Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Kytmanov, Alexandr M.

On Functions Represented by the Logarithmic Residue Formula, and Boundary Analogs of the Morera Theorem

Кытманов Александр Мечиславович, *Красноярский государственный университет, Россия*;
email: `kytmanov@math.kgu.krasnoyarsk.su`

Функции, представимые формулой логарифмического вычета, и граничные аналоги теоремы Мореры

Данный доклад является обзором ряда результатов о функциях с одномерным свойством голоморфного продолжения вдоль комплексных прямых или комплексных кривых определенного вида. В связи с этим рассмотрены функции, представимые в области формулой многомерного логарифмического вычета. Показана голоморфная продолжимость функции, обладающей свойством Мореры.

Пусть D — ограниченная область в $\mathbb{C}^n$ $(n > 1)$ с гладкой (класса C^1) связной границей, $\psi = (\psi_1, \ldots, \psi_n)$ — голоморфное отображение из $\mathbb{C}^n$ в $\mathbb{C}^n$, состоящее из целых функций и имеющее единственный нуль — начало координат, кратности μ.

Рассмотрим дифференциальную форму

$$U(\psi(\zeta - z)) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}\overline{\psi_k(\zeta - z)}d\overline{\psi(\zeta - z)}[k] \wedge d\psi(\zeta - z)}{|\psi(\zeta - z)|^{2n}},$$

в этой форме точка z фиксирована, а дифференциалы вычисляются по переменной ζ. Форма $U(\psi(\zeta - z))$ получается из ядра Бохнера–Мартинелли $U(w)$ подстановкой $w = \psi(\zeta - z)$ и является $\overline{\partial}$-замкнутой дифференциальной формой типа $(n, n-1)$ с вещественно аналитическими коэффициентами при $\zeta \neq z$.

Данная форма стоит в формуле многомерного логарифмического вычета.

Теорема 1. *Если для функции $f \in C^1(\partial D)$ выполнено условие*

$$\int\limits_{\partial D} f(\zeta) U(\psi(\zeta - z)) = 0, \quad z \notin \overline{D},$$

то f голоморфно продолжается в D до функции $F \in C^1(\overline{D})$.

Рассмотрим классы комплексных кривых $l_{z,b}$ следующих видов: первый тип — алгебраические кривые

$$l_{z,b} = \left\{\zeta \in \mathbb{C}^n : \ \zeta_1 = z_1 + t^{k_1}, \ \zeta_j = z_j + b_j t^{k_j}, j = 2, \ldots, n, \ t \in \mathbb{C}\right\},$$

где константы $k_j \in \mathbb{N}$ — фиксированы ($j = 1, \ldots, n$), вектор $b = (1, b_2, \ldots, b_n) \in \mathbb{C}^n$;
второй тип — комплексные кривые вида

$$l_{z,b} = \left\{\zeta \in \mathbb{C}^n : \ \zeta_1 = z_1 + t, \ \zeta_j = z_j + b_j t^{k_j} \chi_j(t), j = 2, \ldots, n, \ t \in \mathbb{C}\right\},$$

где $\chi_j(t)$ — целые голоморфные функции переменного t, причем эти функции не обращаются в 0 ни в одной точке, $j = 2, \ldots, n$;
третий тип — комплексные кривые вида

$$l_{z,b} = \Big\{\zeta \in \mathbb{C}^n : \ \zeta_1 = z_1 + t^{k_1}, \zeta_j = z_j + b_j t^{k_j} \chi_j(t^{k_1}),$$
$$j = 2, \ldots, n, \ t \in \mathbb{C}\Big\},$$

где $\chi_j(\tau)$ — целые голоморфные функции переменного τ, не обращающиеся в 0 ни в одной точке, $j = 2, \ldots, n$.

Теорема 2. *Пусть $\partial D \in C^2$ и функция $f \in C(\partial D)$ удовлетворяет условиям*

$$\int\limits_{\partial D \cap l_{z,b}} f^*(t, b)\, d(t^{k_j} \chi_j) = 0$$

для всех $j = 1, \ldots, n$, почти всех точек z, лежащих в окрестности $\overline{D}$ и почти всех векторов b, тогда функция f голоморфно продолжается в область D до функции F, непрерывной вплоть до ∂D.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 99–01–00790.