

ОБ ОПЕРАТОРНЫХ ОЦЕНКАХ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В ДВУМЕРНЫХ ОБЛАСТЯХ С БЫСТРО ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ГРАНИЦЕЙ И ЧАСТОЙ СМЕНОЙ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ

¹Д.И. Борисов¹, Р.Р. Сулейманов²
borisovdi@yandex.ru, radimsul@mail.ru

УДК 517.956

В работе приводятся постановка и сравнение результатов двух задач об операторных оценках для эллиптических уравнений в двумерных областях с быстро осциллирующей границей и частой сменой краевых условий.

В первой задаче рассматривается полулинейное эллиптическое уравнение второго порядка в произвольной двумерной области с быстро осциллирующей границей с малой амплитудой осцилляций. Осцилляции предполагаются произвольными, никакой периодичности или локальной периодичности не предполагается. На такой осциллирующей границе задается частая смена граничных условий Дирихле и Неймана. Рассматривается случай, когда при усреднении в пределе возникает задача Дирихле с тем же дифференциальным выражением. Основным полученный результат — W_2^1 - и L_2 -операторные оценки.

Во второй задаче рассматривается уравнение Лапласа в двумерной бесконечной полосе с быстро осциллирующей границей с малой амплитудой осцилляций. В данном модельном случае осцилляции предполагаются периодическими и ступенчатыми. На осциллирующей границе также задаётся частая смена условий Дирихле и Неймана. Показано, что при определенном соотношении длин участков Дирихле и Неймана на осциллирующей границе усреднение приводит к задаче Неймана для уравнения Лапласа. Основным результат — W_2^1 -операторная оценка.

Для классических задач по частой смене на предельной границе условие Дирихле в пределе возникает даже в случае,

¹Исследование выполнено за счёт Российского научного фонда (грант № 23-11-00009), <https://rscf.ru/project/23-11-00009/>.

¹Борисов Денис Иванович, д.ф.-м.н., профессор, ИМБИЦ УНЦ РАН (Уфа, Россия); Denis Borisov (Institute of Mathematics, Ufa Federal Research Center, RAS, Ufa, Russia)

²Сулейманов Радим Радикович, аспирант, УУНЦ (Уфа, Россия); Radim Suleimanov (Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia)

когда длины участков Дирихле экспоненциально малые по сравнению с участками Неймана. Как показывает настоящий результат, частая смена на быстро осциллирующей границе существенно меняет ситуацию и усредненное условие Неймана может возникать уже в случае, когда длины участков с условием Дирихле малы степенным образом по сравнению с участками Неймана.

Ключевые слова: осциллирующая граница, операторная оценка, полулинейные эллиптические уравнения, частая смена краевых условий.