Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Linke, Yurij E.

Set-Valued Mappings with Sublinear Operator Representations and Their Applications

Линке Юрий Эрниевич, *Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск, Россия*; *email*: `linke@icc.ru`

Представления многозначных отображений сублинейными операторами и их приложения

Рассмотрение наряду с представлениями сублинейных операторов многозначными отображениями, которые изучались в работах автора (см., например, [1]), представлений многозначных отображений сублинейными операторами позволяет с большей легкостью развивать одновременно и теорию непрерывных селекций и теорию субдифференцирования сублинейных операторов, а также установить более тесную связь между ними. Обоснованию этого тезиса посвящен настоящий доклад. Под представлением τ класса многозначных отображений $\mathcal{M}$ понимается его отображение в некоторый класс сублинейных операторов $\mathcal{P}$. В зависимости от намерений исследователя к представлениям предъявляются дополнительные требования. В докладе обсуждаются представления, для которых верна

Теорема двойственности. *Многозначное отображение $F \in \mathcal{M}$ имеет непрерывные однозначные селекции тогда и только тогда, когда сублинейный оператор $P = \tau(F)$ субдифференцируем.*

Приведем одно из таких представлений, которое универсально и охватывает многие известные классы многозначных отображений. Пусть X — топологическое пространство, а Y — выпуклое и замкнутое подмножество в локально выпуклом пространстве Z. Рассмотрим в качестве $\mathcal{M}$ класс многозначных отображений из X в Y и его представление в виде

$$P(z')(x) = \sup\{< y, z' >: y \in F(x)\},$$

где $z' \in Z'$, $x \in X$. Здесь Z' — топологическое сопряженное к Z пространство со $*$-слабой топологией, P — сублинейный оператор, действующий из Z' в конус $\mathbb{R}^{\infty}(X)$ всех функций $f : X \to \mathbb{R}\cup\{+\infty\}$.

Для этого представления теорема двойственности верна, если многозначные отображения F из $\mathcal{M}$ принимают в качестве значений выпуклые и замкнутые подмножества из Y. Тогда в субдифференциал сублинейного оператора P включаются непрерывные линейные опорные операторы L, действующие из Z' в пространство непрерывных функций $C_p(X)$ с топологией поточечной сходимости и вычисляемые по формуле

$$L(z')(x) =< f(x), z' >,$$

где $z' \in Z'$, $x \in X$, а $f : X \to Z$ — непрерывное отображение. Если же это условие (выпуклости и замкнутости значений F) не выполнено, то теорема двойственности остается верной, если в субдифференциал P включается только часть опорных операторов L, определяемых по той же формуле, но где f теперь есть непрерывная однозначная селекция F.

Изучены свойства представлений, зависящие от типа непрерывности многозначных отображений. Даны применения этого и других представлений. В частности, получены сублинейные версии выпуклозначной, нульмерной и компактнозначной селекционной теоремы Э. Майкла. Помимо задач о непрерывных селекциях и субдифференцирования сублинейных операторов, которые двойственны относительно этого представления, рассмотрены также и другие задачи, двойственные относительно каких-либо представлений. Указываются приложения метода сублинейных операторов [2] к полученным представлениям. Показано, что этот метод позволяет проще доказывать некоторые известные селекционные теоремы.

References

[1] Ю. Э. Линке. Сублинейные операторы и пространства Линденштраусса. *Докл. АН СССР*, **234**(1):26–29, 1977.

[2] Ю. Э. Линке. Метод сублинейных операторов и задачи о селекторах. *Докл. РАН*, **347**(4):446–448, 1996.