Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Graf, Sergey Yu.
Sheretov, Vladimir G.

Multipliers of Normalized Conformal Mappings

Граф Сергей Юрьевич, *Тверской государственный университет, Россия*; *email*: a000110@tversu.ru
Шеретов Владимир Георгиевич, *Тверской государственный университет, Россия*; *email*: Vladimir.Sheretov@tversu.ru

Мультипликаторы однолистности конформных отображений

Голоморфную в единичном круге Δ функцию

$$h(z) = 1 + \sum\nolimits_{n=1}^{\infty} h_n z^n$$

назовем мультипликатором однолистности для заданного элемента f класса S однолистных функций, если произведение $f \cdot h$ однолистно в Δ. Доказательства следующих двух теорем можно найти в [1].

Теорема 1. *Для любых $f, g \in S$ существует мультипликатор однолистности h такой, что $g = f \cdot h$. Классы $M(f)$ и $M(g)$ мультипликаторов однолистности функций $f, g \in S$ связаны соотношением $M(g) = M(f) \cdot f/g$ и совпадают, если и только если $f = g$.*

Теорема 2. *Для тейлоровских коэффициентов мультипликаторов однолистности h функции Кебе $f_\alpha(z) = z(1 - e^{i\alpha}z)^{-2}$ справедливы точные оценки $|h_n| \leq 4n$, $n \in \mathbb{N}$, причем равенства в них достигаются одновременно и только на мультипликаторе $h_\alpha = (1 - e^{i\alpha}z)^2(1 + e^{i\alpha}z)^{-2}$.*

Следуя [2], обозначим символом S^*_{Lh} класс всех звездных однолистных логгармонических отображений круга Δ. Элементы из S^*_{Lh} имеют представления вида $\psi(z) = z|z|^{2\beta}\varphi_1\bar{\varphi}_2$, где φ_1 и φ_2 голоморфны и не обращаются в нуль в Δ, $\bar{\varphi}_2(0) = 1$, β — комплексная константа, $\operatorname{Re}\beta > -1/2$. Нормальным логгармоническим мультипликатором однолистности элемента $f \in S$ назовем голоморфную в круге Δ функцию $h(z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} h_n z^n$ такую, что произведение $f \cdot \bar{h}$

принадлежит классу S^*_{Lh} и отображает Δ на себя.

Теорема 3. *Для тейлоровских коэффициентов* $\lambda_n = \frac{\lambda^{(n)}(0)}{n!}$ *функций* $\lambda(z) = 1/h(z)$, *где* $h(z)$ *— нормальный логгармонический мультипликатор однолистности функции* $f \in S$, *справедливы точные оценки* $|\lambda_n| \le n+1$, $n \in N$, *причем равенства в них достигаются одновременно и только на мультипликаторах вида* $h_\alpha = (1+e^{i\alpha}z)^2$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Понятие мультипликатора однолистности и родственные ему эффективно используются в аналогичных ситуациях на других классах однолистных аналитических функций. В частности, в [1] доказаны аналоги теорем 1 и 2, касающиеся свойств мультипликаторов выпуклой однолистности для выпуклых и однолистных в Δ функций из класса K.

References

[1] С. Ю. Граф, В. Г. Шеретов. Мультипликаторы однолистных аналитических функций. В кн.: *Применение функционального анализа в теории приближений.* Тверь: Тверск. гос. ун-т, 1999. С. 56–60.

[2] Z. Abdulhadi, W. Hengartner. Spirallike Logharmonic Mappings. *Complex Variables*, **9**:121–130, 1987.