Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Zhuravlev, Igor V.

The Inverse Function Theorem for Mappings with Generalized Derivatives

Журавлев Игорь Владимирович, *Волгоградский государственный университет, Россия*; *email*: `zhur@math.vgu.tsaritsyn.su`

Теорема об обратной функции для отображений с обобщенными производными

В докладе представлен аналог теоремы об обратной функции для непрерывных отображений, обладающих обобщенными соболевскими производными класса $L_{1,\mathrm{loc}}(D)$ [1, 2].

В дальнейшем $B(a,r)$ — шар в $\mathbf{R}^n$ с центром a радиуса r; $\mathbf{M}_n$ — пространство вещественных $n\times n$-матриц; $|C| = \sup_{|x|=1}|Cx|$, $C \in \mathbf{M}_n$, $x \in \mathbf{R}^n$. Если $\varphi : D \to \mathbf{R}$ измеримая функция, определенная в области $D \subset \mathbf{R}^n$, то $||\varphi||_{\infty,D} = \operatorname{ess\,sup}_{x\in D}|\varphi(x)|$.

Для матричнозначного отображения $\Phi : D \to \mathbf{M}_n$, обладающего измеримыми элементами класса $L_\infty(D)$, полагаем

$$||\Phi|| = ||\ |\Phi(x)|\ ||_{\infty,D}$$

и

$$\Omega(\Phi,a) = \lim_{r\to 0+}\inf_{A\in\mathbf{M_n}} ||A\,\Phi(x) - E||_{\infty,B(a,r)\cap D}$$

(здесь $a \in D$, E — единичная матрица из $\mathbf{M}_n$).

Теорема. *Пусть D — область в $\mathbf{R}^n$ и $f : D \to \mathbf{R}^n$ — непрерывное отображение, обладающее в D обобщенными производными класса $L_{1,\mathrm{loc}}(D)$. Пусть $f'(x)$ — матрица Якоби $f(x)$. Предположим, что $|f'(x)| > 0$ п. в. в D. Если в точке $a \in D$ выполнено условие $\Omega(f'(x)/|f'(x)|, a) < 1$, то отображение $f(x)$ гомеоморфно в некоторой окрестности точки a.*

Доказательство теоремы основано на возможности приблизить отображение $f(x)$ гладкими квазиконформными отображениями [1].

References

[1] Ю. Г. Решетняк. *Пространственные отображения с ограниченным искажением.* Новосибирск: Наука, 1982.
[2] С. Л. Соболев. *Некоторые применения функционального анализа в математической физике.* М.: Наука, 1988.