Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Korolyova, Olga E.

On Distortion in Some Classes of p-Valent k-Quasiconformal Embeddings and Reflections

Королёва Ольга Евгеньевна, *Тверской государственный университет, Россия*

Об искажении в некоторых классах p-листных k-квазиконформных вложений и отражений

1. Рассмотрим класс $M_{p,k}(R,\rho)$, содержащий p-листные в единичном круге Δ функции $f(z)$, k-квазиконформные в кольце $\Delta\backslash\Delta_R$ и отображающие круг Δ в p-листный круг $\{w : |\hat{w}| < \rho\}$. В круге $\Delta_R := \{z \in \mathbb{C} : |z| < R\}$, $0 < R < 1$, функции $f(z)$ имеют разложения $f(z) = a_p z^p + a_{p+1} z^{p+1} + \dots$.

Теорема 1. *Для коэффициента a_p ряда Тейлора произвольной функции $f(z)$ класса $M_{p,k}(R,\rho)$ справедлива точная двухсторонняя оценка*

$$R^{\frac{2pk}{1-k}}\rho \le |a_p| \le \rho R^{\frac{-2pk}{1+k}}. \tag{1}$$

2. Рассмотрим класс $C^s_{p,k}(R,\rho,a)$, содержащий голоморфные функции $f(z)$, реализующие вложения единичного круга Δ в p-листный круг $\{w : |w| < \rho\}$, имеющие в Δ_R разложения $f(z) = a + a_p z^p + a_{p+1} z^{p+1} + \dots$ и k-квазиконформные в $\Delta\backslash\Delta_R$. Пусть функции $f(z)$ удовлетворяют условию $f(z_1)f(z_2) \ne \eta_s\rho^2\ \forall z_1, z_2 \in \Delta$, где $\eta_s = e^{\frac{2\pi i}{s}}$, $s \in \mathbb{R}$ — параметр класса.

Теорема 2. *Для коэффициента a_p ряда Тейлора произвольной функции $f(z)$ класса $C^s_{p,k}(R,\rho,a)$ справедлива точная двухсторонняя оценка*

$$\rho^{-1}R^{\frac{2pk}{1-k}}|a^2 - \eta_s\rho^2| \le |a_p| \le \rho^{-1}|a^2 - \eta_s\rho^2|R^{-\frac{2pk}{1+k}}. \tag{2}$$

3. Класс $R_{p,k}(r,\rho)$ содержит p-листные, k-квазиконформные отражения с отрицательным якобианом сферы Римана на ее p-листную накрывающую, коаналитические в круге $\Delta_r = \{z : |z| < r\}$

и вне круга $\Delta_r = \{z : |z| \le \rho\}$. Для $z \in \Delta_r$ функции $f(z)$ имеют лорановские разложения $f(z) = a_{-p}\bar{z}^{-p} + a_{-p+1}\bar{z}^{-p+1} + \dots$, а для $z \in \{z : |z| > \rho\}$ функции $f(z)$ представимы в виде $f(z) = b_{-p}\bar{z}^{-p} + b_{-p-1}\bar{z}^{-p-1} + \dots$.

Теорема 3. *Для функций $f(z)$ класса $R_{p,k}(r,\rho)$ справедлива точная двухсторонняя оценка*

$$\left(r\rho^{-1}\right)^{\frac{2pk}{1-k}} \le \left|b_{-p}/a_{-p}\right| \le \left(r\rho^{-1}\right)^{\frac{-2pk}{1+k}}. \tag{3}$$

Экстремальные функции для (1), (2) и (3) здесь не выписываются в виду их громоздкости.

References

[1] О. Е. Королева, В. Г. Шеретов. Применение метода площадей к классам пар p-листных k-квазиконформных функций без общих значений. В кн.: *Применение функционального анализа в теории приближений.* Тверь, 1998. С. 132–143.

[2] В. Г. Шеретов. *Аналитические функции с квазиконформным продолжением.* Тверь, 1991.