Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Grinkevich, Yegor B.

Categorical Approach to Mathematical Models of Relativity

Гринкевич Егор Борисович, *Омский государственный университет, Россия*; *email*: psemail@fbc.omsk.net.ru

Теоретико-категорный подход к математическим моделям теории относительности

В конце 60-х годов В. Ловер представил ряд результатов теории категорий (касающихся свойства декартово-замкнутых категорий и элементарных топосов), которые позволили ему сформулировать концепцию категорной динамики.

В настоящее время идеи Ловера активно развиваются несколькими учёными (А. Кок, И. Мёрджик, Рейс) в рамках теории получившей называние синтетическая дифференциальная геометрия (SDG).

В основу SDG положены свойства декартово-замкнутых категорий, т. е. категорий, имеющих экспоненциалы или внутренние hom-множества, правоприсоединённые к декартовому произведению, т. е. существует естественная биекция между множествами функций для всех X:

$$\frac{X \to Y^A}{A \times X \to Y}$$

Существование экспоненциалов даёт возможность рассматривать пространства функций между объектами, а также даёт механизм построения бесконечномерных пространств анализа из конечномерных пространств геометрии.

Кроме того, экспоненцирование даёт механизм построения конечномерных пространств из пространств бесконечно малых. Ловер называет эти бесконечно малые объекты "а.т.о.м.-ами" (a.t.o.m. = amazingly tiny object models). В общем случае объект T является а.т.о.м.-ом если, для него функтор экспоненцирования также имеет функтор присоединённый справа, т. е. существует естественная биекция между отображениями:

$$\frac{X \to Y^{1/T}}{X^T \to Y}$$

Модели SDG реализуются в так называемых “гладких топосах” — топосах пучков гладких функций, т. е. в категориях контравариантных функторов $Set^{L^{op}}$ из категории L гладких колец в категорию множеств Set.

Как показано в работах А. Кока синтетическая дифференциальная геометрия не совместима с классической логикой. Внутренняя логика моделей SDG интуиционистская.

Синтетическая дифференциальная геометрия — язык для построения новых теоретико-категорных моделей физических пространств. В частности, в своей работе я даю определение псевдоримановых пространств в рамках SDG, а также доказываю существование моделей введённых определений в категориях, являющихся моделями SDG. В качестве примера, рассматривается пространство специальной теории относительности.

References

[1] F. W. Lawvere. Categorical Dynamics. *Topos Theoretic Methods in Geometry, Aarhus Math. Inst. Var. Publ.*, **30**, 1979.

[2] A. Kock. *Synthetic Differential Geometry.* Cambridge University Press, 1981.

[3] I. Moerdijk, G. E. Reyes. *Models for Smooth Infinitesimal Analysis.* Springer Verlag, 1991.

[4] Y. Grinkevich. Synthetic Differential Geometry: A Way to Intuitionistic Models of General Relativity in Toposes. *http://xxx.lanl.gov/ps/gr-qc/9608013.*

[5] A. Guts, Y. Grinkevich. Toposes in General Theory Relativity. *http://xxx.lanl.gov/ps/gr-qc/9610073.*