ВЯЗКИЕ РЕШЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ГРАДИЕНТНЫМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ

А.С. Терсенов

ИМ СО РАН, Новосибирск

В настоящем докладе мы рассмотрим вырождающиеся параболические уравнения с градиентными нелинейностями как дивергентного, так и недивергентного вида. Решения краевых задач для них ищутся в классе слабых решений, в основном соболевских, понимаемых в интегральном смысле. Отметим, что в последние годы было получено много результатов о разрешимости краевых задач для указанных уравнений в классе вязких по Лионсу решений. Именно в этом классе слабых решений, которые, в отличие от соболевских, определяются поточечно, удалось решить проблему разрешимости в случае нелинейных по градиенту младших членов. Одним из подходов к решению такого сорта краевых задач является метод регуляризации. Преимущество указанного подхода заключается в том, что осуществление предельного перехода по вязким решениям регуляризованных задач, коими являются, в частности, и классические решения, возможно при более слабых априорных оценках на решения регуляризованной задачи.

В частности, используя аппарат вязких решений, нам удалось доказать существование непрерывных по Липшицу по пространственным переменным решений первой краевой задачи для анизотропных параболических уравнений с переменными показателями анизотропности в случае, когда младшие члены не удовлетворяет условию Бернштейна-Нагумо. Использование аппроксимационных методов, основанных на регуляризации, позволяющей доказать классическую разрешимость регуляризованной задачи, дает возможность получить решения максимальной гладкости, известной на сегодняшний день.

Предельный переход по классическим решениям может осуществляться и с помощью метода монотонности Минти--Браудэра для получения соболевского решения. Но этот подход реализуем в случае линейности младших членов по градиенту, поскольку иначе возникает непреодолимая проблема предельного перехода в упомянутых членах.

Также мы рассмотрим метод суб/суперрешений, который позволяет избежать регуляризацию и получать теоремы о разрешимости, работая непосредственно с исходным уравнением.