email: brem@soros.bashedu.ru

Типичные выпуклые множества

Пусть K — выпуклое компактное подмножество гильбертова пространства. Рассматривается семейство $\Psi(K)$ выпуклых замкнутых подмножеств K с метрикой Хаусдорфа. Типичными подмножествами метрического компакта называются множества второй бэровской категории. В. Кли [1] доказал, что в случае бесконечномерного K в типичном подмножестве $\Psi(K)$ экстремальные точки плотны. Т. Шварц и Т. Замфиреску [2] рассмотрели выпуклый конус, элементами которого являются выпуклые компакты в R^n, и установили, что в типичном компактном подмножестве этого конуса экстремальные точки типичны. Оказывается, это свойство имеет общий характер. Установлены и другие свойства типичных выпуклых множеств. В частности справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. *Пусть компакт K бесконечномерный. Подмножество $\Psi(K)$, состоящее из множеств W со свойствами*

1) *коразмерность W в K равна* 0,
2) *множество экстремальных точек* $\operatorname{ext} W$ *типично в* W,
3) W *нигде не плотно в* K,
4) *всякий ненулевой линейный функционал достигает максимум в единственной точке* W,
5) *во всякой точке W достигает максимум не более одного линейного функционала с нормой* 1,

типично в $\Psi(K)$.

Это утверждение полезно сравнить с его аналогом для случая конечномерного K.

Теорема 2. *Пусть компакт K конечномерный. Подмножество $\Psi(K)$, состоящее из множеств W со свойствами*

1) *размерность* W *равна размерности* K,

2) *множество* W *строго выпуклое,*

3) *граница* W *гладкая,*

типично в $\Psi(K)$.

Аналог утверждения 2 теоремы 1 для локально компактных выпуклых конусов приведен в [3].

References

[1] V. Klee. Some new results on smoothness and rotundity in normed linear spaces. *Math. Ann.*, **159**:51–63, 1959.

[2] T. Schwarz, T. Zamfirescu. Typical sets of convex sets. *J. Austr. Math. Soc.* (*Series A*), **43**:287–290, 1987.

[3] Е. М. Бронштейн. О выпуклых конусах со свойством Шварца-Замфиреску. *Функ. анализ и прилож.*, **32**(3):57–59, 1998.