Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Smailov, Esmukhanbet S.

Embedding Theorems for Sobolev Spaces of Numeric Sequences

Смаилов Есмуханбет Сайдахметович, *Карагандинский государственный университет им. Е. А. Букетова, Казахстан*; *email*: esmailov@kargu.krg.kz

Теоремы вложения для пространств Соболева числовых последовательностей

Пусть $1 \le \theta \le +\infty, 1 \le q \le +\infty$; $\mathbb{Z}$ — множество целых чисел, $\alpha = \{\alpha_k\}_{k\in\mathbb{Z}}, \mu = \{\mu_k\}_{k\in\mathbb{Z}}, r = \{r_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$ — заданные последовательности неотрицательных чисел.

Будем говорить, что последовательность чисел $\vec{y} = \{y_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$ принадлежит пространству Соболева числовых последовательностей $W_\theta(\mathbb{Z};\alpha,\mu)$, если

$$\|\vec{y}; W_\theta(\mathbb{Z};\alpha,\mu)\| = \left\{ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\alpha_k^\theta |y_k|^\theta + \mu_k^\theta |y_{k+1} - y_k|^\theta\right) \right\}^{\frac{1}{\theta}} < +\infty,$$

при $1 \le \theta < +\infty$;

$$\|\vec{y}; W_\infty(\mathbb{Z};\alpha,\mu)\| = \sup\left[\alpha_k|y_k| + \mu_k|y_{k+1} - y_k|\right] < +\infty,$$

при $\theta = +\infty$;

$\vec{y} \in l_q(\mathbb{Z}; r)$, если

$$\|\vec{y}; l_q(\mathbb{Z}; r)\| = \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |y_k r_k|^q \right)^{\frac{1}{q}} < +\infty, \quad \text{при} \qquad 1 \le q < +\infty;$$

$$\|\vec{y}; l_\infty(\mathbb{Z}; r)\| = \sup_{k\in\mathbb{Z}} |y_k r_k| < +\infty, \qquad \text{при} \quad q = +\infty.$$

С помощью параметров θ, q и последовательностей α, μ, r определены необходимые и достаточные условия вложения $W_\theta(\mathbb{Z};\alpha,\mu) \hookrightarrow$

$l_q(\mathbb{Z};r)$ при $1 \leq \theta \leq q \leq +\infty$ и $1 \leq q < \theta < +\infty$. Получены оценки норм оператора вложения сверху и снизу. Установлены условия компактности единичного шара $M = \{y : \|y; W_\theta(\mathbb{Z};\alpha,\mu)\| \leq 1\}$ в $l_q(\mathbb{Z};r)$ при тех же соотношениях для θ и q. При $1 \leq \theta \leq q \leq +\infty$ приводятся оценка сверху аппроксимативных чисел оператора вложения $E : W_\theta(\mathbb{Z};\alpha,\mu) \to l_q(\mathbb{Z};r)$, а при $1 \leq \theta \leq q \leq 2$ и $2 \leq \theta \leq q \leq +\infty$ нижняя оценка этих чисел.

Частные случаи этих утверждении соответствующие к $\mu \equiv r \equiv 1$ опубликованы в работах автора [1], [2].

References

[1] Е. С. Смаилов. Разностные теоремы вложения для пространств Соболева с весом и их приложения. *Докл. АН СССР* **270**(1):52–55, 1983.

[2] Е. С. Смаилов. Разностные теоремы вложения для пространств Соболева с весом. В кн.: *Некоторые приложения функционального анализа к задачам математической физики.* Труды семинара С. Л. Соболева. Новосибирск, 1983. С. 122–143.