Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Latfullin, Tagir G.

Topological Equivalence of Mappings

Латфуллин Тагир Гумерович, *Тюменский государственный университет, Россия*; *email*: tlatfullin@tsu.tmn.ru

Топологическая эквивалентность отображений

Пусть D — область в $\mathbb{R}^n$. Отображения $f_1 : D \to \mathbb{R}^n$ и $f_2 : D \to \mathbb{R}^n$ называются топологически эквивалентными, если существует гомеоморфизм φ, отображающий D на D, такой, что $f_2 = f_1 \circ \varphi$.

Пусть $f : D \to \mathbb{R}^n$, $x \in D$. Обозначим

$$\Lambda(f, x) = \varlimsup_{y \to x} \frac{|f(x) - f(y)|}{|x - y|}\,, \quad \lambda(f, x) = \varliminf_{y \to x} \frac{|f(x) - f(y)|}{|x - y|}\,.$$

Если существует постоянная $K \geq 1$, такая, что для любой точки $x \in D$ выполнено

$$\Lambda(f, x) \leq K\,, \quad \lambda(f, x) \geq 1/K\,,$$

то отображение f называется квазиизометрическим.

Квазигиперболическим расстоянием между точками $x, y \in D$ называется величина

$$k_D(x, y) = \inf \int_\gamma \frac{d\,s}{\delta_D(z)}\,,$$

где нижняя грань берется по всем спрямляемым кривым, соединяющим в D точки x и y, $\delta_D(x)$ — евклидово расстояние от точки x до границы области D.

Отображение $f : D \to \mathbb{R}^n$ назовем квазигиперболическим, если существует непрерывная функция $\Phi : [0, \infty) \to [1, \infty)$, такая, что для любых двух точек $x, y \in D$ выполнено

$$\Lambda(f, x) \leq \Phi(k_D(x, y))\lambda(f, y)\,.$$

Определение квазиконформного отображения см. в [1].

Доказаны следующие утверждения.

1) Любое квазиизометрическое отображение плоскости $\mathbb{C}$, имеющее постоянную ориентацию, топологически эквивалентно некоторому многочлену. Любой комплексный многочлен топологически эквивалентен некоторому квазиизометрическому отображению плоскости $\mathbb{C}$.

2) Любое локально инъективное квазиконформное отображение собственной подобласти $\mathbb{R}^n$, $n \neq 2$, $n \neq 4$, топологически эквивалентно некоторому квазигиперболическому отображению.

3) Любая квазиконформная инволюция $f : R^n \to R^n$, $n \neq 4$, топологически эквивалентна некоторой квазиизометрической инволюции $g : R^n \to R^n$, причем множества неподвижных точек инволюций f и g совпадают.

References

[1] Ю. Г. Решетняк. *Пространственные отображения с ограниченным искажением.* Новосибирск: Наука, 1982.