Международная конференция по анализу и геометрии
30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия
Тезисы докладов

Golubev, Alexander A.
Graf, Sergey Yu.
Extremal Quasiconformal Embeddings of Finite Riemann Surfaces
Голубев Александр Анатольевич, *Тверской государственный университет, Россия*; *email*: `Alexsander.Golubev@tversu.ru`
Граф Сергей Юрьевич, *Тверской государственный университет, Россия*; *email*: `a000110@tversu.ru`
Экстремальные квазиконформные вложения конечных римановых поверхностей

На классе $E^{\tau}\big(\{f_0\}; \bigcup\limits_{j=1}^{n} \mathcal{R}_j; \mathcal{M}\big)$ $\tau(z)$-квазиконформных вложений ($|\mu_f(z)| \le \tau(z)$ п. в. на $\bigcup\limits_{1}^{n} \mathcal{R}_j$) системы конечных гиперболических римановых поверхностей $\mathcal{R}_j$, $j = \overline{1,n}$, в заданную конечную риманову поверхность $\mathcal{M}$, гомотопных некоторому фиксированному вложению f_0, рассматриваются нижеследующие задачи.

1) Задача о минимизации весовой дилатации

$$T^{\tau}(f) = \inf\{t : |\mu_f(z)| \le t\tau(z) \text{ п. в. на } \bigcup_{1}^{n} \mathcal{R}_j\}.$$

2) Задача о максимизации функционала Белинского

$$B(f) = F(f(z_1), f(z_2), \dots, f(z_m)),$$

где $z_1, \dots, z_m$ — фиксированная система различных точек на $\bigcup\limits_{1}^{n} \mathcal{R}_j$, а $F(w_1, \dots, w_m)$ — непрерывно дифференцируемая действительнозначная функция на $\mathcal{M} \times \mathcal{M} \times \ldots \times \mathcal{M}$ с $\nabla F \ne 0$.

3) Задача о минимизации интеграла энергии

$$E_{\rho}(f) = \frac{1}{2} \int_{\bigcup\limits_{1}^{n} \mathcal{R}_j} \left(p_f(z) + p_f^{-1}(z)\right) \rho(z) dm_z$$

при условии $\tau(z) \equiv k < 1$, где p_f — характеристика Лаврентьева вложения f, ρ — непрерывная положительная, исключая возможные изолированные нули, суммируемая функция на $\bigcup\limits_1^n \mathcal{R}_j$.

4) Задача о минимизации интегральной весовой дилатации

$$\Phi_\rho(f) = \int_{\bigcup\limits_1^n f(\mathcal{R}_j)} \frac{|\mu_{f^{-1}}(w)|}{1 - |\mu_{f^{-1}}(w)|^2} \rho(w) dm_w$$

при $\tau(z) \equiv k < 1$.

Теорема. *Экстремали задач* 1)– 4) *существуют, являются вложениями типа Тейхмюллера и единственны за исключением нескольких частных случаев* (см. [1–3]).

References

[1] А. А. Голубев. *Экстремальные задачи квазиконформного анализа.* Дисс. … канд. физ.-мат. наук. Тверь, 1996.

[2] С. Ю. Граф. *Квазиконформные и гармонические экстремали функционалов на гомотопических классах деформаций и вложений римановых поверхностей.* Дисс. … канд. физ.-мат. наук. Тверь, 1998.

[3] М. С. Иоффе. Экстремальные квазиконформные вложения римановых поверхностей. *Сиб. мат. ж.*, **16**(3):520–537, 1975.