Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Shmatkov, Ruslan N.

The Tangent and Sine Rules for Euclidean Conical Manifolds

Шматков Руслан Николаевич, *Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия*;
email: `ruslan@math.nsc.ru`

Теоремы тангенсов и синусов для евклидовых конических многообразий

3-*мерное евклидово коническое многообразие* — это метрическое пространство, полученное как факторпространство объединения набора непересекающихся геодезических 3-симплексов в 3-мерном евклидовом пространстве, которое образовано изометрическим спариванием граней таким комбинаторным способом, что топологическое пространство-носитель является многообразием. *Гиперболические* и *сферические конические многообразия* определяются аналогично.

Такое пространство обладает римановой метрикой постоянной кривизны на объединении клеток высоких размерностей и клеток размерности 2. На каждой клетке размерности 1 структура полностью определяется углом, который является суммой двугранных углов вокруг всех ребер симплекса, которые отождествляются, чтобы получить эту клетку. *Сингулярные геодезические* конического многообразия — это замыкание всех клеток размерности 1, для которых этот угол, называемый *коническим углом*, не равен 2π (риманова метрика может быть продолжена на все клетки с углом, равным 2π).

Более подробно конические многообразия были изучены в [1].

Обозначим через $W(m,n)$ гиперболическое коническое многообразие с пространством-носителем 3-мерная сфера, сингулярные геодезические которого образованы двумя компонентами зацепления Уайтхеда с коническими углами $2\pi/m$ и $2\pi/n$.

В работе [2] были доказаны следующие теоремы.

Теорема A (Теорема Тангенсов). *Пусть* $\gamma_m = \gamma_m(n)$ — *комплексная длина сингулярной геодезической гиперболического ко-*

нического многообразия $W(m,n)$ *с коническим углом* $2\pi/m$. *Тогда*

$$\frac{\tanh\frac{\gamma_m}{4}}{\tanh\frac{\gamma_n}{4}}=\frac{\tan\frac{\pi}{m}}{\tan\frac{\pi}{n}}.$$

Теорема B (Теорема Синусов). *Пусть* $\gamma_m = l_m + i\varphi_m$ — *комплексная длина сингулярной геодезической гиперболического конического многообразия* $W(m,n)$ *с коническим углом* $2\pi/m$. *Тогда*

$$\frac{\sin\frac{\varphi_m}{2}}{\sinh\frac{l_m}{2}}=\frac{\sin\frac{\varphi_n}{2}}{\sinh\frac{l_n}{2}}.$$

В настоящей работе получены евклидовы аналоги теорем A и B.

Теорема AE (Евклидова Теорема Тангенсов). *Пусть* $\gamma_m = l_m + i\varphi_m$ — *комплексная длина сингулярной геодезической гиперболического конического многообразия* $W(m,n)$ *с коническим углом* $2\pi/m$. *Если* $W(m,n)$ *допускает евклидову структуру, то*

$$\frac{\tan\frac{\varphi_m}{4}}{\tan\frac{\varphi_n}{4}}=\frac{\tan\frac{\pi}{m}}{\tan\frac{\pi}{n}}.$$

Теорема BE (Евклидова Теорема Синусов). *Пусть* $\gamma_m = l_m + i\varphi_m$ — *комплексная длина сингулярной геодезической гиперболического конического многообразия* $W(m,n)$ *с коническим углом* $2\pi/m$. *Если* $W(m,n)$ *допускает евклидову структуру, то*

$$\frac{\sin\frac{\varphi_m}{2}}{l_m}=\frac{\sin\frac{\varphi_n}{2}}{l_n}.$$

References

[1] W. Thurston. *Three-dimensional Geometry and Topology.* Princeton Univ. Press, Princeton, 1997.

[2] A. D. Mednykh. *On the Remarkable Properties of the Hyperbolic Whitehead Link Cone-Manifold.* Prepr. ser. / Univ. Bielefeld N **39**, 1999.