Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Zarubin, Michael M.

Realization of the Existence Regions for the Weighted Norm of a Function and the Module of Its Gradient in n-Dimensional Spaces

Зарубин Михаил Михайлович, *Комсомольский-на-Амуре государственный педагогический университет, Россия*;
email: kgpi@kgpi.kms.ru

Реализация областей существования весовой нормы функции и модуля ее градиента в пространствах произвольной размерности

Рассматриваются весовые пространства Соболева $W^l_{p,\nu}(R^n)$, состоящие из локально суммируемых функций $\phi(x)$, обобщенные производные порядка l которых регулярны, а модуль градиента l-го порядка

$$T_l(\phi) = \left(\sum_{|\alpha|=l} (D^\alpha \phi(x))^2 \right)^{1/2}$$

имеет конечную норму

$$||T_l(\phi)||_{p,\nu} = ||T_l(\phi) \cdot (1+|x|^2)^{1/2}||_{L_p(R^n)},\ 1 \le p \le \infty,\ \nu \in \mathbb{R}.$$

Вложения пространств $\overset{\circ}{W}{}^{l}_{p,\nu}(R^n)$ (замыкание по норме $||\cdot||^l_{p,\nu}$ множества финитных элементов) относительно параметров p, ν, l накладывают необходимые условия на области существования весовой нормы $||\cdot||_{p,\nu}$ (в дальнейшем о.с.в.н.) функции $\phi(x)$ и модуля ее градиента l-го порядка $T_l(\phi)$.

Для допустимых пар о.с.в.н. функции и ее градиента строятся реализующие их функции $\phi(x)$. При этом

$$\phi(x) = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{k_1} \sum_{k_3=1}^{k_1} \dots \sum_{k_n=1}^{k_1} \phi_k(x),$$

$x \in R^n,\ x = (x_1, x_2, \ldots, x_n),\ k \in N^n, k = (k_1, k_2, \ldots, k_n),$

$$\phi_k(x) = \max\{0, \sum_{i=1}^{n} g_{k_i}(x_i) - c_k\},$$

где c_k — некоторые "поправочные" коэффициенты,

$$g_m(t) = g_m(t, \alpha_m^{(1)}, \alpha_m^{(2)}, \ldots)$$

— функция вещественной переменной t, количественные характеристики которой $\alpha_m^{(1)}$, $\alpha_m^{(2)}$, …(их число конечно) зависят от точки $m \in N$, а конфигурация неизменна в пределах реализации данной пары.

Доказывается, что во множестве допустимых пар существуют принципиально нереализуемые; исследуется причина. Показано, как, используя полученные результаты, могут быть улучшены вложения пространств $\overset{\circ}{W}{}^{l}_{p,\nu}\ (R^n)$ при априорной информации об о.с.в.н. модулей градиентов низших порядков.