Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Sergienko, Vladimir V.
Tkachev, Vladimir G.

Two-periodic Maximal Surfaces with Singularities

Сергиенко Владимир В., *Волгоградский государственный университет, Россия*
Ткачев Владимир Геннадьевич, *Волгоградский государственный университет, Россия*; *email*: tkachev@math.vgu.tsaritsyn.su

Двоякопериодические максимальные поверхности с сингулярностями

В докладе обсуждаются вопросы существования и качественные свойства почти целых (т. е. определенных вне некоторого множества изолированных точек плоскости $\mathbb{R}^2$) решений $u(x,y)$ уравнения

$$(1-{u'}_y^2)u''_{xx}+2u'_xu'_yu''_{xy}+(1-{u'}_x^2)u''_{yy}=0. \tag{1}$$

При дополнительном ограничении на градиент $|\nabla u|<1$ (или $|\nabla u|>1$) уравнение (1) называется уравнением максимальных поверхностей, описывающее пространственно подобные (или времени подобные) поверхности нулевой средней кривизны в пространстве Минковского $\mathbb{R}^3_1$ соответственно. В этих случаях уравнение имеет эллиптический (или гиперболический) тип и допускает дивергентное представление, позволяющее использовать аналоги параметризации Вейерштрасса для решений. Эллиптический случай является наиболее исследован, в частности, получены различные критерии существования пространственно подобных решений [2].

В общем случае нелинейное уравнение (1) имеет смешанный тип и структура его решений существенно усложняется.

Из результатов Ченга и Яу [2] известно, что целые решения пространственно подобных решений (1) суть линейные функции. С другой стороны, если $a\in\mathbb{R}^2$ — особая точка решения, то в силу теоремы Эккера [3] решение в окрестности a устроено асимптотически как световой конус.

В настоящей работе впервые построены нетривиальные семейства ограниченных двоякопериодических решений (1) аналитических всюду вне множества сингулярных точек, образуемого узлами некоторой прямоугольной решетки. Решения и их геометрические свойства описываются в терминах так называемых порождающих матриц 3×3, которые образуют специальное алгебраическое многообразие.

Как следствие, получено существование ограниченных аналитических решений смешанного типа, устроенных одновременно как пространственно так и времени подобные. Все семейства решений допускают явное представление в терминах порождающих матриц. В частности, приведем одно из возможных смешанных решений:

$$\operatorname{sn}\left(\frac{u(x,y)}{(km)'}, km\right) = \operatorname{cn}\left(\frac{x}{k'}, k\right) \operatorname{cn}\left(\frac{y}{m'}, m\right), \qquad \alpha' = \sqrt{1-\alpha^2},$$

где $\operatorname{sn}(t,k)$ и $\operatorname{cn}(t,k)$ — эллиптические функции Якоби с параметром k.

В докладе обсуждаются также смежные вопросы явного построения примеров максимальных и многомерных минимальных поверхностей.

References

[1] А. А. Клячин, В. М. Миклюков. Существование решений с особенностями уравнения максимальных поверхностей в пространстве Минковского. *Матем. сб.*, **184**(9):103–124, 1993.

[2] S.-Y. Cheng, S. T. Yau. Maximal space-like hypersurfaces in the Lorentz-Minkowski spaces. *Ann. Math.*, **104**:407–419, 1976.

[3] K. Ecker. Area maximizing hypersurfaces in Minkowski space having an isolated singularity. *Manuscr. Math.*, **56**:375–397, 1986.