Международная конференция по анализу и геометрии

30 авг. – 3 сент. 1999 г., Новосибирск, Россия

Тезисы докладов

Zubareva, Irina A.

On Relationship Between the Gauss–Kroneker Curvatures of Dual Surfaces in $\boldsymbol{R}^{n+1}$

Зубарева Ирина Александровна, *Омский государственный университет, Россия*; *email*: gribano@univer.omsk.su

О соотношении между кривизнами Гаусса-Кронекера двойственных поверхностей в $\boldsymbol{R}^{n+1}$

Пусть U — выпуклое тело в R^{n+1}, $n \geq 2$, т. е. ограниченное замкнутое выпуклое множество размерности n. Дополнительно предполагаем, что начало координат — внутренняя точка выпуклого тела. Двойственным телом тела U будем называть выпуклое тело $U^* = \{x \in R^{n+1} \mid x \cdot u \leq 1$ для любого $u \in U\}$. Здесь и далее точкой обозначено скалярное произведение в R^{n+1}.

1. Пусть граница ∂U выпуклого тела $U \subset R^{n+1}$ класса C^2 и кривизна Гаусса-Кронекера K поверхности ∂U всюду положительна. Тогда граница ∂U^* двойственного тела U^* класса C^2, и для кривизны Гаусса–Кронекера K^* поверхности ∂U^* справедлива формула

$$K^*(u^*) = \frac{\cos^{n+2} \alpha}{K(u)},$$

где u — произвольная точка поверхности ∂U с радиус-вектором $\vec{r}(u)$, $\vec{n}(u)$ — единичный вектор внешней нормали к U в точке u, α — угол между векторами $\vec{r}(u)$ и $\vec{n}(u)$, $u^* \in U^*$ — (единственная) двойственная точка для U (т. е. $u^* \cdot u \geq v^* \cdot u$ для любого $v^* \in U^*$).

2. Пусть выполнены условия п. 1. Доказано, что справедливы неравенства

$$\left(\frac{r_{\min}}{r_{\max}}\right)^{n+2} < K(u)K^*(u^*) \leq 1,$$

где через $r_{\min}$ и $r_{\max}$ обозначены соответственно наименьшее и наибольшее расстояния от начала координат до точек поверхности ∂U.

Если эллипсоидом максимального объема, вписанным в тело U, является сфера с центром в начале координат, то последние неравенства принимают вид:

$$\left(\frac{1}{n+1}\right)^{n+2} < K(u)K^*(u^*) \le 1$$

в общем случае, и

$$\left(\frac{1}{n+1}\right)^{\frac{n+2}{2}} < K(u)K^*(u^*) \le 1,$$

если U — центрально симметричное тело.